INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

ANÁLISIS DE MANIOBRABILIDAD EN VEHÍCULOS UNITARIOS Y CONFIGURACIONES T-S Y T-S-R

José Ricardo Hernández Jiménez
Manuel de Jesús Fabela Gallegos
Mauricio Eliseo Cruz Acevedo
David Vázquez Vega
Oscar Flores Centeno

Publicación Técnica No. 687
San Fandila, Qro.
2022

ISSN 0188-7297

Esta investigación fue realizada en la Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural del Instituto Mexicano del Transporte, por el M.C. José Ricardo Hernández Jiménez, el Dr. Manuel de Jesús Fabela Gallegos, M.C. Oscar Flores Centeno, M.C. David Vazquez Vega, y el Ing. Mauricio Eliseo Cruz Acevedo

Esta investigación es el producto final de los informes de proyectos de investigación interna EI 27-18 Análisis de maniobrabilidad de vehículos unitarios con segundo eje direccionable, EI 23/19 Análisis de la posición de la quinta rueda y de ejes deslizables en la maniobrabilidad de combinaciones T-S y EI 13/21 Análisis de maniobrabilidad de la configuración vehicular T-S-R con convertidor “A”.

Se agradecen los comentarios y el apoyo del Dr. Francisco Carrión Viramontes, Jefe de la División de Laboratorios de Desempeño Vehicular y Materiales de la CIVIE, para la realización de este trabajo.

Contenido

Índice de figuras v

Índice de tablas ix

Sinopsis xi

Abstract xiii

Resumen ejecutivo xv

Introducción 1

1. Antecedentes 9

1.1 Configuraciones de la norma NOM-012-SCT-2-2017 9

1.2 Descripción del concepto de maniobrabilidad 12

1.3 El principio de Ackerman general 13

1.3.1 El análisis básico con todas las ruedas 15

1.3.2 La simplificación con el modelo bicicleta 17

1.4 Objetivos y alcances 20

2. Vehículos para pasajeros 21

2.1 Los vehículos unitarios 21

2.2 Vehículos articulados para pasajeros (autobuses) 21

2.3 Casos de estudio de vehículos unitarios 22

2.3.1 Vehículo unitario de dos ejes. Ambos son direccionables 22

2.3.2 Vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo son ejes direccionables 25

2.3.3 Vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer eje son direccionables 28

2.3.4 Vehículo unitario, cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 31

2.3.5 Análisis paramétrico de vehículos unitarios 35

2.3.6 Caso de prueba experimental en vehículo unitario 40

3. Configuraciones vehiculares T-S y T-S-R 45

3.1 La configuración vehicular T-S 45

3.2 La configuración vehicular T-S-R 48

3.3 Estudio de vehículos tipo T-S 49

3.3.1 El modelo bicicleta de la configuración T-S 49
3.3.2 Deducción general para un T-S 50
3.3.3 Indicadores de maniobrabilidad en un T-S 51
3.3.4 Análisis paramétrico para un T-S 53
3.4 Estudio de vehículos tipo T-S-R 57

3.4.1 El modelo bicicleta de la configuración T-S-R 57
3.4.2 Deducción general del modelo bicicleta de un T-S-R 57
3.4.3 Indicadores de maniobrabilidad en un T-S-R 61
3.4.4 Análisis paramétrico de un T-S-R 63
Conclusiones 69

Bibliografía 73

Índice de figuras

Figura I.1 Caso de interferencia de trayectoria entre vehículos 2

Figura I.2 Huella plasmada en el piso, con el vehículo detenido, durante una maniobra de giro completo del volante..... 2

Figura I.3 Diferentes configuraciones de dos ejes direccionables en una unidad ... 4

Figura I.4 Ejemplo de quinta rueda en un tractocamión 5

Figura I.5 Configuración tractocamión-semirremolque, T3-S2 5

Figura I.6 Configuración T-S que ilustra ejes deslizables en semirremolque 6

Figura I.7 Convertidores de dos ejes tipo “A” (izquierda) y tipo “H” (derecha) 7

Figura I.8 Esquema de tractocamión-semirremolque-remolque con convertidor tipo “A” 7

Figura I.9 Configuración tractocamión doblemente articulado, T-S-R 8

Figura 1.1 Clasificación de autobuses por el número de ejes 10

Figura 1.2 Clasificación de camiones unitarios y camiones con remolque, considerando el número de ejes 10

Figura 1.3 Clasificación de tractocamiones y semirremolques de acuerdo al número de ejes..... 11

Figura 1.4 Clasificación de combinaciones vehiculares, tractor, semirremolque, remolque de acuerdo al número de ejes 11

Figura 1.5 Radio externo y radio interno en una maniobra circular 13

Figura 1.6 Geometría de giro de un vehículo 14

Figura 1.7 Parámetros de la condición de Ackerman..... 15

Figura 1.8 Geometría trapezoidal del paralelogramo de dirección 17

Figura 1.9 (a) Modelo tipo Ackerman, (b) Modelo tipo bicicleta 17

Figura 1.10 Modelo de vehículo unitario, con radios para obtener área de barrido 19

Figura 2.1 Posibles configuraciones de vehículos unitarios con ejes direccionables 21

Figura 2.2 Vehículos articulados para pasajeros..... 22

Figura 2.3 Variables geométricas globales de un vehículo unitario de dos ejes ... 22

Figura 2.4 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario con dos ejes direccionables 23

Figura 2.5 Esquema para determinar radios de giro a ruedas y a extremos del vehículo a partir del modelo bicicleta 24

Figura 2.6 Variables geométricas globales de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 25

Figura 2.7 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 26

Figura 2.8 Radios extremos de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 27

Figura 2.9 Modelo de vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables 28

Figura 2.10 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables..... 29

Figura 2.11 Radios extremos de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables 30

Figura 2.12 Modelo de representación de vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 31

Figura 2.13 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 32

Figura 2.14 Radios extremos de un vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables 33

Figura 2.15 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la relación entre el giro en los ejes direccionables..... 36

Figura 2.16 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes. Escenario de ambos ejes direccionables al mismo ángulo 37

Figura 2.17 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes. Escenario de un eje direccional y un eje fijo ... 38

Figura 2.18 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes, de un vehículo de tres ejes con dos direccionables 39

Figura 2.19 Proporción del ángulo en el segundo eje direccional respecto al primero, en función de su ubicación 40

Figura 2.20 Proporción del ángulo en el segundo eje direccional respecto al primero, en función de su ubicación 41

Figura 2.21 Relación entre ángulos de giro del volante y las ruedas en el eje direccional delantero 41

Figura 2.22 Prueba de maniobrabilidad en pista para determinar radios de giro .. 42

Figura 3.1 Perno “rey”, para acoplamiento del semirremolque a la quinta rueda del tractocamión 45

Figura 3.2 Diferentes configuraciones tipo T-S de tres a seis ejes..... 46

Figura 3.3 Semirremolque con ejes deslizables, ubicados por delante de la posición recomendada 47

Figura 3.4 Configuraciones de vehículos tipo tractocamión articulado..... 47

Figura 3.5 Elementos generales de la configuración tipo T-S-R 48

Figura 3.6 (Izq.) Convertidor tipo “A” y (Der.) Convertidor tipo “H” para soportar el remolque 48

Figura 3.7 (Izq.) Configuraciones de tractocamión doblemente articulado permitidas en la NOM-012-SCT-2-2017 49

Figura 3.8 Modelo de representación de tractocamión-semirremolque..... 50

Figura 3.9 Extensión hacia el ancho del vehículo a partir del modelo bicicleta 52

Figura 3.10 Efecto del ángulo de dirección en el espacio de maniobra de un T-S 53

Figura 3.11 Ángulo entre unidades respecto al ángulo de dirección en un T-S 54

Figura 3.12 Efecto de la ubicación de la quinta rueda (QR) en el espacio de maniobra de una configuración T-S 54

Figura 3.13 Efecto de la distancia entre ejes del tractocamión en el espacio de maniobra de una configuración T-S 55

Figura 3.14 Efecto de la variación de la posición del eje en el semirremolque en el espacio de maniobra de un T-S 56

Figura 3.15 Ángulo crítico en función de la variación de la posición de la quinta rueda, del eje en el semirremolque y de la distancia entre ejes en el tractocamión 57

Figura 3.16 Modelo de representación de tractocamión-semirremolque..... 58

Figura 3.17 Variables en modelo bicicleta para configuración T-S-R..... 59

Figura 3.18 Trayectoria del radio mínimo y máximo para una configuración T-S-R 62

Figura 3.19 Configuración tipo T-S-R para análisis..... 63

Figura 3.20 Efecto del ángulo de dirección en el espacio de maniobra de un T-S-R 64

Figura 3.21 Efecto de la posición de la quinta rueda del convertidor tipo “A” en una configuración T-S-R 64

Figura 3.22 Efecto de la distancia entre ejes del tractocamión en una configuración T-S-R..... 65

Figura 3.23 Efecto de la distancia entre ejes del semirremolque en una configuración T-S-R..... 65

Figura 3.24 Efecto de la distancia entre ejes del remolque en una configuración T-S-R 66

Figura 3.25 Efecto del ángulo crítico por efecto de la posición de la quinta rueda del convertidor tipo “A” en una configuración T-S-R 67

Figura 3.26 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del tractocamión en una configuración T-S-R 67

Figura 3.27 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del semirremolque en una configuración T-S-R..... 68

Figura 3.28 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del remolque en una configuración T-S-R..... 68

Índice de tablas

Tabla 1.1 Clase: Vehículo o configuración nomenclatura 9

Tabla 2.1 Comparación de resultados de la medición experimental y del modelo teórico 43

Sinopsis

En el presente estudio se aplica el modelo bicicleta para evaluar la maniobrabilidad de vehículos de autotransporte, entendida como la determinación de espacios en el seguimiento de trayectorias curvas a baja velocidad. Este modelo, que se basa en el principio de Ackerman y utiliza esencialmente parámetros geométricos, como la separación de ejes y el ángulo de orientación de las ruedas, bajo la suposición de rodamiento puro y sin deslizamiento lateral. El estudio se orienta a la representación de vehículos unitarios (B y C), combinaciones articuladas tipo tractocamión-semirremolque (T-S) y tractocamión-semirremolque-remolque (T-S-R). El enfoque de análisis atiende el efecto de un segundo eje direccionable en camiones unitarios, la posición de la quinta rueda y de los ejes deslizables en configuraciones T-S, y de la articulación del convertidor tipo “A” y el segundo semirremolque en combinaciones T-S-R. Para el caso de segundo eje direccional en un camión unitario (C), los resultados se compararon con una evaluación experimental. En general, el modelo bicicleta es adecuado y suficiente para determinar los espacios y radios de giro de las configuraciones vehiculares más comunes en México, incluyendo la proyección de las dimensiones físicas de la estructura del vehículo en el plano horizontal del movimiento.

Abstract

In the present study, the bicycle model is applied to evaluate the maneuverability of motor vehicles, understood as the determination of spaces when tracking curved paths at low speed. The model, which is based on the Ackerman principle, essentially uses geometric parameters such as axle spacing and wheel orientation angle, under the assumption of pure rolling and no lateral slip. The study is oriented to the representation of unitary vehicles (B and C), articulated combinations such as tractor-semitrailer (T-S) and tractor-semitrailer-trailer (T-S-R). The focus of analysis is on the effect of a second steerable axle on unit trucks, the position of the fifth wheel and slider axles on T-S configurations, and the “A” converter linkage and second semitrailer on T-S-R combinations. For the case of the second steering axle in a single truck (C), results were compared with an experimental evaluation that validates the applied bicycle model. In general, in conclusion, the use of the model is suitable and appropriate to determine the geometric spaces and radii of gyration for the most common vehicle configuration in Mexico, including the projection of the physical dimensions of the vehicle structure in the horizontal plane of movement.

Resumen ejecutivo

El incremento de vehículos en las ciudades hace necesario buscar una armonía entre el uso de los espacios disponibles y el poder cumplir con la función de movilidad y transporte para la que fueron creados. Es notorio que un vehículo grande puede complicar el tránsito y ocasionar congestionamientos, especialmente si la infraestructura vial no está diseñada de acuerdo con las características de maniobrabilidad del mismo y que no permita aprovechar de mejor manera los espacios viales, originando un mayor número de maniobras que repercuten en un incremento en la contaminación y en el estrés del conductor. Con el fin de beneficiar al usuario y favorecer la operación en la conducción es necesario lograr la compatibilidad entre la infraestructura existente y la que esté por construirse, considerando criterios de eficiencia vial.

Uno de los parámetros más importantes para evaluar la maniobrabilidad de un vehículo es el radio de giro en una maniobra de trayectoria curva, cuyo análisis se simplifica con una trayectoria circular. En el desplazamiento sobre esa trayectoria se describe el área necesaria para realizar una maniobra bajo condiciones determinadas por la orientación de las ruedas de dirección. Una pequeña variación en la distancia entre ejes, por ejemplo, describirá una trayectoria totalmente diferente; por lo que, aunque se observen vehículos de ancho y largo similares, no describirían necesariamente la misma trayectoria. Las evaluaciones de maniobrabilidad se realizan a baja velocidad, por lo que se desprecian los factores inerciales y, por tanto, de deslizamiento lateral entre las llantas y el pavimento.

Este estudio permite brindar una herramienta práctica de evaluación simple para aproximarse a la realidad en respecto a la maniobrabilidad de vehículos, la que permite establecer las consideraciones iniciales necesarias para antes de realizar cualquier diseño en la infraestructura. A su vez, esta misma herramienta permite a los usuarios de la infraestructura carretera que transportan bienes y mercancías, hacer un análisis de las rutas por las que circularán sus unidades y hacer eficiente sus servicios de entrega, especialmente cuando los vehículos son de grandes dimensiones y circulan dentro de las ciudades. Con la consideración de que no siempre es posible evaluar la maniobrabilidad experimentalmente por los que ello mismo implica, los análisis mediante modelos matemáticos permiten tener un conocimiento cercano de los espacios que un vehículo pudiese requerir. Aunque existe software comercial para el análisis de la maniobrabilidad y otros aspectos del desempeño de los vehículos, frecuentemente éstos no son libres de licenciamiento y su uso requiere inversiones que pueden ser elevadas y fuera del alcance de usuarios del transporte. Por tanto, los análisis presentados en este trabajo y desde esta perspectiva simplificada pueden ser de utilidad.

En este estudio se aplicó un modelo denominado tipo bicicleta, adecuándolo para representar diferentes configuraciones vehiculares, tanto unitarias como articuladas, del tipo C, B, T-S y T-S-R, incluidas en la Norma Oficial Mexicana NOM-012-SCT-2-2017. En este trabajo se plantean modelos para analizar los efectos de

un eje direccional adicional en vehículos unitarios, de la posición de la quinta rueda y de los ejes deslizables en configuraciones vehiculares T-S, así como el efecto generado por la articulación adicional presente en un convertidor tipo “A” y el último semirremolque en configuraciones tipo T-S-R. En general, los modelos mostraron su utilidad para ser empleados como herramienta simplificada para determinar los espacios en maniobras de trayectoria circular en maniobras cuasi-estáticas.

Introducción

El presente trabajo es el resultado de tres estudios relacionados con el tema de la maniobrabilidad de vehículos. Los vehículos de estudio considerados para su análisis son seleccionados de la Norma Oficial Mexicana NOM-012-SCT-2-2017, Sobre el peso y dimensiones máximas con los que pueden circular los vehículos de autotransporte que transitan en las vías generales de comunicación de jurisdicción federal (1). La finalidad de analizar, en este documento, a los vehículos unitarios y a las configuraciones vehiculares tanto articuladas como multiarticuladas, particularmente aquellas del tipo T-S y T-S-R, yace en que conforman cuando menos el 95% de todas las configuraciones vehiculares que circulan en la red federal de caminos [4].

Los vehículos unitarios a pesar de su aparente simplicidad, requieren de espacios para ejecutar sus maniobras. El estudio de las características de maniobrabilidad facilita el entendimiento de las necesidades de superficie y las posibles invasiones, obstrucciones o interferencias que pudieran tener con otros vehículos u objetos durante el desempeño de su operación. Normalmente, los vehículos unitarios poseen un eje direccional ubicado en su parte delantera, lo que los habilita para controlar los cambios de dirección y la ejecución de maniobras de trayectoria curva. Sin embargo, existen vehículos que poseen más de un eje direccional como es el caso de algunos autobuses de pasajeros, en los que los fabricantes de estas unidades siguen realizando constantes mejoras en sus diseños a fin de proporcionar a los conductores un manejo que facilite la realización de maniobras en espacios reducidos, tanto en ciudades como en carreteras. Particularmente porque algunas ciudades de la República Mexicana tienen sus peculiaridades respecto al tránsito en ellas y a sus trazos geométricos.

La conflagración entre los vehículos de dimensiones grandes y los vehículos pequeños en las ciudades muestra en muchas ocasiones que los conductores de vehículos compactos no siempre son conscientes de la necesidad de mayor espacio que tienen los conductores de los grandes vehículos para poder realizar una maniobra de viraje o de giro cerrado. Por ejemplo, cuando el conductor de un vehículo de pasajeros, circulando por la ciudad o zona conurbada, requiere realizar una maniobra de viraje en una intersección buscará tener un espacio para realizar la maniobra con seguridad, dicho espacio es visto por el conductor de un vehículo compacto como una posible ruta de circulación sin percatarse que será ocupada por el autobús en su maniobra de viraje. El uso de dicho espacio o invasión de carril de manera simultánea por ambos vehículos muy probablemente configurará un hecho de tránsito por interferencia de trayectorias, como se ejemplifica en la Figura 1.

Figura I.1 Caso de interferencia de trayectoria entre vehículos

El concepto geométrico de “radio de giro” es un indicador que describe la capacidad de un determinado vehículo para poder realizar un giro, ya sea hacia su derecha o hacia su izquierda. Cabe señalar que no siempre hay simetría de giro y de trayectorias de un vehículo al girar hacia un lado o hacia el otro. Esto depende tanto de los elementos y de los mecanismos de articulación como del diseño de la dirección del vehículo. Se puede encontrar, incluso, que cada rueda del eje direccional no pivotea sobre un solo punto, sino que realiza un pequeño desplazamiento en forma de arco al girar el volante de la extrema izquierda a la extrema derecha, o viceversa, como se puede apreciar en las imágenes de la Figura 2. En esta figura, los arcos en color negro corresponden a las zonas de contacto instantáneo de los costados de la llanta con el piso, mientras la llanta gira, por acción del volante, desde su extrema izquierda hasta su extrema derecha. El arco color rojo representa la trayectoria del punto instantáneo de contacto del centro de la llanta con el piso para el mismo giro del volante.

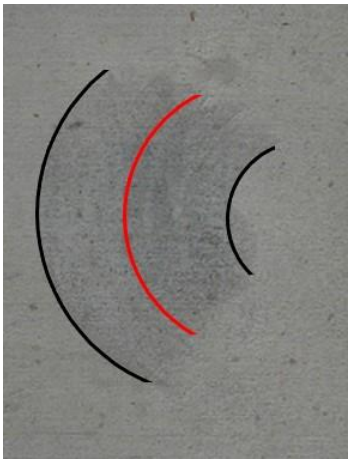


Figura I.1 Huella plasmada en el piso, con el vehículo detenido, durante una maniobra de giro completo del volante

En general, se puede afirmar que cuanto más pequeño es el radio de giro de un vehículo, este ofrece una mayor maniobrabilidad. Adicionalmente, se puede señalar que existen dos tipos de radios de giro, uno denominado radio de giro de ruedas, el cual se describe a partir de las trayectorias de las ruedas del vehículo, y otro el radio de giro del vehículo, atendiendo al área total ocupada por este y que considera las dimensiones del largo y del ancho del mismo. El primero es relevante al efectuar un recorrido superficial que sigue el trazo que generan las llantas al girar en una calle, donde posiblemente el radio de giro de ruedas sea suficiente para determinar la maniobrabilidad de este vehículo con respecto a los trazos del carril, mientras que, en zonas con restricciones laterales como paredes, salientes u otros vehículos adyacentes, se debe considerar el ancho y largo total del vehículo para evaluar que no tenga contacto físico con otros objetos en el entorno donde se desplaza el vehículo.

Actualmente existe software comercial que incluyen simulación de la maniobrabilidad, entre los cuales se pueden mencionar TruckSim®, HVE y Auto TURN® [5], cada uno con sus propios alcances o limitaciones para análisis. Sin embargo, aunque su uso es común, representa una gran ventaja conocer y desarrollar las metodologías para tener la capacidad de analizar los diferentes modelos que puedan surgir, dado el dinamismo de las empresas constructoras de vehículos unitarios o articulados que buscan mejorar cada día sus unidades. Tal es el caso de los autobuses con dos ejes direccionables e incluso autobuses articulados. La independencia tecnológica hacia los softwares comerciales permitiría no estar sujetos a gastos constantes por vigencia de licencias para su uso o mantenimientos.

Las metodologías desarrolladas para analizar vehículos unitarios con ejes direccionables se presentan en este trabajo. Los casos considerados son cuatro, de acuerdo a la ubicación y al número de ejes presentes en la unidad. Estos casos se esquematizan en la Figura 3, y en cada uno se considera el desarrollo de los trazos geométricos y las expresiones matemáticas a través de las cuales se determinan los radios de giro para cada caso. Así mismo y como forma de validación, se realiza una comparación entre el caso matemático (modelo) y el caso experimental para este tipo de unidades. Esta comparación da sustento a la metodología desarrollada y a la utilización de modelos simplificados a través de los cuales se logra evaluar la maniobrabilidad de los vehículos.

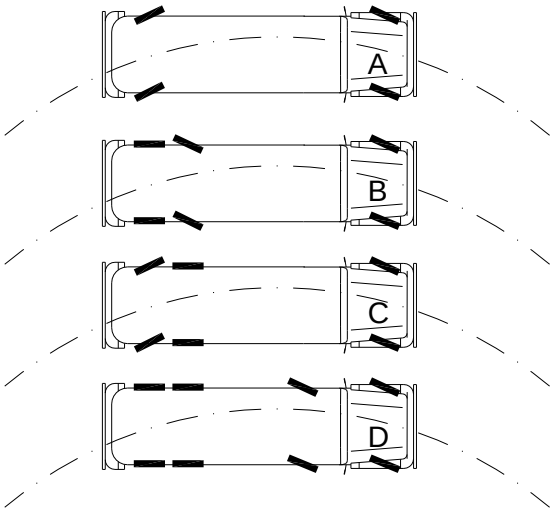


Figura I.2 Diferentes configuraciones de dos ejes direccionables en una unidad

Como se observa en la figura anterior, cada caso considera unidades con diferente cantidad de ejes, básicamente incorporando de dos a cuatro ejes, en los cuales hasta dos pueden ser direccionables. Los modelos correspondientes partirán del modelo bicicleta generalizado, en el que se particulariza la posición del segundo eje direccional, considerando el primero como el eje delantero común.

Las metodologías desarrolladas para analizar vehículos articulados se presentan también como parte de este trabajo. Las configuraciones tipo T-S y T-S-R son vehículos con unidades de arrastre tipo semirremolque y remolque, en el caso de las configuraciones T-S-R se requiere de un convertidor conocido como “Dolly”, que puede ser del tipo “H” o del tipo “A”, para arrastrar al segundo semirremolque. Los análisis en este estudio consideran el uso del convertidor tipo “A”, cabe señalar que ambas configuraciones son utilizadas en las carreteras de México para el movimiento de grandes volúmenes de bienes y mercancías por carretera.

Considerando la configuración T-S, el semirremolque, acoplado típicamente a un tractocamión que lo arrastra, es una estructura con ejes que puede configurarse en distintas modalidades, como puede ser de plataforma, de caja cerrada (caja seca) o tipo tanque, todas ellas apropiadas para el transporte de carga en distintos estados cumpliendo con los requerimientos de contención y sujeción. Los semirremolques se unen al tractocamión a través de un dispositivo acoplador conocido como “quinta rueda”, ver Figura 4, el cual es un mecanismo que articula y proporciona el soporte vertical a la parte frontal del semirremolque.

Figura I.3 Ejemplo de quinta rueda en un tractocamión

La configuración vehicular resultante de esta combinación de unidades es clasificada como “tractocamión-semirremolque”, T-S, también conocida como “tractocamión simplemente articulado”, el cual toma esa designación precisamente por el rol del acoplamiento de la quinta rueda en la combinación. Ejemplo de esta configuración se muestra en la imagen de la Figura 5, la cual es una configuración vehicular tipo T3-S2 correspondiente a un tractocamión de 3 ejes y a un semirremolque de dos ejes. Esta configuración se encuentra autorizada para circular en carreteras federales por las autoridades reguladoras del transporte en México (1).

Figura I.4 Configuración tractocamión-semirremolque, T3-S2

Complementaria a sus funciones de soporte y acoplamiento para el arrastre, el mecanismo de articulación anterior es importante en la definición de los espacios que requiere la configuración vehicular durante la ejecución de maniobras en patios, calles y carreteras. En la generación de los espacios ocupados por una configuración vehicular durante una maniobra participan la geometría de las unidades, la posición de los puntos de articulación, la distancia entre los ejes y su ubicación longitudinal. Esto último es afectado también cuando los ejes de los semirremolques cuentan con un mecanismo que les permite cambiar longitudinalmente su posición, comúnmente conocidos como ejes deslizables, ver Figura 6. Por tanto, las variaciones en las características de maniobrabilidad se vuelven particularmente interesantes por la afectación que tienen tanto los cambios de posición longitudinal de la quinta rueda como de los ejes del semirremolque.

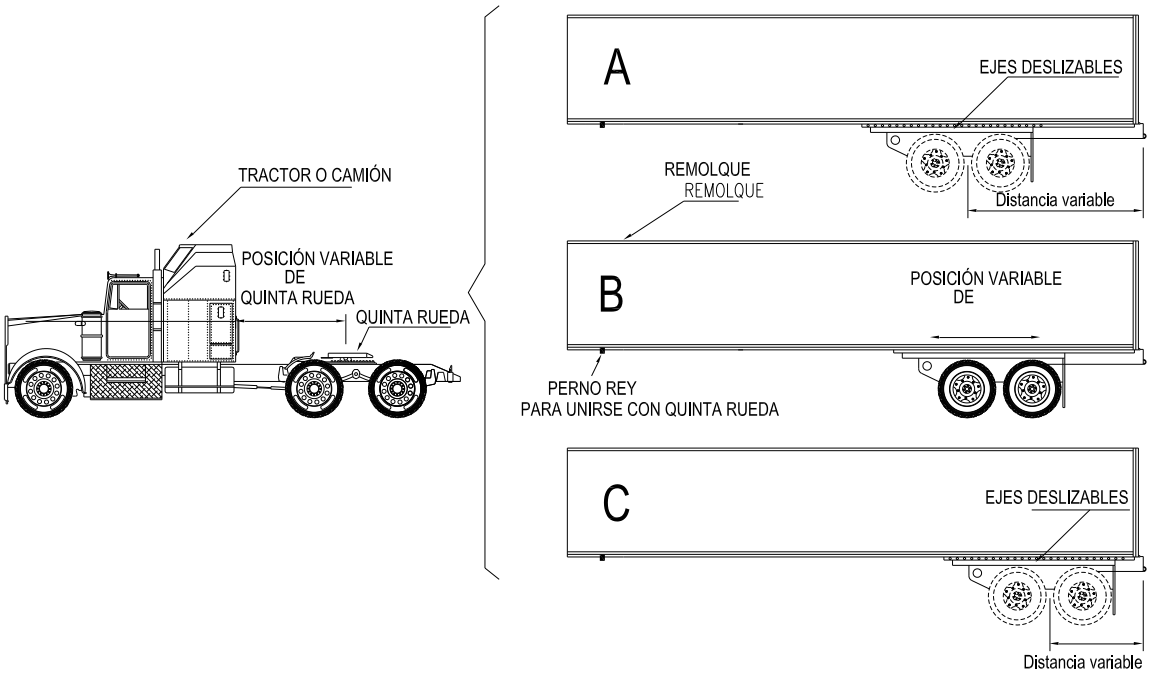


Figura I.5 Configuración T-S que ilustra ejes deslizables en semirremolque

Estas capacidades de desplazamiento longitudinal de la quinta rueda en el tractocamión o de los ejes en el semirremolque, alteran los requerimientos de espacio y maniobrabilidad de la configuración. Por ello, como parte de este trabajo se revisan y analizan las características de maniobrabilidad de la configuración tractocamión-semirremolque aplicando un modelo de mayor detalle basado en el modelo bicicleta que será descrito posteriormente en la metodología. Como resultado, se revisa el efecto de la ubicación de esos elementos en radios de giro y espacios requeridos para distintos ángulos de giro del volante, considerando la ejecución de una maniobra circular a muy baja velocidad.

La configuración vehicular doblemente articulada, T-S-R, es ampliamente utilizada desde hace varios años en la red federal de carreteras mexicanas por su capacidad para transportar mayores cargas o volúmenes de estas, aumentando la movilidad de bienes y mercancías. La configuración vehicular utiliza un tractocamión para cargar y jalar un semirremolque y un remolque, acoplados de la siguiente manera: el tractor y el semirremolque, son unidos a través de un acoplamiento de quinta rueda y perno rey; a este primer semirremolque se le une, en uno o dos puntos específicos ubicados en su parte trasera, un convertidor con uno o dos elementos de enganche, dependiendo de si este cuenta con una o con dos barras (convertidor tipo “A” o tipo “H”, respectivamente), como se muestra en la Figura 7; al convertidor se le une el segundo semirremolque, nuevamente a través de un acoplamiento de quinta rueda y perno rey.

Figura I.6 Convertidores de dos ejes tipo “A” (izquierda) y tipo “H” (derecha)

El vehículo conformado por el ensamble entre el convertidor y el segundo semirremolque se le denomina remolque. Toda la configuración vehicular así formada, T-S-R, se muestra de manera esquemática en la Figura 8.

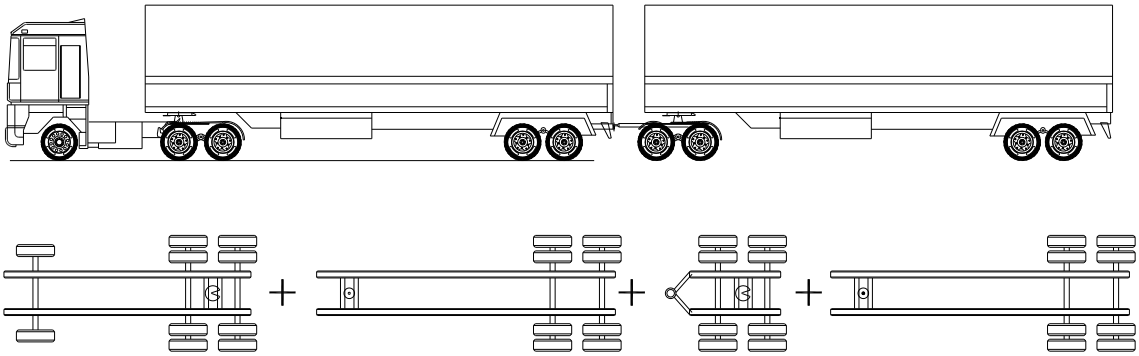


Figura I.7 Esquema de tractocamión-semirremolque-remolque con convertidor tipo “A”

Este tipo de acoplamiento entre unidades brinda flexibilidad a la combinación, cuyos puntos de articulación permiten que pueda seguirse con cierto ajuste trayectorias curvas. No obstante, la estructura y rigidez de las unidades, así como la ubicación de articulaciones, ejes y ruedas, limitan los espacios en los que este tipo de vehículos puede ejecutar maniobras de giro, particularmente cuando se desplaza a bajas velocidades y se requiere maniobras de giro cerradas.

La maniobrabilidad de una configuración tipo T-S-R depende, entre otros factores, del mecanismo de dirección y ubicación del eje direccional, de la posición longitudinal de la quinta rueda como punto de la primera articulación (entre el tractocamión y el semirremolque), de la posición longitudinal de los ejes de ambos semirremolques y de ubicación longitudinal de puntos de enlace y articulación entre el convertidor y los semirremolques. Aunque un indicador normativo para restringir la circulación de configuraciones articuladas hace alusión directa a la longitud total de la configuración, esta variable no es la más determinante en la definición de las características de maniobrabilidad.

El propósito de considerar la configuración T-S-R en este estudio es aportar elementos para entender mejor la base de las metodologías de análisis de la maniobrabilidad que brinden sustento a decisiones en torno a los espacios requeridos por este tipo de configuraciones que son de las más largas, al circular a baja velocidad en los espacios de maniobra. En la Figura 9 se ilustra una imagen de una configuración vehicular del tipo T-S-R, particularmente tipo T3-S2-R4 ya que se constituye por un tractocamión de 3 ejes, un semirremolque de 2 ejes y un remolque de 4 ejes.

Figura I.8 Configuración tractocamión doblemente articulado, T-S-R

1. Antecedentes

1.1 Configuraciones de la norma NOM-012-SCT-2-2017

Los vehículos considerados en este estudio son los que contempla la norma oficial mexicana NOM-012-SCT-2-2017, “Sobre el peso y dimensiones máximas con los que pueden circular los vehículos de autotransporte que transitan en las vías generales de comunicación de jurisdicción federal”. Los vehículos o configuraciones son clasificados atendiendo a su clase como se muestra en la Tabla 1.1, donde se indica también la nomenclatura con que son identificados (1).

Tabla 1.1 Clase: Vehículo o configuración nomenclatura

CLASE: Vehículo o configuración	Nomenclatura
autobús	B
camión unitario	C
tractocamión	T
convertidor	D
camión remolque	C-R
tractocamión articulado	T-S
tractocamión doblemente articulado	T-S-R y T-S-S

Considerando como base la clase del vehículo y la nomenclatura de la Tabla 1.1, se tienen otras clasificaciones para cada clase de acuerdo al número de ejes y número de llantas. La Figura 1.1 muestra la clasificación para los autobuses. La Figura 1.2 muestra la clasificación para camiones unitarios y para camiones con remolque. La Figura 1.3 muestra la clasificación para las combinaciones vehiculares de tractocamiones y semirremolques de acuerdo al número de ejes y al número de llantas. Finalmente, la Figura 1.4 muestran las clasificaciones para las combinaciones de tractocamión, semirremolque y remolque atendiendo tanto a la cantidad de ejes como de llantas.

AUTOBÚS (B)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	VEHÍCULO
B2	2	6	
B3	3	8 o 10	
B4	4	10	

Figura 1.1 Clasificación de autobuses por el número de ejes

CAMIÓN UNITARIO (C)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	VEHÍCULO
C2	2	6	
C3	3	8-10	
CAMIÓN-REMOLQUE (C-R)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	VEHÍCULO
C2-R2	4	14	
C3-R2	5	18	
C2-R3	5	18	
C3-R3	6	22	

Figura 1.2 Clasificación de camiones unitarios y camiones con remolque, considerando el número de ejes

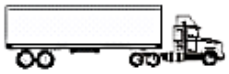
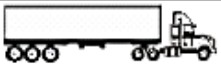
TRACTOCAMION ARTICULADO (T-S)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	CONFIGURACIÓN DEL VEHÍCULO
T2-S1	3	10	
T2-S2	4	14	
T2-S3	5	18	
T3-S1	4	14	
T3-S2	5	18	
T3-S3	6	22	

Figura 1.3 Clasificación de tractocamiones y semirremolques de acuerdo al número de ejes

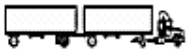
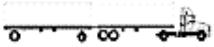
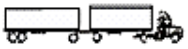
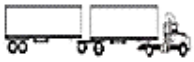
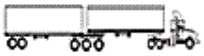
TRACTOCAMIÓN SEMIRREMOLQUE-REMOLQUE (T-S-R)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	CONFIGURACIÓN DEL VEHÍCULO
T2-S1-R2	5	18	
T2-S2-R2	6	22	
T2-S1-R3	6	22	
T3-S1-R2	6	22	
T3-S1-R3	7	26	
T3-S2-R2	7	26	
T3-S2-R3	8	30	
T3-S2-R4	9	34	
T2-S2-S2	6	22	
T3-S2-S2	7	26	
T3-S3-S2	8	30	

Figura 1.4 Clasificación de combinaciones vehiculares, tractor, semirremolque, remolque de acuerdo al número de ejes

Los vehículos unitarios y las combinaciones vehiculares descritas en la normativa mexicana, son medios de transporte utilizados para el movimiento de bienes y mercancías, comúnmente considerados como vehículos de largo itinerario. Muchas ciudades en el país han crecido rápidamente en los últimos años y mucho de este crecimiento se está dando fuera de los límites originales y algunas incluso más allá de los originalmente previsto. Las nuevas zonas urbanas de estas ciudades han absorbido rutas carreteras de servicio pesado por lo que inevitablemente hay mayor interacción entre vehículos de carga y pasaje de largo itinerario con el tránsito urbano citadino o local, detonando conflictos entre estos vehículos pesados, los vehículos ligeros y la infraestructura vial urbana, algunas de ellas no diseñadas pensando en el tránsito de vehículos de carga de grandes dimensiones. Sin duda estas situaciones deben causar preocupación para las autoridades de los diferentes órdenes de gobierno. Por tanto, su estudio y análisis se hace necesario para brindar información que ayude a tomar decisiones en la planificación de la infraestructura o bien en el mejor uso de la infraestructura ya existente, atendiendo principalmente el tema de espacios o trayectorias descritas por estos vehículos largos a bajas velocidades.

1.2 Descripción del concepto de maniobrabilidad

La maniobrabilidad de un vehículo está relacionada con la capacidad de cambiar de dirección, asociada a los espacios requeridos para la ejecución de una maniobra que involucre cambios en su trayectoria, [2]. Por tanto, considera básicamente la geometría de la unidad o unidades interconectadas, si fuera el caso, como las dimensiones, la ubicación y tipo de ejes, las articulaciones entre unidades y las amplitudes y características del eje direccional, es decir, del eje cuyas llantas pueden orientarse para facilitar los cambios de dirección. Además, para el intervalo de operación normal de un vehículo de carretera, los requerimientos más críticos se presentan cuando no hay efectos inerciales, es decir, cuando la maniobra se desempeña a baja velocidad.

El análisis de maniobrabilidad se realiza, en su forma básica, bajo la suposición de que el vehículo se desplaza a baja velocidad, ya que el concepto de maniobrabilidad se asocia con la necesidad de realizar maniobras en espacios reducidos sin efectos inerciales relevantes que produzcan fuerzas laterales en las ruedas. Esto significa que no hay ángulos de deslizamiento significativos durante la rotación de las ruedas cuando el vehículo debe negociar el giro a partir de un centro instantáneo de rotación y bajo el principio de Ackerman.

Las características de maniobrabilidad se expresan a través de dos indicadores principales: el radio de giro y la superficie barrida. Esta superficie barrida es esencialmente dependiente del primer indicador, el radio externo (máximo) y el radio interno (mínimo), que denota una superficie anular, como se ilustra en la Figura 1.5. No obstante, es común utilizar el radio mínimo de giro, comúnmente referido a la rueda interna del último eje de un vehículo o combinación vehicular.

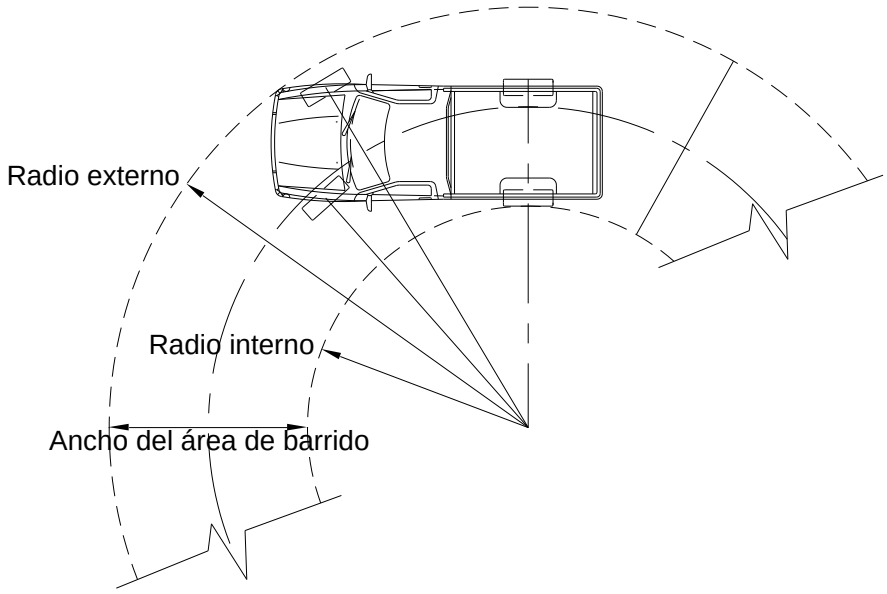


Figura 1.5 Radio externo y radio interno en una maniobra circular

Sobre la maniobrabilidad de vehículos, se han realizado diferentes estudios con mediciones para identificar las características de diferentes configuraciones vehiculares. La intención de los mismos fue apoyar en el análisis y en criterios de comparación con trazos en curvas de caminos para determinar la magnitud de la intromisión de ejes en espacios adyacentes o invasión de carriles. En ese sentido, algunas estimaciones pueden realizarse empleando modelos simplificados para contar con información aproximada de obtención rápida, aplicando metodologías experimentales y de modelos simplificados, (4) y (5).

1.3 El principio de Ackerman general

La aplicación de la condición de Ackerman implica que los ángulos que se forman con las ruedas para una geometría ideal de giro del vehículo, están dados por las siguientes ecuaciones:

$$\delta_e = \frac{L}{(R + \frac{t}{2})} \tag{1}$$

$$\delta_i = \frac{L}{(R - \frac{t}{2})} \tag{2}$$

Donde:

δ_e : Angulo de giro de la rueda exterior
δ_i : Angulo de giro de la rueda interior
δ: Angulo de giro promedio
O : centro instantáneo de rotación
L : Distancia entre ejes
R : distancia del centro de gravedad al centro instantáneo de rotación
t : Distancia entre ruedas por cada eje (considerando de centro a centro de cada rueda, ver Figura 1.2)

Considerando las ecuaciones anteriores, el ángulo medio de las ruedas delanteras (considerando que son ángulos pequeños) se define como el ángulo de Ackerman, por lo tanto, está dada como:

$$\delta = \frac{L}{R} \tag{3}$$

Descrito lo anterior, en las literaturas se puede encontrar esta definición bajo los términos de Dirección de Ackerman, Geometría de Ackerman o simplemente Ackerman, para referirse a la geometría exacta de las ruedas delanteras según la Figura 1.6.

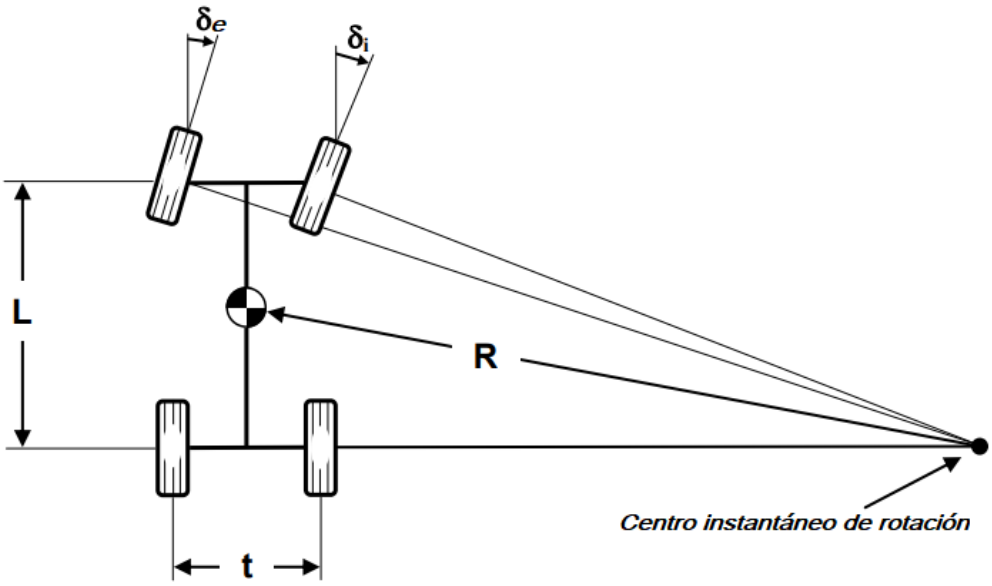


Figura 1.6 Geometría de giro de un vehículo

Como se puede observar en la Figura 1.6, el ángulo formado por la rueda externa es menor que el ángulo formado por la rueda interna, cuando esta se encuentra desplazándose con un giro de la dirección hacia la derecha. Cabe mencionar que el movimiento de traslación lateral que es generada por la caja de dirección es conducido por medio de barras a los brazos de los bujes de las ruedas. La geometría

que tiene este tipo de mecanismo normalmente no es un paralelogramo, ya que de ser así giraría ambas ruedas a un mismo ángulo, sino que se forma un trapezoide que es muy aproximado a la geometría de “Ackerman” lo que hace girar a un ángulo mayor la rueda interior respecto de la rueda exterior. Un adecuado diseño de la geometría de Ackerman, estará en función de la distancia entre ejes (L) y la distancia de la entrevía delantera (t), los métodos para el diseño no son tan complejos y se encuentran en muchas de las literaturas asociadas con el diseño de vehículos.

1.3.1 El análisis básico con todas las ruedas

Para realizar un análisis básico de un vehículo unitario de cuatro ruedas, en cuyo caso las directrices son las ruedas delanteras y considerando que el vehículo se desplaza a baja velocidad, existe una condición cinemática entre la rueda interior y la rueda exterior, lo que permite efectuar una trayectoria de una curva sin que se produzca deslizamiento. Para lograr lo anterior, todas las ruedas deben realizar el giro respecto al mismo centro de rotación O, conocido también como centro instantáneo de rotación. Lo que se ha denominado anteriormente como condición de Ackerman, y que se puede expresar con la siguiente fórmula.

$$\cot \delta_e - \cot \delta_i = \frac{t}{L} \tag{4}$$

En esta fórmula, δ_e es el ángulo de la rueda exterior, mientras que δ_i es el ángulo de la rueda interior, t es la distancia entre los ejes a partir de los cuales se da el pivoteo de ambas ruedas y L la distancia entre los ejes delantero y trasero del vehículo, como se observa en la Figura 1.7.

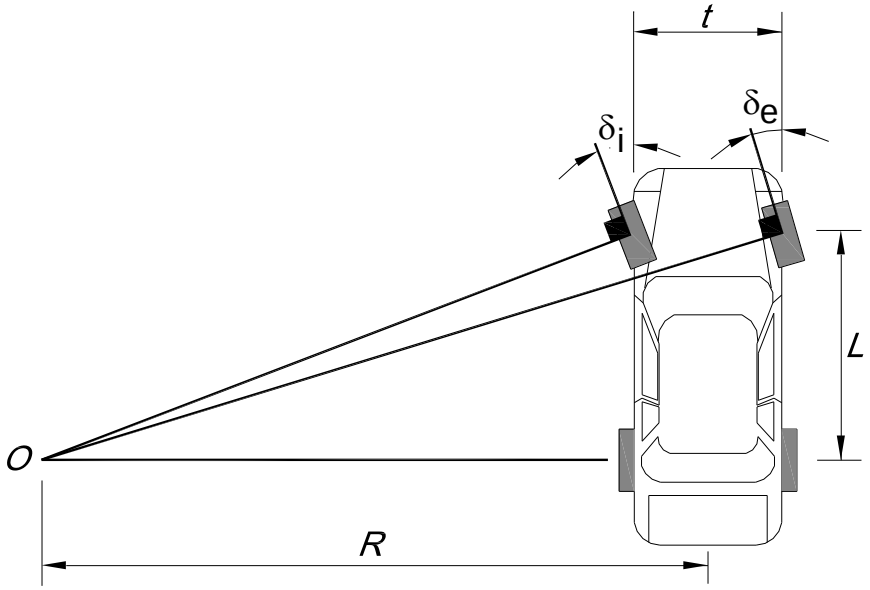


Figura 1.7 Parámetros de la condición de Ackerman

Se puede obtener una expresión que relaciona estos parámetros considerando las relaciones trigonométricas que existen entre las ruedas, el vehículo y el centro de rotación.

Como primer paso se puede calcular los ángulos de inclinación δ_e y δ_i de la siguiente manera:

$$\tan \delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}} \tag{5}$$

$$\tan \delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}} \tag{6}$$

Por lo que despejando R en ambas ecuaciones e igualando se obtiene la expresión siguiente:

$$\frac{L}{\tan \delta_e} - \frac{t}{2} = \frac{L}{\tan \delta_i} + \frac{t}{2} \tag{7}$$

Pero simplificando la expresión anterior puede también escribirse como

$$\cot \delta_e - \cot \delta_i = \frac{t}{L} \tag{8}$$

Tomando en cuenta las relaciones matemáticas anteriores podemos decir que cualquier dispositivo del sistema de dirección que cumpla con la condición de Ackerman se puede denominar como mecanismo de Ackerman o dirección de Ackerman. Se puede decir que a pesar de que no es posible conseguir que la condición de Ackerman se cumpla perfectamente con un mecanismo de cuatro barras, es posible y de hecho así suele ser en la mayoría de los vehículos diseñados, diseñar un mecanismo trapezoidal semejante al de la Figura 1.8, ya que su funcionamiento se ajusta con suficiente precisión a lo deseado. Para concluir este apartado, resulta conveniente simplificar el modelo de dirección de un vehículo tipo Ackerman a otro más simple como es el modelo bicicleta.

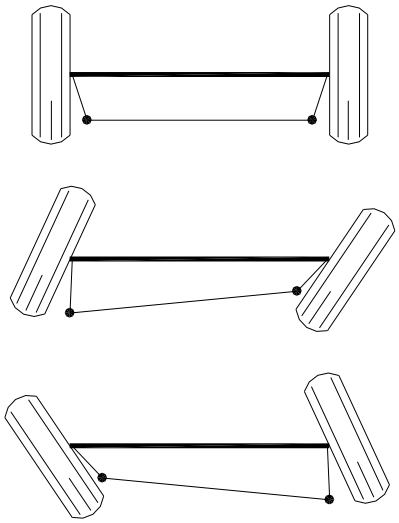


Figura 1.8 Geometría trapezoidal del paralelogramo de dirección

1.3.2 La simplificación con el modelo bicicleta

La revisión de los apartados anteriores, ayudo a entender el mecanismo de dirección de Ackerman, sin embargo, el simplificar el modelo de dirección Ackerman como modelo bicicleta ayudará a su rápido análisis, ya que para ello se definirá un modelo con la misma distancia entre ejes L, e igual radio de giro R como se describe en la Figura 1.9.

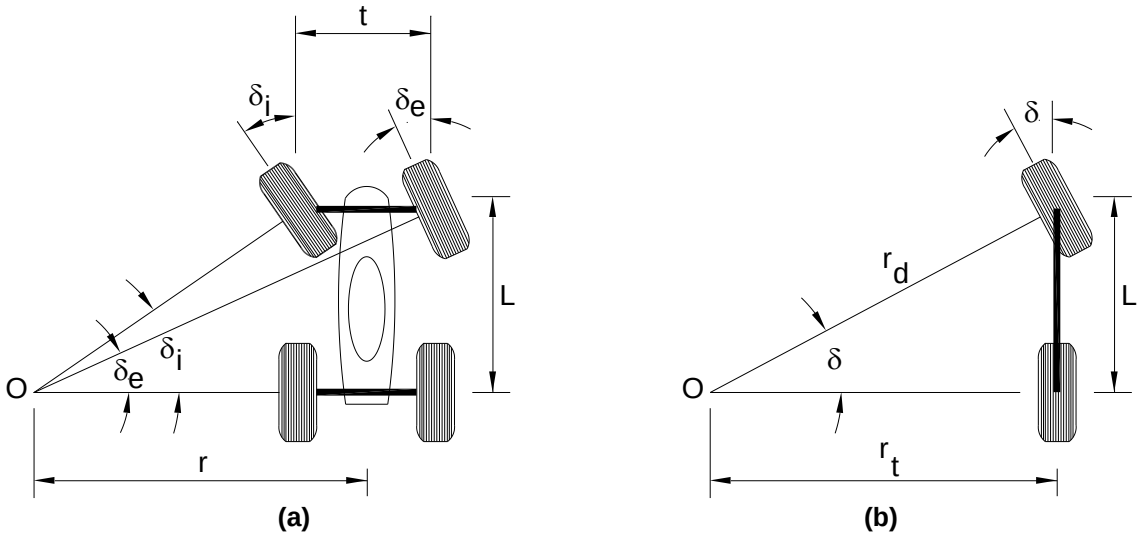


Figura 1.9 (a) Modelo tipo Ackerman, (b) Modelo tipo bicicleta

Estos modelos se relacionan mediante el llamado ángulo de Ackerman o ángulo de dirección, el cual se calcula a partir de los ángulos δ_e y δ_i de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\cot\delta = \frac{\cot\delta_e + \cot\delta_i}{2} \tag{9}$$

O bien a partir del radio de giro con la fórmula trigonométrica tangente se puede obtener las siguientes relaciones:

$$\tan\delta = \frac{L}{r_t} \tag{10}$$

$$sen\ \delta = \frac{L}{r_d} \tag{11}$$

Donde:

rt : es el radio interno del modelo bicicleta (ver Figura 1.9(b))
rd : es el radio externo del modelo bicicleta (ver Figura 1.9(b))

O bien reordenando se puede encontrar los radios r_d y r_t como:

$$r_t = \frac{L}{\tan\delta} \tag{12}$$

$$r_d = \frac{L}{\operatorname{sen}\delta} \tag{13}$$

Con los valores obtenidos de los radios r_d y r_t, y el valor de la distancia entre ruedas t, y el ancho del vehículo se puede obtener el área de barrido requerida por el vehículo. Se forman dos círculos los cuales describirán el área de barrido a partir del radio interno (ri), el cual corresponde a uno de los extremos ubicado a partir del punto que pasa por la carrocería y por el eje trasero del vehículo y por otro lado el radio externo (re), que es ubicado hasta el punto de la esquina exterior delantera del vehículo, tal y como se muestra en la Figura 1.10, donde se describe un vehículo unitario en el que se acota como volado trasero (Vt), a la distancia entre el eje trasero y el punto más alejado de la parte trasera del vehículo, en tanto que por otro lado se tiene el volado delantero (Vd) de forma similar, es decir desde el eje delantero hasta el punto frontal más alejado del vehículo, y finalmente A se considera como la cota del ancho total del vehículo.

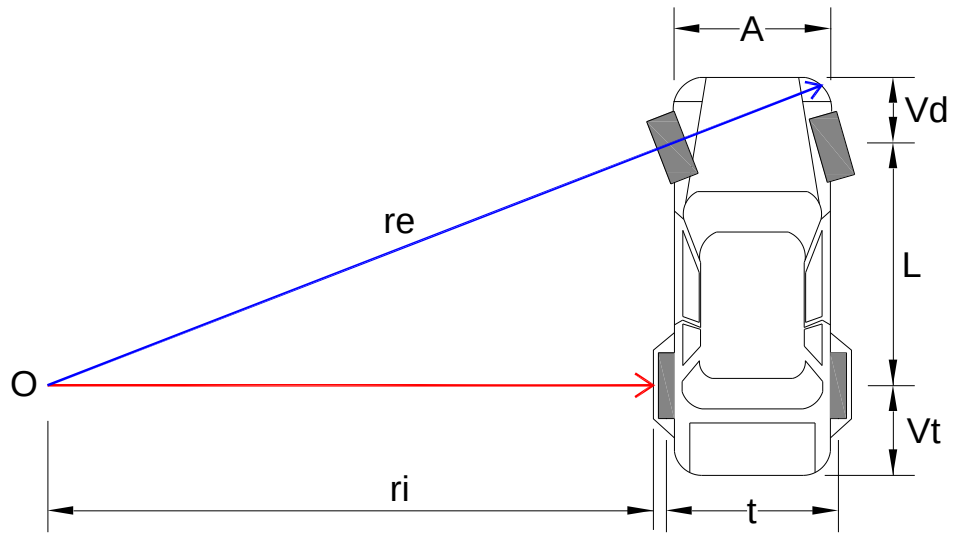


Figura 1.10 Modelo de vehículo unitario, con radios para obtener área de barrido

Con las expresiones matemáticas siguientes se puede obtener los radios interno y externo para determinar el área de barrido de un vehículo unitario.

$$ri = tan^{-1}\left(\frac{L+Vd}{r_t+\frac{A}{2}}\right) \tag{14}$$

$$re = \sqrt{\left(r_t + \frac{A}{2}\right)^2 + (L + Vd)^2} \tag{15}$$

En donde:

ri : Radio interno de barrido
re : Radio externo de barrido
r_t : Radio del eje trasero para el modelo bicicleta
L : Distancia de separación entre ejes
A : Ancho de la carrocería del vehículo
Vt : volado trasero del vehículo
Vd : Volado delantero del vehículo

Si ahora partimos en sentido inverso podremos determinar el ángulo de orientación de las llantas del eje direccional considerando que se deba cubrir un determinado radio interno r_t que servirá para saber si un vehículo con ciertas características geométricas será capaz de circular a través de una infraestructura dada, para este caso las siguientes expresiones matemáticas ayudarán para determinar ese valor necesario en las ruedas de dirección para cumplir con la maniobrabilidad deseada, [3].

$$\delta_i = tan^{-1}\left(\frac{L}{r_t - A/2}\right) \tag{16}$$

$$\delta_e = tan^{-1}\left(\frac{L}{r_t + A/2}\right) \tag{17}$$

1.4 Objetivos y alcances

Existen vehículos unitarios y combinaciones vehiculares con diversas formas de arreglo en sus ejes, existen vehículos unitarios con más de un eje direccional, también existen combinaciones vehiculares con la versatilidad de variar la distancia entre sus ejes y la posición de la quinta rueda, y para el caso de las combinaciones vehiculares dobles se presenta la posibilidad de usar un convertidor de una o dos lanzas para su acoplamiento, lo que lleva a considerar que lo que parece ser simple, tiene una complejidad mayor por las múltiples variantes que pueda presentar. Bajo la necesidad de entender el comportamiento y el manejo del espacio de todas las unidades, es necesario identificar los fundamentos de su desarrollo y de esa manera, contar con modelos elaborados bajo esquemas simplificados que, aunque tengan menores alcances de aplicación, puedan estar disponibles para el público interesado. Por tanto, con el fin de dar las bases para el análisis de maniobrabilidad de configuraciones específicas, este estudio tiene el propósito de analizar las características de maniobrabilidad de vehículos considerados en la normatividad mexicana, en términos de radios de giro y espacio barrido. Se complementan en este análisis el cumplimiento del principio de Ackerman y el acondicionamiento del modelo bicicleta para representar todas las configuraciones establecidas en la normatividad mexicana, la cual no considera dimensiones en cuanto a la posición de los ejes.

En su desarrollo, el estudio considera el análisis de maniobrabilidad partiendo de las características geométricas de las unidades, sin involucrar efectos particulares del desempeño o comportamiento dinámico; es decir, considerando solamente movimientos a muy baja velocidad. Considera, además todos los vehículos unitarios y combinaciones vehiculares de una o dos unidades de arrastre. Se describen los modelos matemáticos y la metodología utilizada para ser aplicada a nuevos modelos de vehículos que aparezcan en el mercado.

2. Vehículos para pasajeros

2.1 Los vehículos unitarios

Los vehículos unitarios con ejes direccionables, pueden ser configurados de diferentes formas, las más comunes van desde ejes direccionables en alguno de los ejes traseros a parte del propio eje delantero con el que se da la conducción del vehículo, el cual puede ser inclusive de dos ejes de dirección, en cada una de estas configuraciones, la maniobrabilidad tendrá diferente efecto. En la Figura 2.1 se ilustra la configuración de los autobuses considerados en la normatividad mexicana (1).

AUTOBÚS (B)			
NOMENCLATURA	NÚMERO DE EJES	NÚMERO DE LLANTAS	VEHÍCULO
B2	2	6	
B3	3	8 o 10	
B4	4	10	

Figura 2.1 Posibles configuraciones de vehículos unitarios con ejes direccionables

En la Figura 2.1 . (B2) Vehículo con eje direccionable delantero y eje trasero direccionable, (B3) Vehículo con eje delantero direccionable y, segundo o tercer eje direccionable, (B4) vehículo con dos ejes delanteros direccionables y ejes traseros fijos (tercer y cuarto eje). La maniobrabilidad de cada una de las configuraciones de la Figura 2.1, se evaluará para determinar sus ventajas para realizar maniobras a baja velocidad, por el momento se descarta sus ventajas que puedan tener entre ellos para su capacidad de carga, ya que a mayor número de ejes será menor la carga soportada por cada una de las ruedas.

2.2 Vehículos articulados para pasajeros (autobuses)

Los autobuses articulados son una opción para agilizar la movilidad de las personas en las grandes ciudades, sin embargo, su eficiencia dependerá de la armonía que exista con la infraestructura, ya que requerirá de espacios mayores para realizar maniobras, lo cual puede verse afectada drásticamente por el congestionamiento en las grandes ciudades, y los trazos de las calles disponibles ya que estos vehículos tienen una longitud de al menos 24 m, con capacidades entre 60 y 64 personas, este tipo de configuración es similar a un vehículo unitario con un

remolque, en este presente estudio es incluido indirectamente este tipo de configuración, al ser similar a una configuración tipo T-S, por lo que su metodología y análisis pueden ser aplicados directamente a este tipo de arreglo. En la Figura 2.2 se muestran ejemplos de vehículos articulados para pasajeros

Figura 2.2 Vehículos articulados para pasajeros

2.3 Casos de estudio de vehículos unitarios

2.3.1 Vehículo unitario de dos ejes. Ambos son direccionables

Como primer caso de extensión del modelo bicicleta para el análisis de maniobrabilidad, se considera un vehículo unitario de dos ejes en el que los dos son direccionables. La Figura 2.3 esquematiza las dimensiones principales, en las que se indica la distancia base entre ejes (L), la entrevía delantera (T_d), la trasera (T_t) y el ancho total, así como las salientes frontal y posterior, conocidos comúnmente como volados, delantero (v_d) y trasero (v_t).

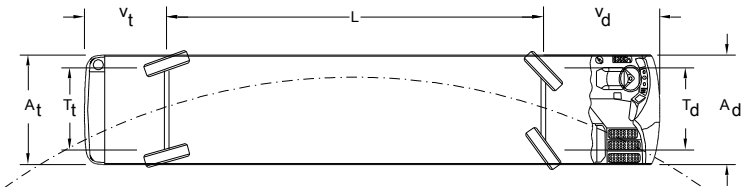


Figura 2.3 Variables geométricas globales de un vehículo unitario de dos ejes

Para este vehículo, la representación comprimida lateralmente al modelo bicicleta se indica en la Figura 2.4. En este caso de análisis, se considera que el giro de orientación de las ruedas en uno y otro eje es opuesto para darle congruencia al movimiento de rotación, además de ángulos de diferente magnitud en cada eje. De

acuerdo al esquema, partiendo del conocimiento de los ángulos de orientación de las ruedas, tanto delantero (δ_d) como trasero (δ_t), y la distancia entre ejes (L), inicialmente se obtiene el radio de referencia r_c, como se indica:

$$r_c = \frac{L}{\tan\delta_d \ + \ \tan\delta_t} \tag{18}$$

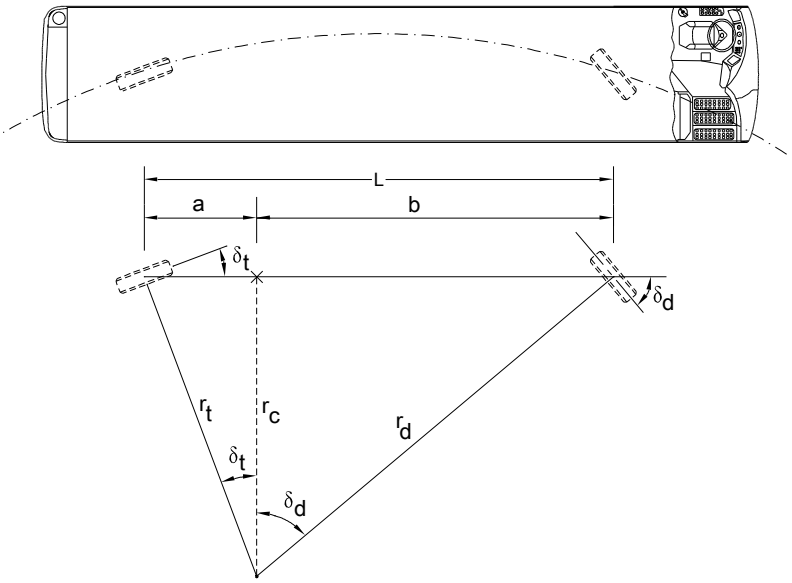


Figura 2.4 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario con dos ejes direccionables

A partir de ese ángulo, se determinan los radios de giro que describen cada una de las ruedas:

$$r_d = \frac{r_c}{\cos\delta_d} \tag{19}$$

$$r_t = \frac{r_c}{\cos\delta_t} \tag{20}$$

Además, las variables de apoyo (distancias a y b) se expresan como:

$$a = r_t sen\delta_t \tag{21}$$

$$b = r_d sen\delta_d \tag{22}$$

Para el vehículo con su geometría original, los radios extremos se obtienen entonces de las variables resueltas con el modelo bicicleta. Así, considerando las dimensiones globales del vehículo esquematizadas en la Figura 2.4 y el esquema de la Figura 2.5, los radios para definir la superficie de barrido a partir de la trayectoria generada por las ruedas son:

$$r_{di} = \sqrt{b^2 + \left(r_c - {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{23}$$

$$r_{de} = \sqrt{b^2 + \left(r_c + {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{24}$$

$$r_{ti} = \sqrt{a^2 + \left(r_c - {}^{T_t}/_{2}\right)^2} \tag{25}$$

$$r_{te} = \sqrt{a^2 + \left(r_c + {}^{T_t}/_{2}\right)^2} \tag{26}$$

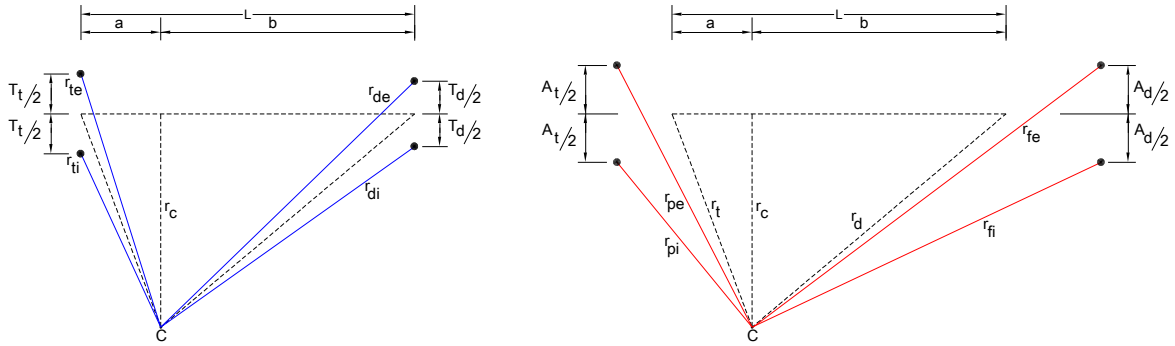


Figura 2.5 Esquema para determinar radios de giro a ruedas y a extremos del vehículo a partir del modelo bicicleta

Por otro lado, considerando los extremos, se obtienen los radios siguientes:

$$r_{fi} = \sqrt{(b + v_d)^2 + \left(r_c - {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{27}$$

$$r_{fe} = \sqrt{(b + v_d)^2 + \left(r_c + {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{28}$$

$$r_{pi} = \sqrt{(a + v_t)^2 + \left(r_c - {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{29}$$

$$r_{pe} = \sqrt{(a + v_t)^2 + \left(r_c + {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{30}$$

De acuerdo al escenario de giro, se generará el espacio de barrido. En general, el ancho de barrido entre trayectorias de ruedas extremas sería entre las generada por la rueda delantera externa y la trasera interna:

$$A_{dt} = r_{de} - r_{ti} \tag{31}$$

Por otro lado, el ancho máximo del espacio de barrido generado por los puntos extremos podría ser entre la esquina frontal externa y la trayectoria de la rueda trasera interna o, en situación especial, hacia la parte interna de la estructura donde se calcula r_c:

$$A_{ft} = r_{fe} - r_{ti} \tag{32a}$$

$$A_{fc} = r_{fe} - \left(r_c - \frac{A}{2}\right) \tag{32b}$$

Con estas expresiones es entonces posible estimar las trayectorias, radios y espacios de barrido para un vehículo unitario de dos ejes, considerando que ambos tengan capacidad direccional.

2.3.2 Vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo son ejes direccionables

En un segundo caso de extensión del modelo bicicleta, se toma de base un vehículo unitario con tres ejes, como el mostrado esquemáticamente en la Figura 2.6. A diferencia del caso anterior, los ejes direccionables son el primero y segundo, con el segundo muy cerca del tercer eje, por lo que en esta configuración la orientación de las ruedas direccionales es para todas en el mismo sentido.

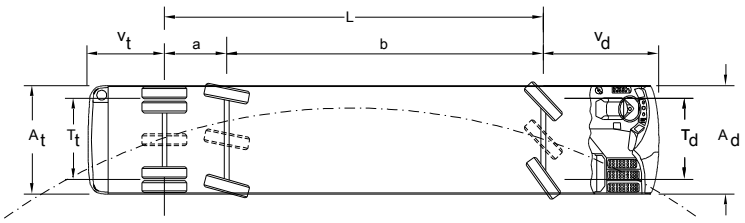


Figura 2.6 Variables geométricas globales de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

Teniendo como datos de entrada la distancia base entre ejes (L) y la separación entre ellos (a y b), con apoyo del esquema de la Figura 2.7, los radios descritos por cada rueda son:

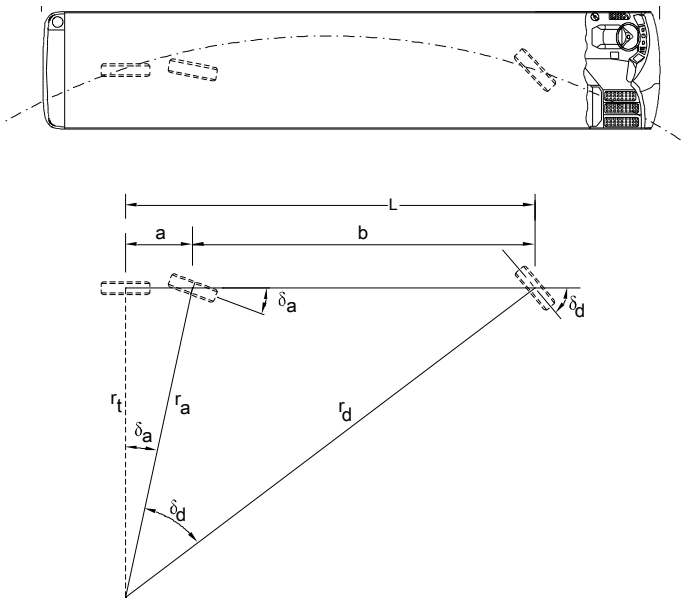


Figura 2.7 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

$$r_d = \frac{L}{sen\ \delta_d} \tag{33}$$

$$r_a = \frac{a}{sen\ \delta_a} \tag{34}$$

$$r_t = \frac{L}{\tan \delta_d} = \frac{a}{\tan \delta_a} \tag{35}$$

Además, se obtiene la relación entre los ángulos de acuerdo a su ubicación longitudinal, enunciado como:

$$\frac{a}{L} = \frac{\tan \delta_a}{\tan \delta_d} \tag{36}$$

Conociendo los radios a partir del modelo bicicleta, los radios que describirían las ruedas serían los que se muestran en la Figura 2.8.

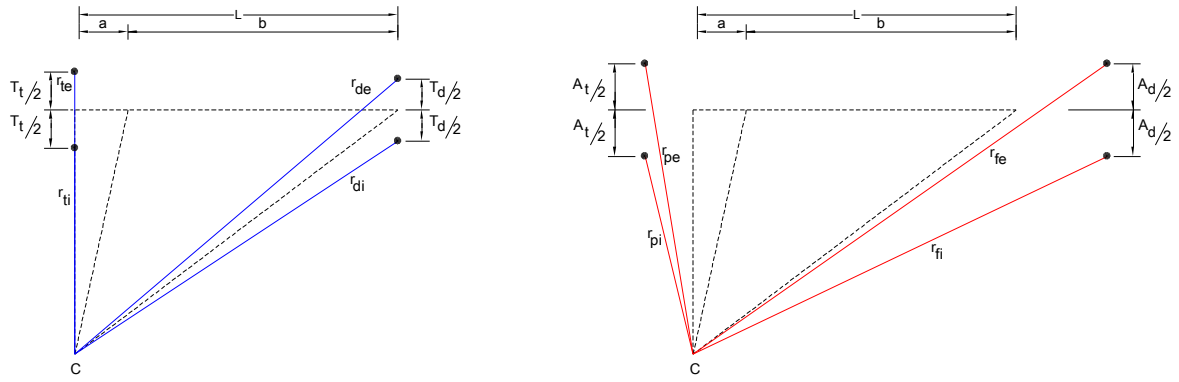


Figura 2.8 Radios extremos de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

$$r_{di} = \sqrt{L^2 + \left(r_t - {}^{T_d}/_2\right)^2} \tag{37}$$

$$r_{de} = \sqrt{L^2 + \left(r_t + {}^{T_d}/_2\right)^2} \tag{38}$$

$$r_{ti} = r_t - {}^{T_t}/_2 \tag{39}$$

$$r_{te} = r_t + {}^{T_t}/_2 \tag{40}$$

Complementariamente, los radios hacia puntos extremos de la estructura del vehículo, son:

$$r_{fi} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t - {}^{A_d}/_2\right)^2} \tag{41}$$

$$r_{fe} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t + {}^{A_d}/_2\right)^2} \tag{42}$$

$$r_{pi} = \sqrt{(v_t)^2 + \left(r_t - {}^{A_t}/_2\right)^2} \tag{43}$$

$$r_{pe} = \sqrt{(v_t)^2 + \left(r_t + {}^{A_t}/_2\right)^2} \tag{44}$$

Geométricamente, se puede determinar que el ancho del espacio barrido entre trayectorias de ruedas es:

$$A_{dt} = r_{de} - r_{ti} \tag{45}$$

Mientras que el ancho del espacio máximo de barrido generado por los puntos extremos podría ser:

$$A_{ft} = r_{fe} - r_{ti} \tag{46}$$

Así, es posible estimar las trayectorias, radios y espacios de barrido para un vehículo unitario de tres ejes cuando el primero y el segundo tienen la capacidad direccional.

2.3.3 Vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer eje son direccionables

El tercer caso es similar al anterior, con la diferencia de que el segundo eje es fijo y el tercero el direccional en la parte posterior, por lo que la congruencia del movimiento requiere que las ruedas de un eje se orientan en sentido opuesto al del otro eje. El esquema con las dimensiones principales se muestra en la Figura 2.9, indicando, además de las variables de dimensión comunes, que la distancia entre el segundo y tercer eje se denota fuera de la distancia L.

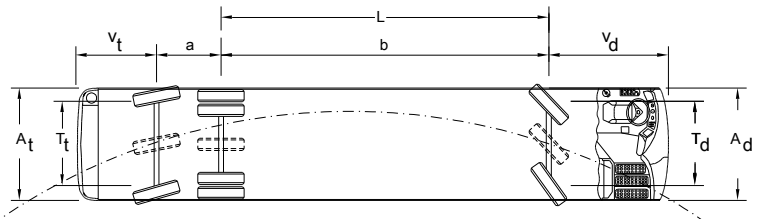


Figura 2.9 Modelo de vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables

El modelo bicicleta extendido correspondiente, se esquematiza en la Figura 2.10. Conforme a la similitud con el modelo anterior, las expresiones de los radios de giro son:

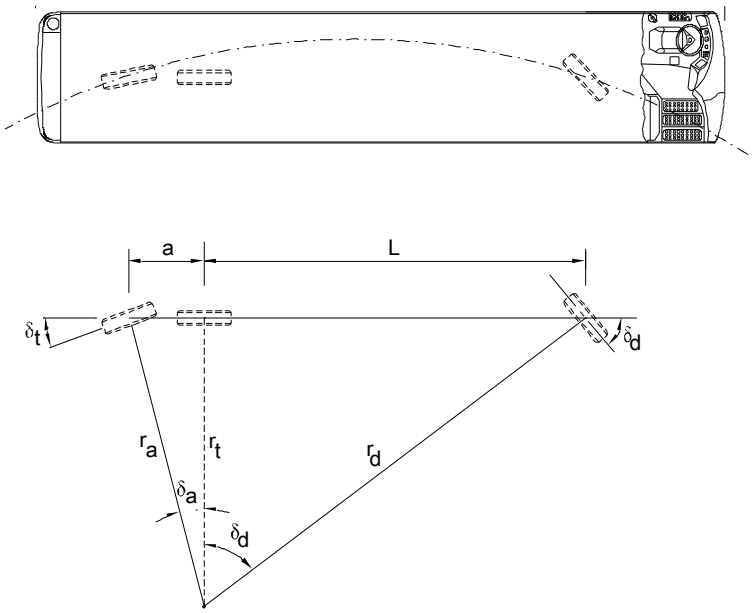


Figura 2.10 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables

$$r_d = \frac{L}{sen\ \delta_d} \tag{47}$$

$$r_a = \frac{a}{sen\ \delta_a} \tag{48}$$

$$r_t = \frac{L}{\tan \delta_d} = \frac{a}{\tan \delta_a} \tag{49}$$

Así mismo, la relación entre los ángulos de orientación de las respectivas ruedas direccionales depende de la relación entre las distancias de su ubicación, como se indica:

$$\frac{a}{L} = \frac{\tan \delta_a}{\tan \delta_d} \tag{50}$$

Los radios extendidos a sus puntos extremos, se obtienen conforme se indica en el esquema de la Figura 2.11. Estos radios son:

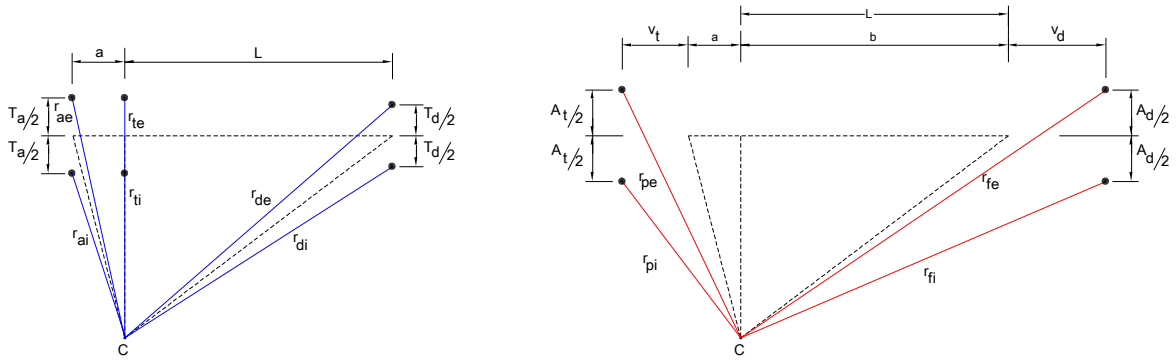


Figura 2.11 Radios extremos de un vehículo unitario de tres ejes. Primer y tercer ejes son direccionables

$$r_{di} = \sqrt{L^2 + \left(r_t - {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{51}$$

$$r_{de} = \sqrt{L^2 + \left(r_t + {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{52}$$

$$r_{ti} = r_t - {}^{T_t}/_{2} \tag{53}$$

$$r_{te} = r_t + {}^{T_t}/_{2} \tag{54}$$

Adicionalmente, los radios descritos por las ruedas direccionales en el último eje son:

$$r_{ai} = \sqrt{a^2 + \left(r_t - {}^{T_a}/_{2}\right)^2} \tag{55}$$

$$r_{ae} = \sqrt{a^2 + \left(r_t + {}^{T_a}/_{2}\right)^2} \tag{56}$$

Por otro lado, los radios hacia los puntos extremos en la estructura del vehículo, son:

$$r_{fi} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t - {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{57}$$

$$r_{fe} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t + {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{58}$$

$$r_{pi} = \sqrt{(v_t)^2 + \left(r_t - {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{59}$$

$$r_{pe} = \sqrt{(v_t)^2 + \left(r_t + {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{60}$$

Siguiendo con la similitud geométrica del caso anterior, el ancho del espacio de barrido entre trayectorias de ruedas es:

$$A_{dt} = r_{de} - r_{ti} \tag{61}$$

La estimación del ancho del espacio máximo de barrido generado por los puntos extremos es:

$$A_{ft} = r_{fe} - r_{ti} \tag{62}$$

En general, las expresiones para determinar los radios son similares al caso anterior, con la coincidencia que ambos tienen un eje direccional en la parte posterior.

2.3.4 Vehículo unitario, cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

Como caso final, aquí se trata un vehículo unitario de cuatro ejes con el primero y segundo direccional, en la parte frontal, y con dos ejes fijos del tipo de carga/tracción en tándem. Aunque este vehículo tendría una disposición similar al de tres ejes, con el primero y segundo eje direccional, aquí la diferencia principal es el conjunto de ejes en la parte posterior que, con fines de simplificación, se modelan como un solo eje. El esquema del vehículo y sus parámetros dimensionales se presentan en la Figura 2.12.

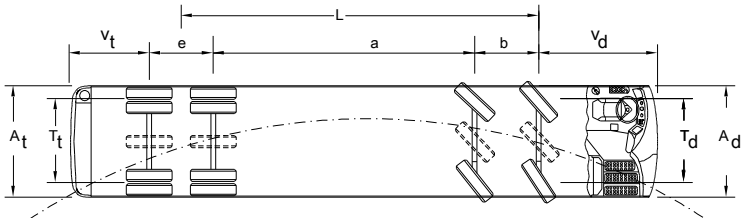


Figura 2.12 Modelo de representación de vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

Es necesario indicar que la distancia base entre ejes en el esquema anterior, normalmente designada como “L” en este informe, se representa de una manera

diferente considerando los fines de análisis y la distancia “e” entre ejes en el conjunto de ejes trasero (tándem). Esto indica una definición no convencional del volado trasero y la base para las distancias de separación entre ejes a utilizar en el modelo bicicleta extendido. Apoyados en esas condiciones, bajo la suposición de la utilización de esas distancias redefinidas, en la Figura 2.13 se presenta la reducción al modelo bicicleta extendido correspondiente a este vehículo, en el que se indica, además:

$$L = a + b + \frac{e}{2} \tag{63}$$

$$a_m = a + \frac{e}{2} \tag{63a}$$

La redefinición de esas distancias implica, necesariamente, mantener la suposición de que las proyecciones de los ejes de todas las ruedas convergen en un sólo punto. Sin embargo, dado el paralelismo de los ejes en el conjunto trasero, esto no se cumple estrictamente, lo que obliga en la realidad a que haya deformación en las llantas y las proyecciones de esos ejes no sean paralelas. No obstante, como una aproximación para el análisis, se supone la representación de un solo eje en el centro geométrico del conjunto tándem.

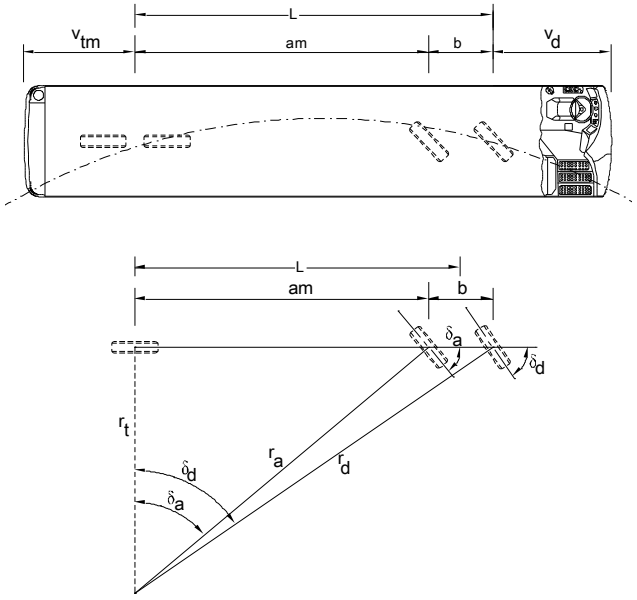


Figura 2.13 Modelo de bicicleta para representar un vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

Con base en el modelo establecido con esas condiciones, los radios básicos de giro son:

$$r_d = \frac{L}{sen\ \delta_d} \tag{64}$$

$$r_a = \frac{a_m}{sen\ \delta_a} \tag{65}$$

$$r_t = \frac{L}{\tan \delta_d} = \frac{a_m}{\tan \delta_a} \tag{66}$$

Como era de esperarse, dada la similitud de este modelo con el del vehículo C3 con el primero y segundo eje direccional, se obtiene idéntica relación entre los ángulos de orientación de las respectivas ruedas direccionales:

$$\frac{a_m}{L} = \frac{\tan \delta_a}{\tan \delta_d} \tag{67}$$

Finalmente, con apoyo de la Figura 2.14, se obtienen los radios a puntos extremos de referencia, como son las ruedas y las esquinas del vehículo. Estos radios son:

$$r_{di} = \sqrt{L^2 + \left(r_t - {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{68}$$

$$r_{de} = \sqrt{L^2 + \left(r_t + {}^{T_d}/_{2}\right)^2} \tag{69}$$

$$r_{ti} = r_t - {}^{T_t}/_{2} \tag{70}$$

$$r_{te} = r_t + {}^{T_t}/_{2} \tag{71}$$

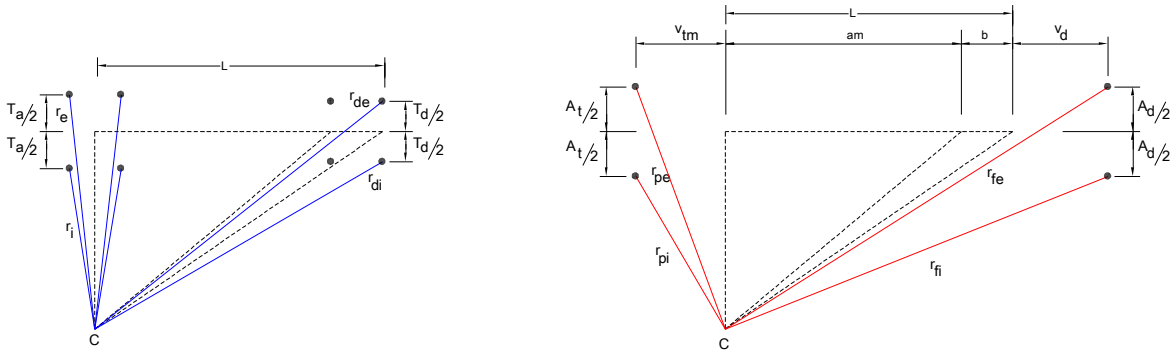


Figura 2.14 Radios extremos de un vehículo unitario de cuatro ejes. Primer y segundo ejes son direccionables

Complementariamente, los radios de las ruedas del segundo eje, podrían estimarse de la siguiente forma:

$$R_i = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(r_t - {}^{T_t}/_{2}\right)^2} \tag{72}$$

$$R_e = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(r_t + {}^{T_t}/_{2}\right)^2} \tag{73}$$

Así mismo, los radios hacia los puntos extremos del vehículo quedarían como sigue:

$$r_{fi} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t - {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{74}$$

$$r_{fe} = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t + {}^{A_d}/_{2}\right)^2} \tag{75}$$

$$r_{pi} = \sqrt{(v_{tm})^2 + \left(r_t - {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{76}$$

$$r_{pe} = \sqrt{(v_{tm})^2 + \left(r_t + {}^{A_t}/_{2}\right)^2} \tag{77}$$

Para este modelo en particular, se pueden manejar otras suposiciones respecto a la representación del tándem de ejes en la parte posterior. Una de ellas sería considerar la distancia de referencia entre ejes “L” desde el primero hasta el último. No obstante, es común utilizar hacia el punto medio del eje trasero, como se manejó en este modelo. Así, el espacio barrido que implica las trayectorias de las ruedas se denota a partir de la diferencia de los radios de la siguiente manera:

$$A_{dt} = r_{de} - r_{ti} \tag{78}$$

El ancho del espacio máximo de barrido sería, en consecuencia, el obtenido a partir de los radios hacia los puntos extremos:

$$A_{ft} = r_{fe} - r_{ti} \tag{79}$$

En general, las expresiones anteriores son suficientes para determinar los radios de giro a los puntos principales del vehículo, como las ruedas o los extremos de su estructura. En todos los casos, se toma de base el modelo bicicleta y se observan ciertas similitudes en las expresiones obtenidas, por lo que pueden ser

representativas un pequeño conjunto de ellas. Así, los radios determinantes para los espacios de barrido son, en general, el mayor y el menor hacia las ruedas, designados respectivamente como r_{de} y r_{ti}, como el correspondiente al punto extremo, r_{fe} y el menor de todos, comúnmente r_{ti}, salvo el caso de r_c en el primer modelo. Cabe indicar que los radios calculados hacia las trayectorias de las ruedas son hacia el punto central del ancho de las ruedas, que pueden ser ajustados hacia la proyección al piso de sus caras. Así mismo, la distancia base entre ejes, indicada aquí de manera genérica como “L”, puede ser definida de una manera diferente a la posición geométrica de los ejes fijos en la parte posterior, como podría ser por número de llantas en uno y otro eje o por proporción de la carga soportada verticalmente, entre otros.

2.3.5 Análisis paramétrico de vehículos unitarios

2.3.5.1 Relación de ángulos en vehículos unitarios

La configuración de los ejes direccionables en los modelos representados, requieren de una relación de dependencia geométrica en tres de los cuatro modelos para cumplir con el principio de Ackerman y las suposiciones de rodamiento puro, de no deslizamiento y de no patinamiento para girar en torno al mismo punto. Esta restricción es una relación geométrica que se expresa a través de las relaciones (50), (64) y (67). Por esta razón, en esos vehículos no se puede parametrizar con valores diferentes que se desvíen de esa relación. Sin embargo, el modelo que representa un vehículo unitario de dos ejes con ambos direccionables, puede manejarse cualquier relación de giro entre las ruedas de uno y otro eje en el intervalo práctico de operación, lo que se representa en la Figura 2.15. Para el ejemplo, se utilizó un vehículo genérico de llantas sencillas con idéntica entrevía delantera y trasera, en el que el ángulo mayor se presenta en el eje delantero.

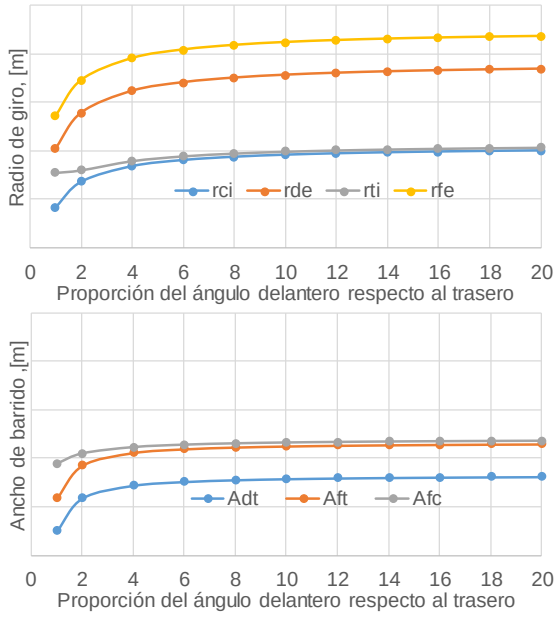


Figura 2.15 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la relación entre el giro en los ejes direccionables

Como puede observarse, los menores radios de giro se presentan para idéntico ángulo de giro en ambos ejes, es decir, proporción de 1:1, que se van incrementando a medida que la proporción crece, tendiendo a estabilizarse a partir de la proporción 6:1. Así mismo, los radios de mayor valor corresponden a los descritos por los puntos externos a la curva, la llanta delantera (r_{de}) y la parte frontal (r_{fe}), manteniendo un paralelismo entre sí, lo cual no ocurre con los radios de la llanta trasera interna (r_{ti}) y el generado por el punto intermedio entre los ejes e interno a la estructura (r_{ci}), cuya convergencia entre sí presenta una mayor cercanía a partir del valor de proporción 4:1.

Respecto al ancho del espacio de barrido, se observa de manera similar que los anchos más pequeños se presentan para la proporción 1:1, siendo el mayor el descrito entre el radio del punto exterior frontal y el punto intermedio sobre la estructura entre los ejes (a partir del ancho en el punto de r_{ci}) que a partir de la proporción 4:1 tiene una cercanía de coincidencia con el ancho A_{ft} obtenido del radio r_{fe} y el radio r_{ti}. A partir de una proporción cercana a 5:1, los anchos de la zona de barrido presentan ya poco incremento.

2.3.5.2 Distancia entre ejes en vehículos unitarios

Excepto el modelo del vehículo con dos ejes direccionables, la distancia a la que se hace referencia es del eje delantero direccional (principal) al eje trasero fijo. En el caso del vehículo con dos ejes posteriores fijos, se usa la convención de que la distancia sea a la parte media de ese conjunto de ejes. En todos los casos de análisis, la distancia total se considera constante, variando únicamente como

parámetro la distancia mencionada. Por otro lado, para el modelo del vehículo de solamente dos ejes, la distancia de referencia es entre esos ejes. En un primer escenario se presenta el efecto de la variación de dicha distancia, considerando ambos ejes direccionables como se muestra en la Figura 2.16, mientras que un segundo caso presenta como referencia solamente el eje frontal con capacidad direccional, ver Figura 2.17.

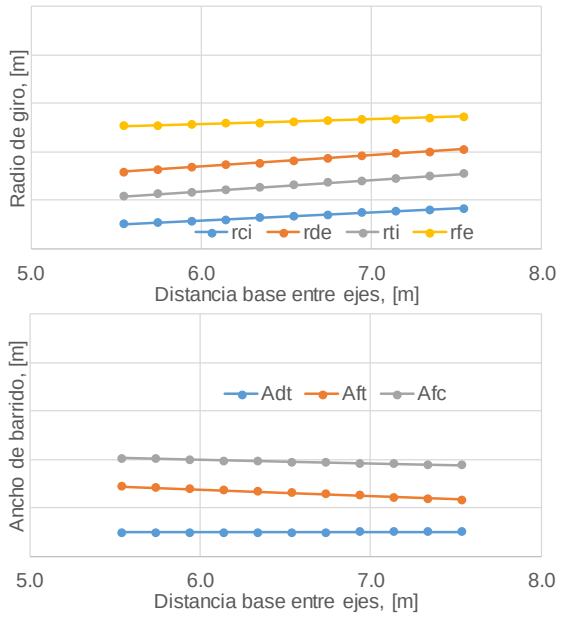


Figura 2.16 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes. Escenario de ambos ejes direccionables al mismo ángulo

Debe tenerse presente que cuando el ángulo de giro es idéntico en ambos ejes, los radios son coincidentes para las ruedas externas en cada eje y para las internas en cada eje. Con esto como base y de acuerdo al comportamiento gráfico, en general se observa que los radios de giro se incrementan conforme se incrementa la distancia entre los ejes, aunque es ligeramente menor el correspondiente al frente externo a la curva r_{fe}. De manera diferente, se observa que el ancho de la superficie de barrido presenta poco efecto en los anchos correspondientes a los radios r_{de} y r_{ti} (A_{dt}) y r_{fe} y r_{ci} (A_{fc}) en la parte interna de la estructura, mientras que acusa mayor efecto de decremento en el ancho A_{ft} obtenido de la diferencia de r_{fe} y r_{ti}, conforme se incrementa esa distancia.

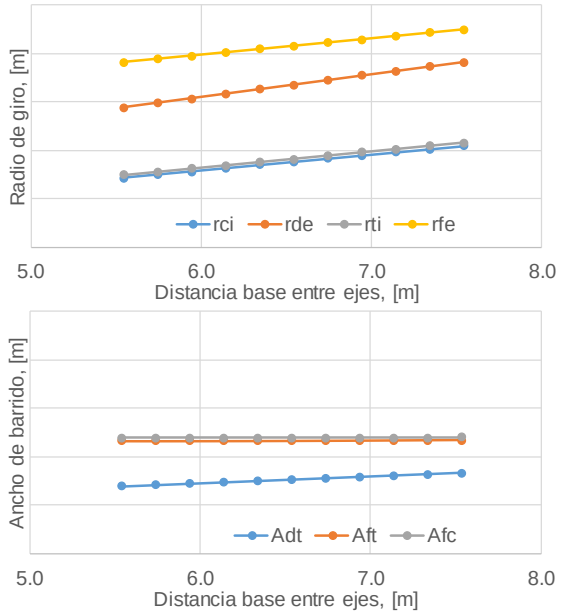


Figura 2.17 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes. Escenario de un eje direccional y un eje fijo

En el escenario en el que se mantiene fijo el eje trasero para esa misma unidad, se presenta una coincidencia práctica entre r_{ci} y r_{ti} y se observa que los radios de giro presentados se incrementan según se aumenta la distancia entre ejes, mostrando en general en esta condición que los radios son mayores que cuando ambos ejes son direccionables. Respecto al ancho de barrido, se observa que A_{ft} y A_{fc} son coincidentes por la misma razón y no son afectadas por la variación de la distancia entre ejes; mientras que, aunque el ancho A_{dt} de la superficie de barrido es menor que las previas, sí es afectada por la distancia entre ejes, incrementándose a medida que la distancia es mayor.

Respecto a los modelos de tres ejes, con dos de ellos direccionables, no hay una diferencia significativa en las tendencias respecto a si el eje direccional en la porción posterior de la unidad se encuentra antes o después del eje fijo, como se muestra en la Figura 2.18, en la que la distancia entre ejes se refiere a la separación entre el eje primario direccional y el eje fijo en la parte posterior de la unidad. Para identificación, se presentan en la inicial minúscula al eje en la posición intermedia, mientras que la inicial mayúscula se refiere al eje direccional como tercer eje, ubicado al final. En el ejemplo, se utilizó una unidad de la misma longitud, con los ejes extremos separados a igual distancia, además conservando la misma distancia entre el eje fijo y el eje direccional, salvo su ubicación delante o atrás del eje fijo.

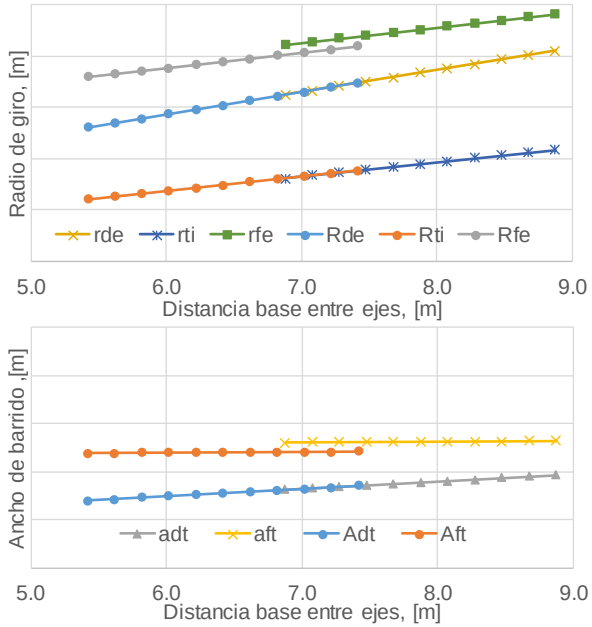


Figura 2.18 Comportamiento del radio de giro y ancho del espacio de barrido respecto a la distancia entre ejes, de un vehículo de tres ejes con dos direccionables

Como se observa de las gráficas, ambos casos presentan efecto de incremento del radio de giro conforme aumenta la distancia base entre ejes. No obstante, distancias más grandes deben manejarse en la unidad con el eje trasero direccional en la posición intermedia, es decir, el eje fijo está en la última posición y, por tanto, implica teóricamente una distancia mayor de inicio. Esto implica que cuanto más alejado esté el eje fijo del eje direccional primario, más grande serán los radios de giro presentados.

Referente al ancho de la superficie barrida, el ancho generado respecto a la rueda delantera tiene una tendencia de ascenso conforme se incrementa la distancia entre ejes para ambas posiciones del eje direccional trasero, alcanzando anchos mayores para separación entre ejes más grandes. Sin embargo, se nota muy poca dependencia del ancho que involucra la parte frontal externa del vehículo, que se muestra prácticamente constante para ambos casos, aunque con un mayor valor para la posición intermedia del eje direccional.

Para el caso del modelo con los dos ejes direccionables al frente, se tendría un comportamiento similar que el caso de la unidad de tres ejes con el segundo eje direccional en la parte intermedia. Además, el ángulo que debe tomar el segundo eje direccional se sujeta a una restricción geométrica respecto a su posición, dependiente del ángulo de giro del eje primario. De acuerdo a la variación de la posición, el ángulo que representa tendría el comportamiento indicado en la Figura 2.19.

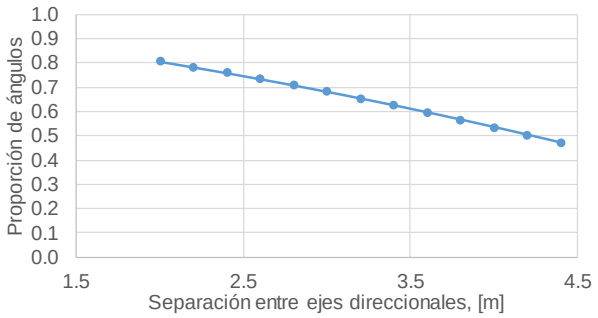


Figura 2.19 Proporción del ángulo en el segundo eje direccional respecto al primero, en función de su ubicación

Como se indica gráficamente para el ejemplo de una unidad de aproximadamente 7 m de distancia entre ejes extremos, la separación entre ejes afecta el ángulo del segundo en función de su posición, requiriéndose un ángulo menor respecto al ángulo direccional del eje principal conforme se incrementa la distancia. Este es precisamente el tipo de resultado que refleja la restricción por posición para los ejes direccionables en las unidades que poseen un eje fijo, que dependerá, además del valor de referencia del ángulo en el eje direccional primario.

2.3.6 Caso de prueba experimental en vehículo unitario

2.3.6.1 Unidad de referencia

Como caso de validación general, se dispuso de un vehículo unitario tipo autobús de 3 ejes, en el cual tanto el primero como el tercero son ejes direccionables. La unidad y sus dimensiones generales se muestran en la Figura 2.20, siendo relevantes la posición de los ejes y las referentes a largos y anchos. Una medición de la distribución de masa a través de un pesaje estático para este vehículo fue de 6220 kg en el eje delantero, de 9720 kg en el eje tractivo fijo y de 4990 kg en el eje direccional secundario, totalizando 20930 kg.

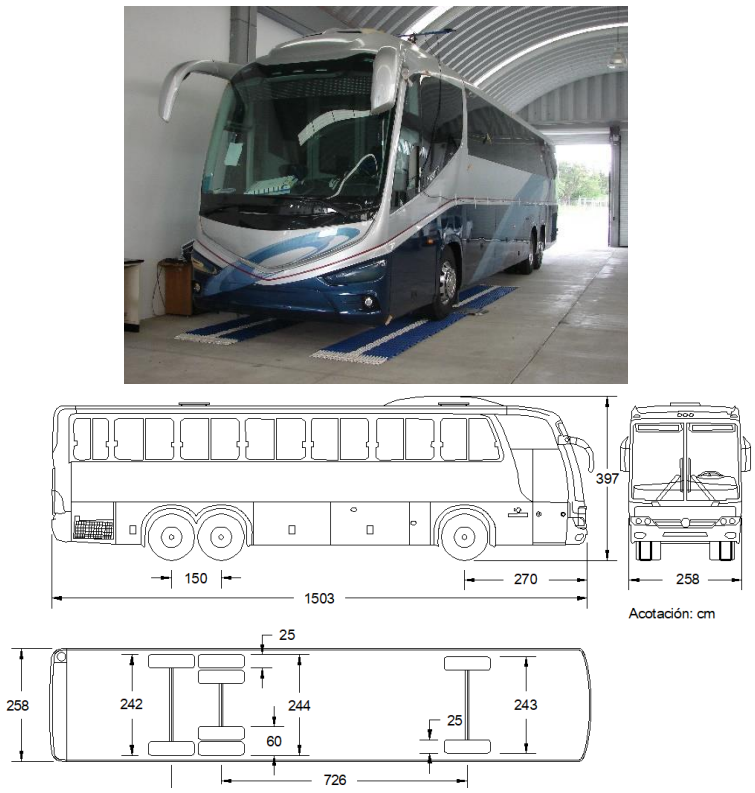


Figura 2.20 Proporción del ángulo en el segundo eje direccional respecto al primero, en función de su ubicación

Dado el control direccional a través del giro del volante, que produce el giro de orientación de las ruedas en los ejes direccionables, fue registrado en toda su amplitud en laboratorio bajo una medición estática. De esa medición se observó que el eje direccional secundario no mantenía, en condición estática, el valor angular, por lo que se registró la amplitud máxima únicamente, teniéndose una relación de giro del volante al ángulo promedio en ese eje de 102:1. La Figura 2.21 presenta la relación del giro de las ruedas en el eje direccional delantero (primario), respecto al giro aplicado al volante de dirección por parte del conductor.

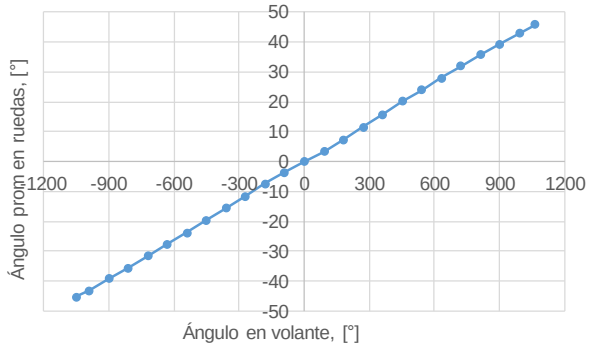


Figura 2.21 Relación entre ángulos de giro del volante y las ruedas en el eje direccional delantero

De acuerdo a los datos registrados, se observó un comportamiento prácticamente lineal en todo el intervalo registrado, teniendo una relación de giro de 22,9:1 entre el volante y las ruedas. Bajo estas condiciones, la prueba de maniobrabilidad fue ejecutada.

2.3.6.2 Prueba y comparación con modelo representativo

Para la prueba en pista se establecieron dos ángulos de giro en el volante, siendo 1080°, correspondiente a la máxima amplitud, y de 720° como valor intermedio. De acuerdo a las relaciones entre el giro del volante y los ángulos producidos en los ejes direccionables, implicaron alcanzar respectivamente 47,1° y 31,4° en el eje delantero primario, y sus correspondientes ángulos de 10,6° y 7,0° en el direccional secundario.

Una vez preparada la unidad, se realizaron pruebas de giro a baja velocidad en pista de pruebas con los ángulos preestablecidos, de cuyas mediciones se obtuvieron los radios de giro en la rueda interior del eje fijo y en la rueda exterior del eje direccional principal. Los radios de giro fueron obtenidos a partir de la triangulación de puntos sobre las trayectorias descritas por las ruedas de interés, apoyándose del uso de conos para identificar puntos de registro. Una vista de esas pruebas se muestra en la Figura 2.22.

Figura 2.22 Prueba de maniobrabilidad en pista para determinar radios de giro

Por otro lado, se aplicó la metodología de cálculo empleando el modelo bicicleta correspondiente, que representa en forma simple la unidad de tres ejes considerando que el primer y tercer ejes son direccionables. De acuerdo a las dimensiones del autobús y los ángulos de entrada, se emplearon las expresiones de ese modelo referidas y ajustadas a los radios en la llanta interna del eje fijo y la llanta externa del eje direccional frontal en su cara lateral, así como al radio al punto frontal exterior, que representa el de mayor magnitud. Los resultados experimentales y del modelo se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Comparación de resultados de la medición experimental y del modelo teórico

Parámetro:	Experimental	Modelo	*Desv.*	Experimental	Modelo	*Desv.*
Ángulo en volante	1080°	-	-	720°	-	-
Ángulo principal, δ_d	47,1°	47,1°	-	31,4°	31,4°	-
Ángulo secundario, δ_a	10,6°	12,5°	*18,3 %*	7,0°	7,2°	*2,7 %*
r_{ti},	5,77 m	5,53 m	*-4,2 %*	10,22 m	10,67 m	*4,4 %*
r_{de},	11,36 m	10,77 m	*-5,1 %*	14,97 m	14,98 m	*0,1 %*
r_{fe},	-	12,80 m	-	-	16,52 m	-
A_{dt}	5,59 m	5,25 m	*-6,1 %*	4,75 m	4,31 m	*-9,2 %*
A_{ft}	-	7,27 m	-	-	5,85 m	-

Como puede observarse, la mayor diferencia fue del 18,3% en el parámetro correspondiente al ángulo del eje secundario direccional. En cambio, los radios de referencia tuvieron cuando mucho una subestimación del -5,1% y una sobreestimación del 4,4 %. Respecto al ancho de la superficie de barrido, el modelo subestimó en menos del 10%. Por lo anterior y considerando que el grado de aproximación es aceptable, el modelo puede ser utilizado para el análisis de maniobrabilidad para el caso del vehículo representado.

3. Configuraciones vehiculares T-S y T-S-R

3.1 La configuración vehicular T-S

Por su gran capacidad de carga en peso y en volumen, una de las configuraciones usadas para el movimiento de bienes y mercancías en México es la configuración vehicular compuesta por un tractocamión y un semirremolque, designación abreviada como T-S. Estas unidades se acoplan por medio de una quinta rueda, elemento principal en el tractocamión, y un perno en el semirremolque, como se aprecia en la Figura 3.1, que se inserta y se fija en la quinta rueda, proporcionando una articulación plana entre ambas unidades.

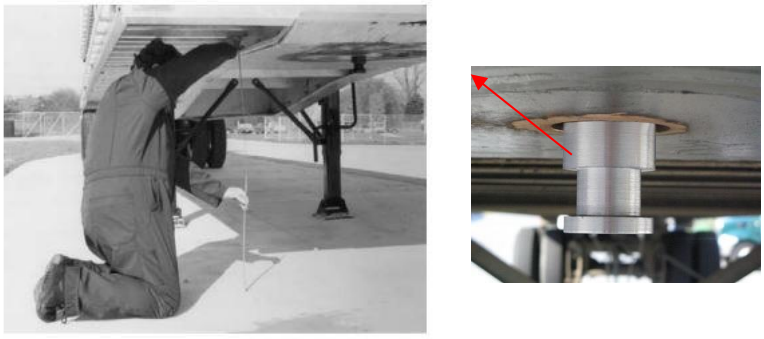


Figura 3.1 Perno "rey", para acoplamiento del semirremolque a la quinta rueda del tractocamión

La designación oficial de la configuración T-S hace alusión al número de ejes en cada unidad, que pueden ser dos o tres ejes en el tractocamión, unidad tractiva, y uno a tres ejes en la unidad remolcada, es decir, en el semirremolque, correspondiendo a las esquematizadas en la Figura 3.2. Dada su versatilidad de uso por capacidad en volumen y peso, la más utilizada es la denominada T3-S2, compuesta por un tractocamión de tres ejes y un semirremolque de dos ejes, [2].

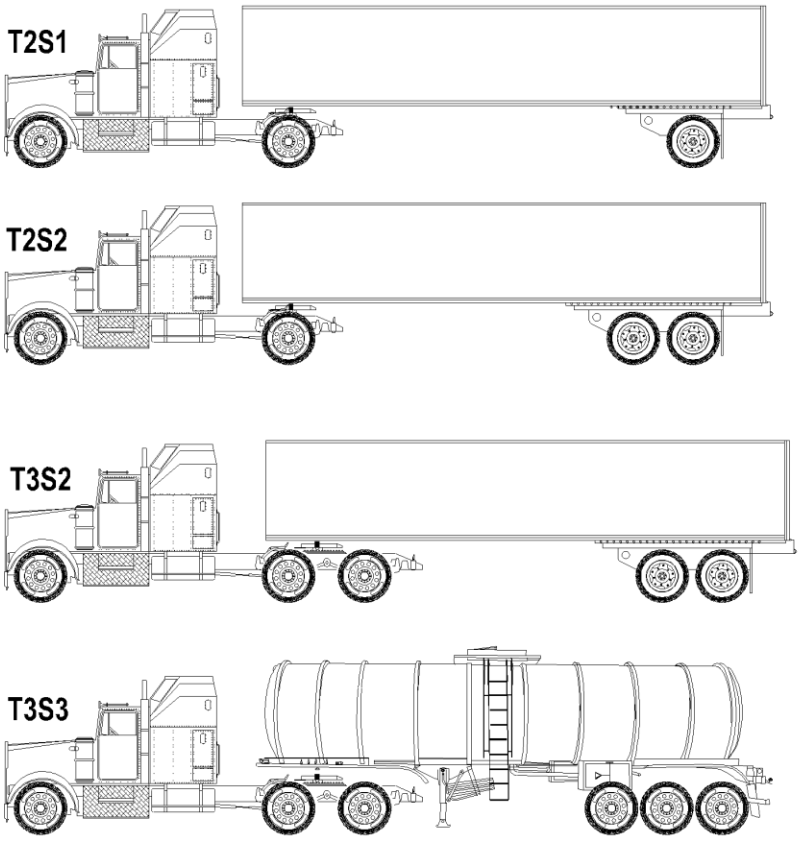


Figura 3.2 Diferentes configuraciones tipo T-S de tres a seis ejes

Cuando el tractocamión o el semirremolque poseen agrupamiento de ejes, es decir dos o tres ejes en una posición relativamente cercana entre sí, dadas las condiciones físicas y geométricas es común que se presente arrastre de las llantas en la zona de contacto con el piso. Esto es particularmente evidente en maniobras a baja velocidad, como es el caso de maniobras de acomodo en patio o estacionamiento, así como al cambiar de dirección en calles urbanas.

Para mejorar algunos aspectos de la conducción de estas configuraciones, algunos tractocamiones permiten desplazar longitudinalmente la quinta rueda, del orden de algunos centímetros, mientras que los semirremolques lo permiten hacer en sus ejes en un intervalo más amplio. De manera empírica, dependiendo de la sensación de manejo de los operadores, es común que desplacen estos ejes, como se aprecia en la Figura 3.3, en donde se amplía la imagen del área que indica esa posición.

Figura 3.3 Semirremolque con ejes deslizables, ubicados por delante de la posición recomendada

El cambio en la posición de los ejes puede afectar la condición de manejo de la combinación vehicular, además de las capacidades en maniobrabilidad. Es por ello que es relevante conocer la especificaciones y recomendaciones de cuerdo a la variante de la configuración y de las condiciones de carga en las que transitará.

En la normatividad mexicana se indica el número de ejes y el número de llantas para las configuraciones de tractocamión articulado, indicando su nomenclatura de descripción, como se muestra en la Figura 3.4.

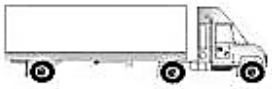
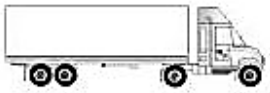
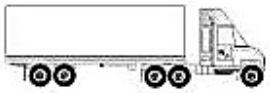
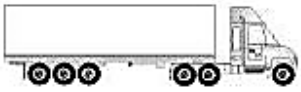
TRACTOCAMION ARTICULADO			
NOMENCLATURA	NUMERO DE EJES	NUMERO DE LLANTAS	CONFIGURACION DEL VEHICULO
T2-S1	3	10	
T2-S2	4	14	
T3-S2	5	18	
T3-S3	6	22	

Figura 3.4 Configuraciones de vehículos tipo tractocamión articulado

3.2 La configuración vehicular T-S-R

Las configuraciones T-S-R han sido utilizadas ampliamente en México para el movimiento de bienes y mercancías, esta configuración vehicular se compone de varios elementos, como son; el tractocamión, el semirremolque, el convertidor y el remolque. El semirremolque que es acoplado por medio de la quinta rueda al tractocamión y que ha sido descrito en la configuración tipo T-S, cuenta con uno o dos puntos que sirven para el enganche del convertidor tipo “A” o tipo “H”, los cuales cuentan con una quinta rueda, que soportara el remolque, en el caso del tipo “A”, este es conectado a un punto localizado en la parte trasera, el cual se encuentra a la mitad del ancho del semirremolque, permitiendo movimientos verticales y laterales a este convertidor, en el caso del convertidor tipo “H”, este se engancha a dos puntos del semirremolque, el movimiento que tendrá este es únicamente vertical, ya que es restringido por los dos puntos para realizar movimientos laterales, sin embargo el segundo semirremolque apoyado sobre la quinta rueda permitirá movimientos laterales del segundo remolque. En la Figura 3.5 se observan los elementos de una configuración T-S-R.

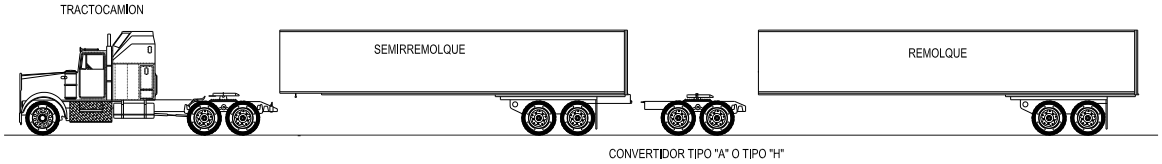


Figura 3.5 Elementos generales de la configuración tipo T-S-R

Los convertidores conocidos también como “Dolly” son una parte esencial tanto para unir los dos remolques como para dar soporte al último de estos. En la Figura 3.6 se observan tanto los alojamientos, como los dos tipos de convertidores.

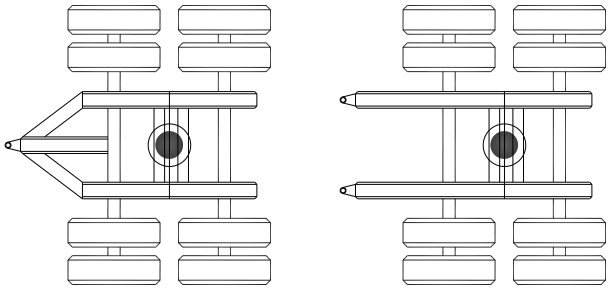


Figura 3.6 (Izq.) Convertidor tipo “A” y (Der.) Convertidor tipo “H” para soportar el remolque

En la Figura 3.7 se observan las configuraciones permitidas en la norma NOM-012-SCT-2-2017, para tractocamión doblemente articulado y los números de ejes permitidos.

TRACTOCAMION DOBLEMENTE ARTICULADO			
NOMENCLATURA	NUMERO DE EJES	NUMERO DE LLANTAS	CONFIGURACION DEL VEHICULO
T2-S1-R2	5	18	
T3-S1-R2	6	22	
T3-S2-R2	7	26	
T3-S2-R4	9	34	
T3-S2-R3	8	30	
T3-S3-S2	8	30	

Figura 3.7 (Izq.) Configuraciones de tractocamión doblemente articulado permitidas en la NOM-012-SCT-2-2017

3.3 Estudio de vehículos tipo T-S

3.3.1 El modelo bicicleta de la configuración T-S

3.3.1.1 Observaciones a considerar

Como se ha descrito, la configuración vehicular de tractocamión-semirremolque, T-S, se compone de dos unidades articuladas entre sí por el mecanismo de enganche quinta rueda-perno rey, elementos pertenecientes respectivamente al tractocamión y al semirremolque. Esta articulación permite que haya libertad de giro entre ambas unidades respecto al eje del perno rey. El tractocamión posee un eje sencillo frontal direccional, con un eje o un conjunto de dos ejes en la parte posterior, con capacidades de soporte de carga y de tracción. El semirremolque es soportado verticalmente y restringido a seguir al tractocamión por su acoplamiento a través del mecanismo de enganche, mientras que en su parte posterior es soportado por un eje o un conjunto de dos o tres ejes, que no tienen capacidad tractiva ni direccional. Bajo estas condiciones, el control direccional es a través del giro de las ruedas direccionales en el tractocamión y, por tanto, el semirremolque es arrastrado por el tractocamión y su orientación es, por tanto, dependiente de la entrada del ángulo en el eje direccional.

Debe tenerse presente que, por la fricción al rodar, las llantas se deforman y se arrastran en los cambios de dirección, debido al ancho de la zona de contacto con la superficie del camino. Esto se agudiza en el agrupamiento de eje, como podría ser el caso de dos ejes posteriores en un tractocamión o de semirremolques con dos o tres ejes, debido a lo anterior y a su posición longitudinal relativa en la unidad.

Por tanto, para la aplicación del modelo bicicleta para analizar la configuración vehicular de tractocamión-semirremolque, es necesario observar lo siguiente:

- Se considera que el movimiento de desplazamiento se da en un plano horizontal, con giro alrededor de un eje vertical.
- El modelo debe representar dos unidades acopladas, cuyo acoplamiento corresponde a la articulación.
- La ubicación de la articulación es relevante, dependiente de la quinta rueda en el semirremolque.
- Las ruedas ruedan sin deslizar, contactando la superficie del piso en un solo punto.
- Los agrupamientos de ejes se representan en el modelo como un solo eje.
- Para el caso considerado, únicamente se contempla una maniobra de avance con ángulo de dirección constante.

De acuerdo a las condiciones de la maniobra, se genera una trayectoria circular, que es la que pudiera requerir los espacios más grandes.

3.3.2 Deducción general para un T-S

La deducción de las expresiones a utilizar toma de referencia el esquema genérico mostrado en la Figura 3.8. El esquema representa dos unidades, siendo una el tractocamión, con eje direccional frontal, y el semirremolque acoplado al tractocamión. La articulación entre ambos, para fines del modelo, se ubica ligeramente desplazado hacia el frente del eje trasero del tractocamión.

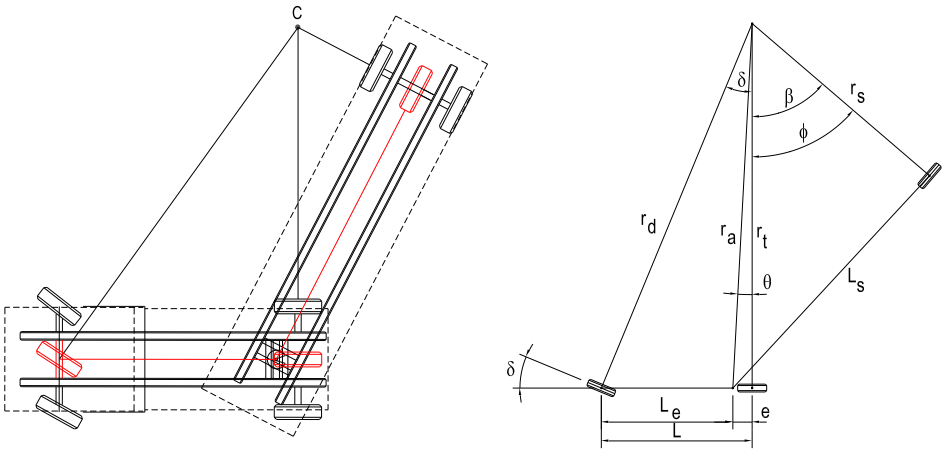


Figura 3.8 Modelo de representación de tractocamión-semirremolque

Además de las variables previamente descritas L, d, r_d y r_t, en el esquema, se indican las variables L_e, distancia desde el eje frontal al punto de articulación; e, desplazamiento de la quinta rueda del eje posterior (positivo hacia el frente); L_s, distancia de la quinta rueda al eje del semirremolque; b, ángulo de la articulación entre el tractocamión y el semirremolque, así como r_s, radio de la trayectoria circular que describe el eje del semirremolque. Se indican, además, las variables de apoyo r_a, radio de la trayectoria del punto de articulación; ϑ, ángulo entre r_a y r_t, y Φ, ángulo entre r_a y r_s.

En este caso, se suponen conocidos el ángulo direccional d, así como L, L_s y e, mientras que el resto de los parámetros debe ser determinado. De acuerdo a las relaciones geométricas del esquema, se determinan entonces, r_d y r_t de acuerdo a las expresiones (12) y (13), definidas en la sección anterior. Para complementar el modelo, se resuelven las variables r_s y b, expresándose como:

$$r_s = \sqrt{r_t^2 + e^2 - L_s^2} \tag{80}$$

$$\beta = \phi - \theta = \tan^{-1}\left(\frac{L_s}{r_s}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{e}{r_t}\right) \tag{81}$$

Con esto, quedan completamente definidas las variables necesarias para la aplicación del modelo bicicleta en la configuración de tractocamión-semirremolque.

3.3.3 Indicadores de maniobrabilidad en un T-S

Para determinar el espacio requerido al ejecutar una maniobra direccional, es común utilizar de referencia la maniobra de giro con ángulo de orientación constante en las ruedas direccionales, lo que genera una trayectoria circular. Esta maniobra evidencia los mayores espacios requeridos para un ángulo determinado, considerando la trayectoria del punto más externo y del más interno en el vehículo durante la maniobra. Aplicar el modelo bicicleta proporciona datos de referencia que pueden ser extendidos hacia el ancho del vehículo, así como de sus salientes al frente y hacia atrás, si se requiere. Por tanto, es necesario identificar el radio máximo y el radio mínimo que se pueden obtener de la configuración.

Para obtener lo anterior, el modelo se extiende de acuerdo al esquema en la Figura 3.9, en el que a simple vista se identifica que, de las trayectorias descritas por las ruedas, la de mayor radio corresponde a la rueda direccional externa a la curva, mientras que la de menor radio corresponde a la rueda del último eje en el lado interno a la curva. De manera similar, considerando las salientes (volados) del vehículo, el mayor radio corresponde a la esquina frontal externa del tractocamión, indicada como re, mientras que el de menor radio, r_i, corresponde a la cara de la rueda interna a la curva del eje del semirremolque.

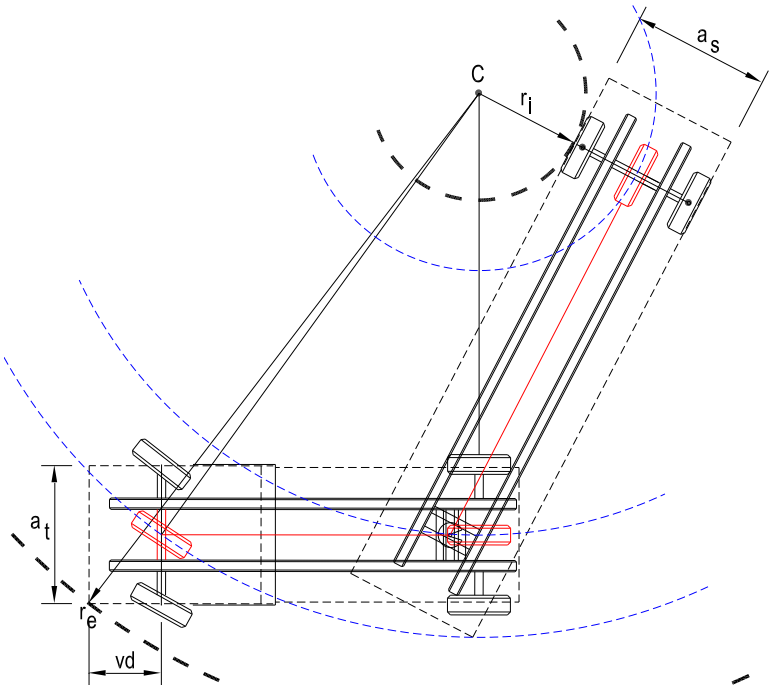


Figura 3.9 Extensión hacia el ancho del vehículo a partir del modelo bicicleta

De acuerdo al esquema, los radios correspondientes son:

$$r_e = \sqrt{(L + v_d)^2 + \left(r_t + \frac{a_t}{2}\right)^2} \tag{82}$$

$$r_i = r_s - \frac{a_s}{2} \tag{83}$$

Así, el espacio barrido por la configuración, expresado como el ancho de una superficie anular, A_b, es la diferencia entre esos radios:

$$A_b = r_e - r_i \tag{84}$$

Otro parámetro importante para este tipo de configuraciones es el ángulo direccional crítico (d_c), es decir, el máximo ángulo que se puede aplicar en las ruedas direccionales para evitar que las unidades se bloqueen por “acuchillamiento”. Este ángulo crítico corresponde cuando el radio mínimo es nulo, es decir, que el centro de rotación es muy próximo a la rueda interna del eje del semirremolque. Por tanto,

$$\delta_c = \tan^{-1}\left(\frac{L}{\sqrt{\frac{a_s^2}{4} + L_s^2 - e^2}}\right) \tag{85}$$

3.3.4 Análisis paramétrico para un T-S

Para el análisis paramétrico se toma de base una configuración vehicular del tipo tractocamión-semirremolque genérica, con dimensiones aproximadas a los vehículos circulantes. En el modelo aplicado se parametrizaron las variables de ángulo de orientación de las llantas direccionales (d), posición de la quinta rueda (e), la distancia base entre ejes del tractocamión (L) y la ubicación del eje del semirremolque (L_s). Esto, reflejando el efecto en los radios extremos generados por la proyección de una maniobra circular y el ancho del espacio anular barrido por el cuerpo del vehículo. Así mismo, se presenta el efecto de esos parámetros sobre el ángulo crítico (dc) de orientación de las ruedas direccionales que produciría el entrampe entre tractocamión y semirremolque, es decir, una configuración geométrica de bloqueo con un ángulo muy grande (cercano a los 90°) entre esas unidades.

3.3.4.1 Ángulo de dirección en configuración T-S

Aunque el análisis del efecto del ángulo de dirección en las demandas de espacio para la maniobra circular pudiera resultar trivial, se presenta como efecto introductorio a esta parametrización. La Figura 3.10 muestra gráficamente el efecto de ese ángulo.

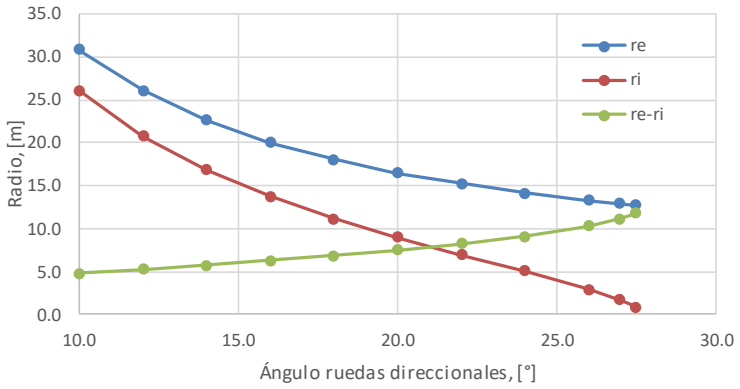


Figura 3.10 Efecto del ángulo de dirección en el espacio de maniobra de un T-S

Es evidente que tanto el radio externo como el radio interno son mayores cuando el ángulo en las ruedas es pequeño y, por tanto, el ancho de la superficie barrida es también menor. Incrementar el ángulo produce que los radios disminuyan, pero con

una tendencia diferente, siendo mayor el efecto de disminución en el radio interno. Esto produce que el ancho de la superficie anular, el espacio barrido, se incremente conforme los giros se hacen más cerrados, es decir, cundo el ángulo direccional se incrementa. De manera relevante es de notar también que, cuando el radio interior es prácticamente nulo, tanto el radio exterior como el ancho de la superficie barrida tienden al mismo valor, lo que implica que el ángulo direccional está muy cerca de su valor crítico y, por tanto, de una condición geométrica de bloqueo al incrementarse el ángulo entre las unidades, como se muestra en la Figura 3.11.

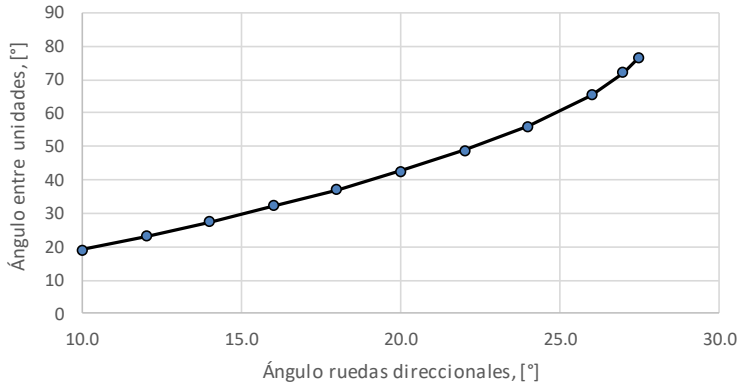


Figura 3.11 Ángulo entre unidades respecto al ángulo de dirección en un T-S

3.3.4.2 Ubicación de la quinta rueda en un T-S

El efecto de la ubicación de la quinta rueda se presenta gráficamente en la Figura 3.12. El valor 0 del desplazamiento de la quinta rueda corresponde a una ubicación encima del eje trasero; valores positivos indican una ubicación al frente de dicho eje, por lo que los negativos sitúan la quinta rueda detrás del eje.

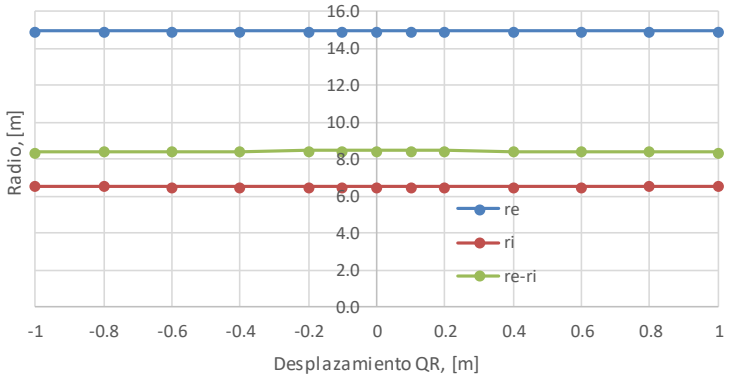


Figura 3.12 Efecto de la ubicación de la quinta rueda (QR) en el espacio de maniobra de una configuración T-S

Como puede observarse de la gráfica, el espacio requerido por la configuración T-S aparenta no ser sensible a la ubicación de la quinta rueda en el tractocamión por

sí misma. En la práctica, el intervalo de ubicación suele ser menor a ±0,2 m, siendo común en ejes en tándem que la quinta rueda sea ubicada ligeramente al frente de la parte media del grupo de ejes.

3.3.4.3 Distancia entre ejes en tractocamión tipo T-S

Este parámetro se refiere a la distancia base entre ejes en el tractocamión manejada como L previamente, es decir, la distancia de separación longitudinal entre el eje direccional y el eje posterior. La gráfica de la Figura 3.13 muestra el efecto de esa distancia en el espacio requerido para la maniobra, indicando los valores negativos un acortamiento de dicha distancia y los valores positivos incrementos de esa distancia.

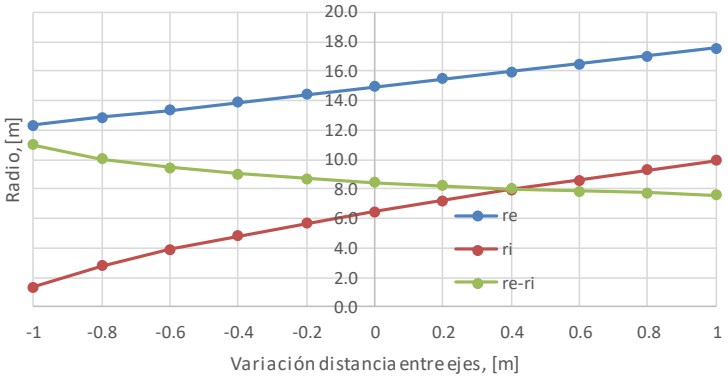


Figura 3.13 Efecto de la distancia entre ejes del tractocamión en el espacio de maniobra de una configuración T-S

De la gráfica se observa que distancias más cortas entre ejes reducen los radios de giro, tanto el radio externo como el radio interno, los cuales se incrementan casi linealmente a medida que esta distancia base es mayor, como lo indica el sentido de variación de esa distancia, aunque el radio interno es sujeto a un mayor efecto proporcional. No obstante, el comportamiento del ancho de la superficie barrida, diferencia entre esos radios, disminuye conforme se incrementa la distancia entre ejes, siendo menor el cambio cuando la distancia es más grande.

3.3.4.4 Ejes deslizables en semirremolque en un T-S

Respecto a los ejes deslizables, es decir, la variación de la distancia entre el perno rey y el eje del semirremolque, la Figura 3.14 muestra su efecto en el espacio de maniobrabilidad de la configuración. Un valor negativo corresponde a una distancia más corta, mientras que el positivo implica un alargamiento de dicha distancia.

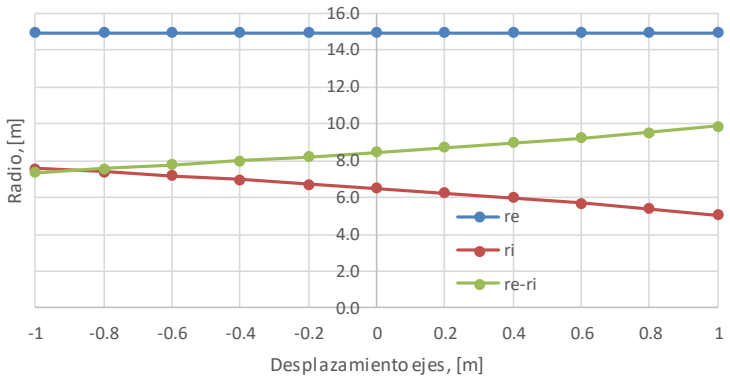


Figura 3.14 Efecto de la variación de la posición del eje en el semirremolque en el espacio de maniobra de un T-S

Como se presenta gráficamente, el radio exterior permanece constante independientemente del desplazamiento del eje del semirremolque, por lo que no es afectado por el cambio de ubicación de dicho eje. Por otro lado, el radio interior sí es afectado por la ubicación del eje, presentando un comportamiento de disminución conforme la distancia entre el punto de enganche y el eje aumenta, considerando el sentido de la variación; es decir, mientras el eje está más hacia atrás, produce radios menores en la parte interna. Consecuentemente con estos comportamientos, el ancho de la superficie barrida se incrementa conforme la posición está más alejada.

3.3.4.5 Ángulo crítico en la configuración tipo T-S

Como indicador de estabilidad en el giro durante la ejecución de una maniobra de giro circular, la gráfica en la Figura 3.15 presenta el efecto de las variables correspondiente a la variación de la posición de la quinta rueda, de la distancia base entre ejes del tractocamión y de la ubicación del eje en el semirremolque, sobre el ángulo crítico de orientación direccional.

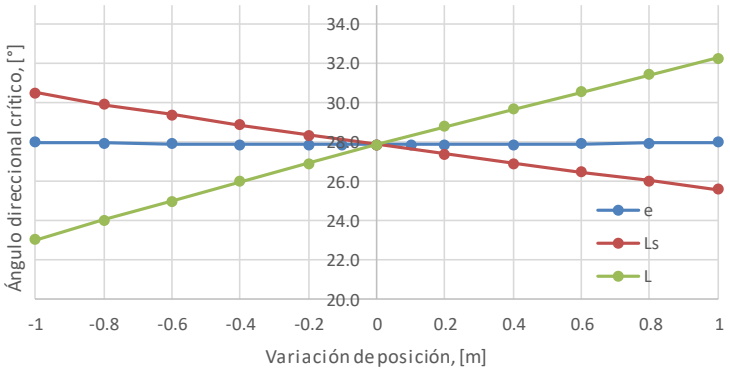


Figura 3.15 Ángulo crítico en función de la variación de la posición de la quinta rueda, del eje en el semirremolque y de la distancia entre ejes en el tractocamión

Como se observa, la posición de la quinta rueda prácticamente no tiene efecto en la definición del ángulo crítico de la dirección, pues se mantiene constante, mientras que la variación de la posición de los ejes, sí lo tiene, aunque con tendencias dispares. Incrementar la distancia entre el eje direccional y el eje trasero del tractocamión produce valores mayores del ángulo direccional crítico, mientras que alejar la ubicación del eje en el semirremolque, resulta en valores menores de dicho ángulo crítico.

3.4 Estudio de vehículos tipo T-S-R

3.4.1 El modelo bicicleta de la configuración T-S-R

La configuración vehicular tipo T-S-R, ha sido descrita ampliamente en la introducción de esta publicación, está compuesta básicamente por el tractor, y dos unidades; semirremolque y remolque, la conexión entre el tractor y semirremolque es a través de una quinta rueda y un perno rey respectivamente, posteriormente se da el acoplamiento entre las dos unidades de arrastre a través de un convertidor conocido en el argot del transporte como “Dolly”, pudiendo ser este de dos tipos como los descritos en la Figura 3.6, sin embargo para este estudio se considera el convertidor tipo “A”.

Para la aplicación del modelo bicicleta en la configuración tipo T-S-R, aplican las mismas consideraciones que para el tipo T-S, a diferencia de que en este caso son tres unidades acopladas, en donde cada acoplamiento es una articulación, dándose estas en el convertidor a través de la quinta rueda entre el tractor y semirremolque y el punto de articulación entre el semirremolque y el acoplador y finalmente entre la quinta rueda del acoplador y el remolque.

3.4.2 Deducción general del modelo bicicleta de un T-S-R

Para realizar la deducción del modelo base se toma en consideración el esquema de la Figura 3.16, en donde se ejemplifica el tractocamión y dos unidades de arrastre, siendo una de ellas considerada como el semirremolque y otra como el remolque, el tractocamión cuenta con un eje direccional en la parte frontal. El semirremolque se acopla al tractocamión y el convertidor se acopla a la parte final del semirremolque para dar así opción a colocar el remolque sobre el convertidor, siendo útil para soporte y enganche a través de la quinta rueda mencionada anteriormente.

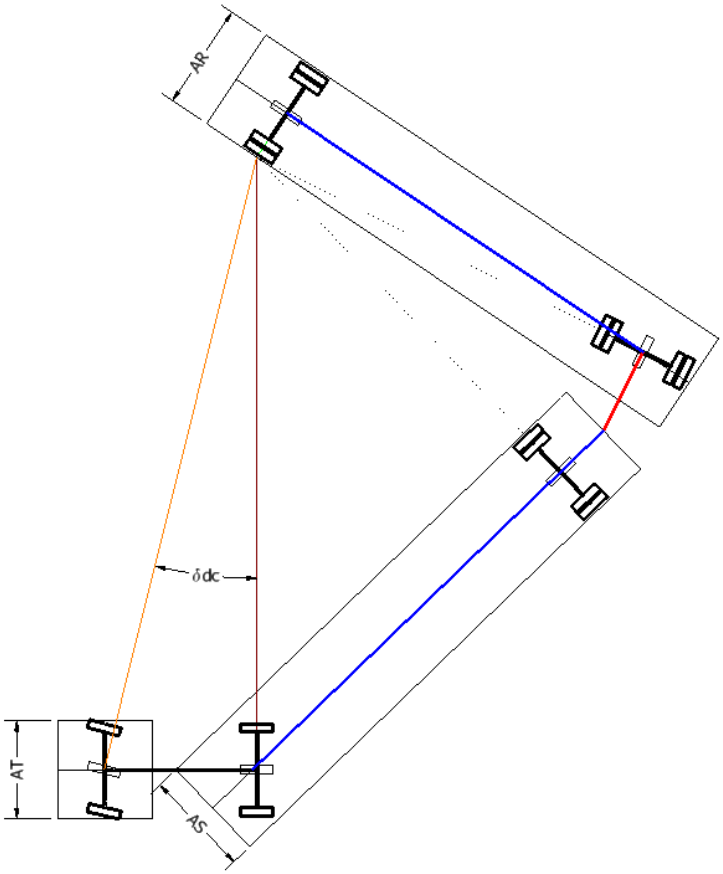


Figura 3.16 Modelo de representación de tractocamión-semirremolque

Las variables involucradas en el modelo matemático en el modelo T-S-R, están formadas por el volado delantero del vehículo, medido del primer eje a la defensa delantera (VD), seguido de la distancia medida del primer eje del tractocamión hacia el centro de rotación del tractocamión (L), el desplazamiento de la quinta rueda puede ser hacia enfrente, donde la medida es positiva y hacia atrás donde es negativa (e), otra de las variables necesarias es la distancia del punto de enganche del semirremolque hacia el centro de rotación del mismo (S). La distancia del centro instantáneo de rotación del semirremolque hacia el punto de enganche del Dolly “A” está indicada como (VTS), otra de las variables necesarias es la distancia del punto de enganche del Dolly con el primer semirremolque hacia el punto de rotación del Dolly, esta se indica como (DL). El desplazamiento del punto de enganche para el segundo semirremolque, en donde hacia enfrente la medida es positiva y hacia atrás negativa (e’). La distancia del punto de enganche del segundo semirremolque hacia el centro de rotación del mismo es indicada como (R). en cuanto a las distancias geométricas se tiene el ancho total del tractocamión (at), el ancho total del semirremolque (AS) y el ancho total del remolque (AR). Se indican los radios de rotación máximo y mínimo respectivamente como Rmax y Rmin, el espacio de barrido (EB) y finalmente el ángulo de entrada, ángulo promedio de las dos ruedas

del primer eje direccional (δd;). La Figura 3.17 muestra la ubicación de estas variables.

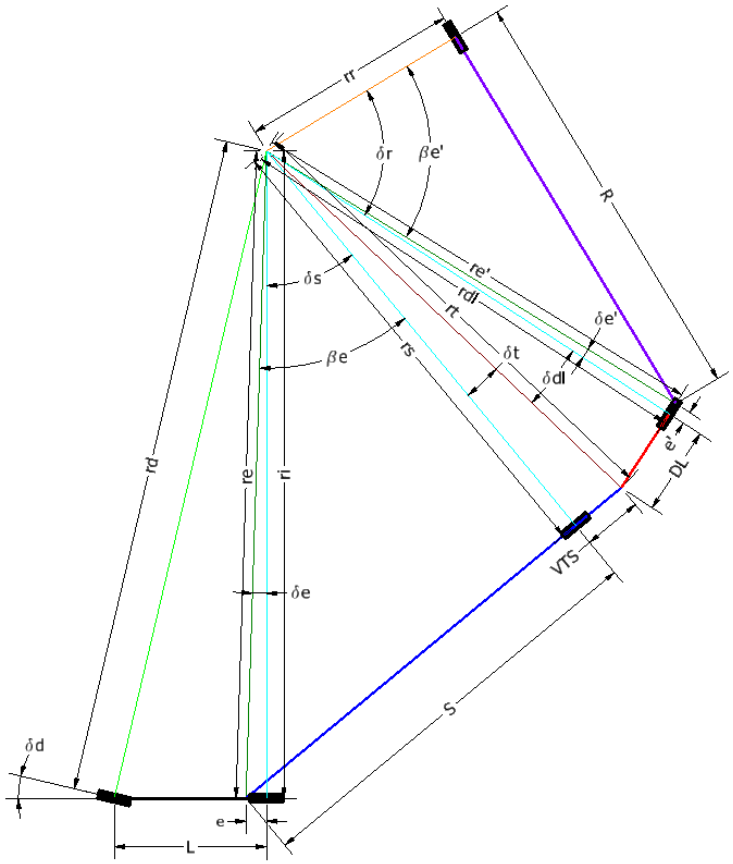


Figura 3.17 Variables en modelo bicicleta para configuración T-S-R

En donde:

EB : espacio de barrido
Rmax : radio máximo
Rmin : radio mínimo
AR : ancho de la carrocería del remolque
rr : radio mínimo del modelo bicicleta T-S-R
ri : radio interno del tractocamión en el modelo bicicleta T-S-R
rd : radio de la rueda direccional al centro instantáneo de rotación del modelo bicicleta T-S-R
e : desfase de la quinta rueda con respecto al wheelbase (L)
S : distancia entre eje y quinta rueda del semirremolque
VTS : volado trasero del semirremolque
DL : distancia entre ejes y punto de enganche del Dolly “A” al semirremolque
e’ : desfase de quinta rueda correspondiente al Dolly “A”
R : distancia entre ejes y punto de enganche del Dolly “A”
δd : ángulo promedio de las ruedas direccionales del modelo T-S-R

re : radio interno producido por el desfase de la quinta rueda
δe : ángulo de producido por el desfase de la quinta rueda respecto al radio interno (ri)
rs : radio mínimo producido por el semirremolque
βe : ángulo entre re y rs
δs : ángulo resultado de la diferencia entre βe y δe
rt : radio producido por el volado trasero del semirremolque
δt : ángulo entre el rt y rs
rdl : radio producido por el punto de enganche del Dolly “A”
δdl : ángulo entre rdl y rt
re’ : radio producido por el desfase de la quinta rueda del Dolly “A”
$\delta e'$: ángulo producido por el desfase de la quinta rueda, entre re’ y rdl
$\beta e'$: ángulo entre rr y re’
δr : ángulo resultado de la diferencia entre $\beta e'$ y $\delta e'$
δdc : ángulo critico o de entrampe para modelo T-S-R

Las ecuaciones para describir el modelo bicicleta para una configuración T-S-R se establecen como sigue.

$$ri = \frac{L}{\tan(\delta d)} \qquad rd = \frac{L}{\sin(\delta d)} \tag{86}$$

$$re = \sqrt{\mathrm{e}^2 + ri^2} \tag{87}$$

$$\delta e = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{e}}{re}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{e}}{ri}\right) \tag{88}$$

$$rs = \sqrt{re^2 - S^2} \tag{89}$$

$$\beta e = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{S}}{re}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{S}}{rs}\right) \tag{90}$$

$$\delta s = \beta e - \delta e \tag{91}$$

$$rt = \sqrt{VTS^2 + rs^2} \tag{92}$$

$$\delta t = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{VTS}}{rt}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{VTS}}{rs}\right) \tag{93}$$

$$rdl = \sqrt{rt^2 - DL^2} \tag{94}$$

$$\delta dl = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{DL}}{rt}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{DL}}{rdl}\right) \tag{95}$$

$$re' = \sqrt{e'^2 + rdl^2} \tag{96}$$

$$\delta e' = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{e}'}{re'}\right) \tag{97}$$

$$\delta dl = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{e}'}{rdl}\right) \tag{98}$$

$$rr = \sqrt{re'^2 - R^2} \tag{99}$$

$$rr = \sqrt{\left(\frac{L}{\tan \delta d}\right)^2 - S^2 - R^2 + e'^2 - DL^2 + VTS^2 + e^2} \tag{100}$$

$$\beta e' = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{R}}{re'}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{R}}{rr}\right) \tag{101}$$

$$\delta r = \beta e' - \delta e' \tag{102}$$

Dado que esta configuración T-S-R es la más larga de acuerdo a la NOM-012-SCT-2-2017, es la que más espacios requiere para la realización de maniobras, por lo que en el caso de una maniobra circular existe un ángulo critico que indica que el vehículo no puede sobrepasar esa posición, ya que entrará en una condición donde quedará atrapado por sí mismo, siendo difícil regresar a una condición donde puede salir de esa situación. El ángulo critico se establece en la siguiente ecuación.

Ángulo crítico:

Si AR/2=rr

$$\delta dc = \tan^{-1}\left(\frac{L}{\sqrt{S^2 + R^2 + rr^2 - e'^2 + DL^2 - VTS^2 - e^2}}\right) \tag{103}$$

3.4.3 Indicadores de maniobrabilidad en un T-S-R

Al igual que la configuración T-S, los radios de giro máximo y mínimo son indicativos para considerar el área necesaria para realizar una maniobra, estos se obtienen una vez que el modelo bicicleta es obtenido con todas sus ecuaciones, permitiendo

ahora extender nuevamente el modelo considerando los anchos de las unidades para obtener así los espacios de barrido. Para el caso de la configuración T-S-R, las siguientes ecuaciones permiten obtener esos valores.

$$Rmax = \sqrt{(L + VD)^2 + (ri + \frac{AT}{2})^2} \tag{104}$$

$$Rmin = rr - \frac{AR}{2} \tag{105}$$

$$EB = Rmax - Rmin \tag{106}$$

En la Figura 3.18 se identifican las trayectorias para este modelo las cuales son descritas por las ruedas, como se observa el radio mayor se obtiene considerando la esquina frontal externa del tractocamión a medida que este se desplaza en trayectoria circular. Por otra parte, el radio mínimo se obtiene por medio de la cara de la rueda de la parte interna del último remolque

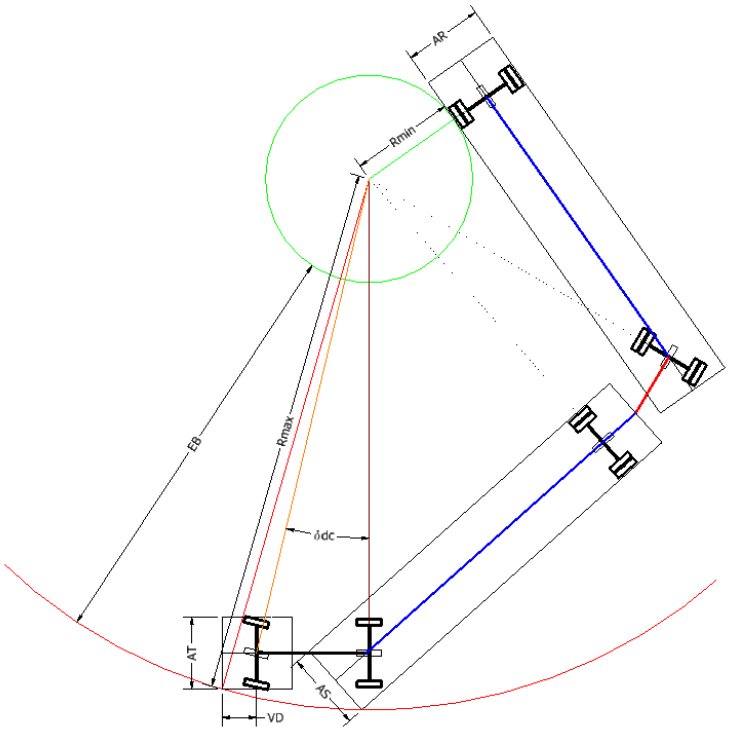


Figura 3.18 Trayectoria del radio mínimo y máximo para una configuración T-S-R

3.4.4 Análisis paramétrico de un T-S-R

Para la parametrización se consideran las dimensiones de una configuración real tipo T-S-R, considerando básicamente las dimensiones geométricas generales, el ángulo de dirección de las ruedas direccionales, la posición de la quinta rueda entre el tractor y el semirremolque, la unión entre el convertidor tipo “A” y el semirremolque y finalmente la unión entre el convertidor y el remolque, ver Figura 3.19. El modelo permite obtener los radios de giro máximo y mínimo para observar la tendencia de acuerdo a la variación de los parámetros involucrados, también se determinará el ángulo crítico que indica el entrampe entre las unidades. El modelo puede ser aplicado a otros vehículos reales que presente variaciones en la posición de los diferentes elementos y en las dimensiones de los mismos.

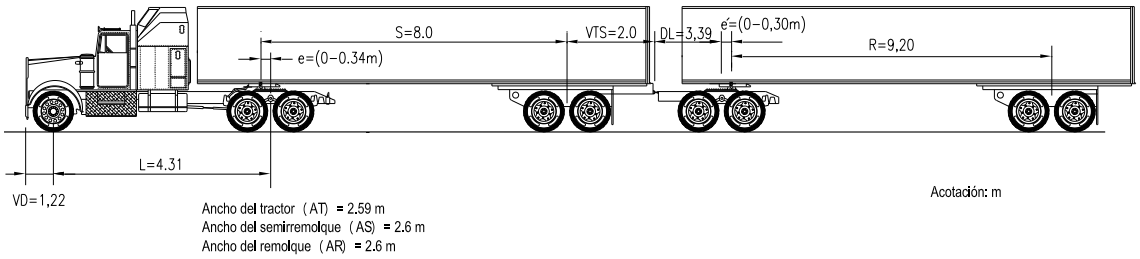


Figura 3.19 Configuración tipo T-S-R para análisis

3.4.4.1 Ángulo de dirección en un T-S-R

La parametrización del ángulo de dirección permite observar la tendencia y los espacios requeridos, se observa que a medida que el ángulo de dirección del tractocamión es mayor, requiere un menor espacio para la realización de la maniobra, ya que los radios externo e interno tienden a disminuir, también se observa que el ancho de barrido será mayor conforme se incrementan los ángulos de dirección. En la Figura 3.20 muestra gráficamente el efecto de ese ángulo de acuerdo a su valor.

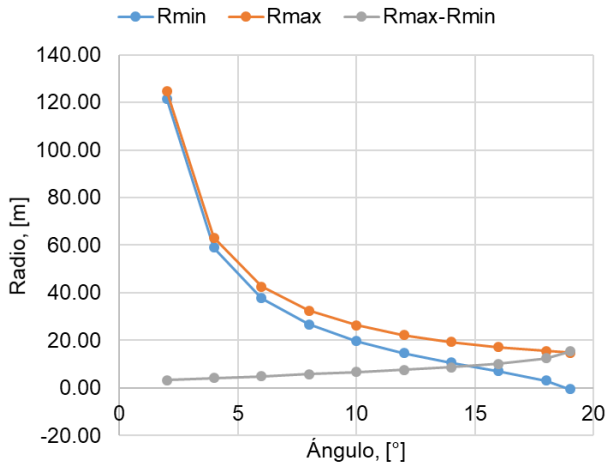


Figura 3.20 Efecto del ángulo de dirección en el espacio de maniobra de un T-S-R

3.4.4.2 Ubicación de la quinta rueda

El efecto que representa la posición de la quinta rueda del convertidor que soporta la segunda unidad de una configuración tipo T-S-R, no tiene un valor significativo en los radios máximo y mínimo que son calculados, ya que permanecen prácticamente sin cambio, al desplazar hacia adelante o hacia atrás de la quinta rueda, la gráfica representa ese efecto al desplazarse un metro hacia ambos lados. Cabe mencionar que, para condiciones de manejabilidad, puede ser benéfico o perjudicial por la distribución de las cargas, pero en cuanto a la maniobrabilidad que es realizada a baja velocidad no representa ningún efecto considerable. En la gráfica mostrada en la Figura 3.21 se observan las tendencias mencionadas anteriormente.

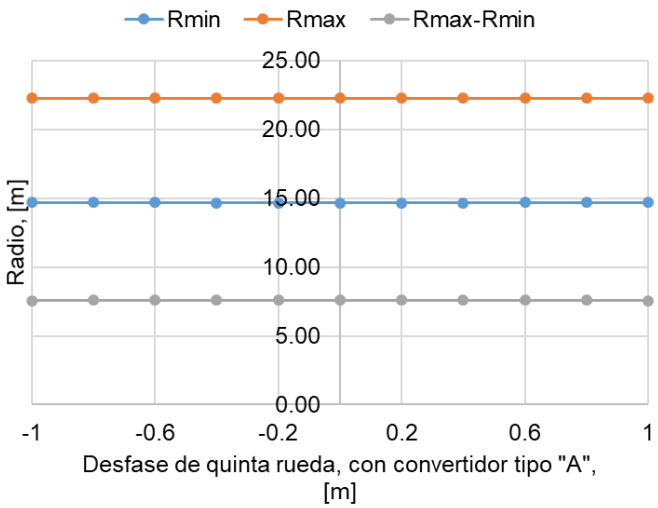


Figura 3.21 Efecto de la posición de la quinta rueda del convertidor tipo "A" en una configuración T-S-R

3.4.4.3 Distancia entre ejes en la configuración T-S-R

Las configuraciones T-S-R son las de mayor longitud y por tanto las de mayor número de unidades y elementos de acoplamiento, así como las de mayor número de ejes y, por tanto, son las que mayor espacio de barrido requieren para realizar sus maniobras. La tendencia observada en la gráfica de la Figura 3.22 es que al aumentar la distancia entre los ejes del tractocamión, se incrementan los radios de giro de este, con tendencia a que el área de barrido por la diferencia entre los radios disminuya.

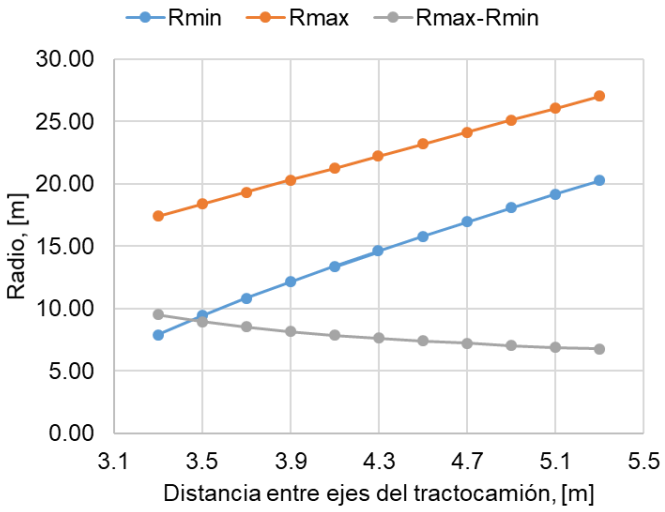


Figura 3.22 Efecto de la distancia entre ejes del tractocamión en una configuración T-S-R

En la Figura 3.23 se observa que a medida que la distancia entre los ejes del semirremolque incrementa, el radio externo se mantiene prácticamente sin cambios significativos, mientras que por el contrario el radio interno tiene una tendencia a disminuir, aunque es muy poco su efecto producido, el resultado de la diferencia entre los dos radios muestra una ligera tendencia a que el ancho de barrido se incremente.

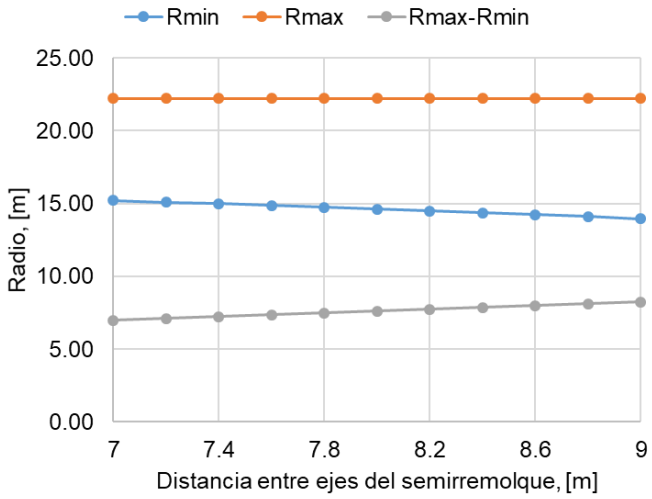


Figura 3.23 Efecto de la distancia entre ejes del semirremolque en una configuración T-S-R

El efecto que se produce al realizar una variación en la distancia de los ejes del remolque, que es la última unidad de arrastre, se puede observar en la Figura 3.24, la cual muestra una tendencia similar a la variación de la distancia en los ejes del semirremolque observado en la Figura 3.23. Lo anterior lleva a inferir que la combinación de desplazar los ejes hacia adelante en el semirremolque y remolque,

es decir, reducir la distancia entre ejes, producirá una tendencia a que el radio interno disminuya, resultando importante conocer hasta donde es posible desplazar los ejes y que efecto tiene sobre la maniobrabilidad, en el punto siguiente se analiza ese efecto.

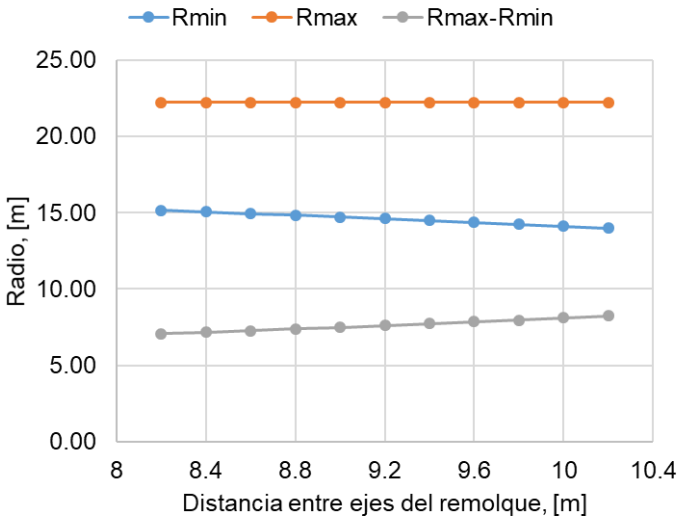


Figura 3.24 Efecto de la distancia entre ejes del remolque en una configuración T-S-R

3.4.4.4 Ángulos críticos en la configuración T-S-R

El ángulo critico representa la posición en que la configuración T-S-R puede quedar bloqueada por sí misma, al momento de intentar realizar una maniobra muy estrecha hacia el interior del área de barrido que está realizando, en la Figura 3.25 se observa que tanto el desplazamiento hacia adelante como hacia atrás a partir de la posición de la quinta rueda en el convertidor tipo “A” generaran mayor posibilidad de entrampe, aunque para esta condición no representa una gran afectación por los valores obtenidos que se observan en la gráfica.

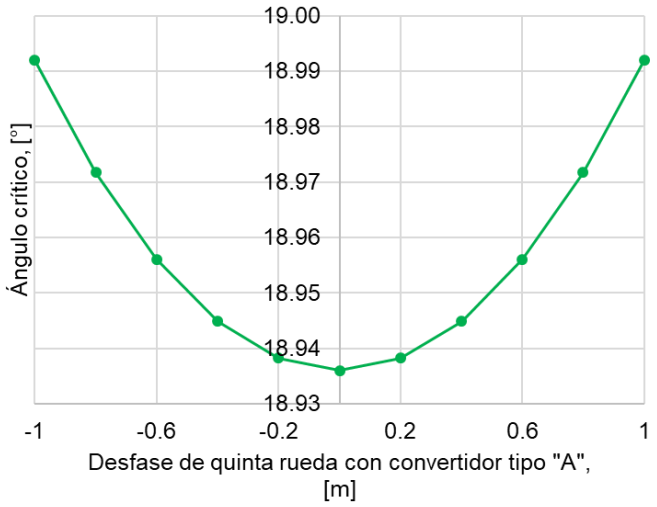


Figura 3.25 Efecto del ángulo crítico por efecto de la posición de la quinta rueda del convertidor tipo "A" en una configuración T-S-R

En la Figura 3.26 se observa que la variación en la distancia entre los ejes del tractocamión si tiene un efecto importante en cuanto al ángulo critico ya que su tendencia es a incrementar a medida que es mayor la distancia entre los ejes, creciendo prácticamente de manera lineal y proporcional al incremento de la distancia entre ejes, por lo que un vehículo con distancia entre ejes grandes en el tractocamión, quedara atrapado más rápidamente al realizar una maniobra cerrada, comparado con uno de distancia menor entre ejes.

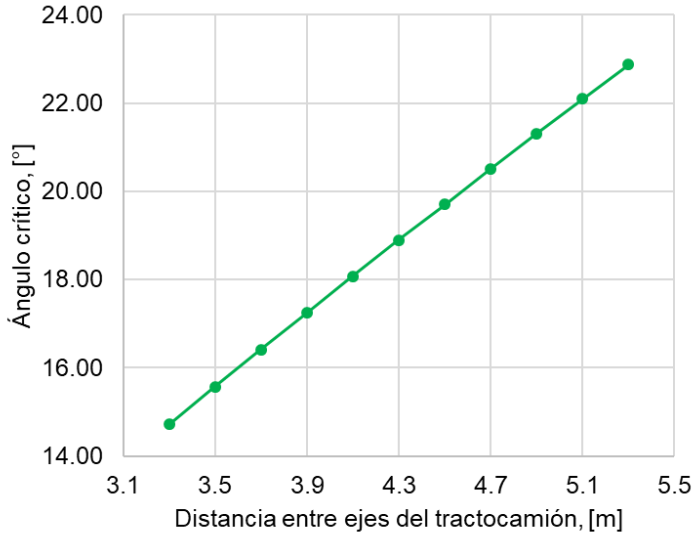


Figura 3.26 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del tractocamión en una configuración T-S-R

En las Figura 3.27 y 3.28 se observa que el ángulo crítico para el semirremolque y remolque disminuye cuando la distancia entre los ejes de los remolques es mayor, esta información es de utilidad para tomar decisiones para la realización de maniobras en espacios reducidos, ya que es una práctica común desplazar los ejes a partir de las necesidades, ya que es fácil moverlos por medio de sus mecanismos incorporados en muchas unidades de arrastre como son el semirremolque y remolque.

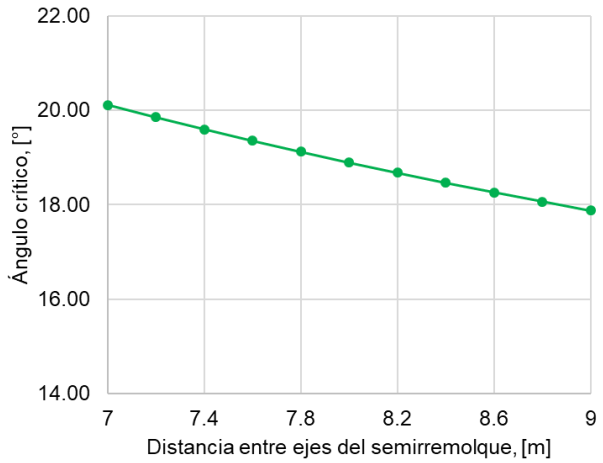


Figura 3.27 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del semirremolque en una configuración T-S-R

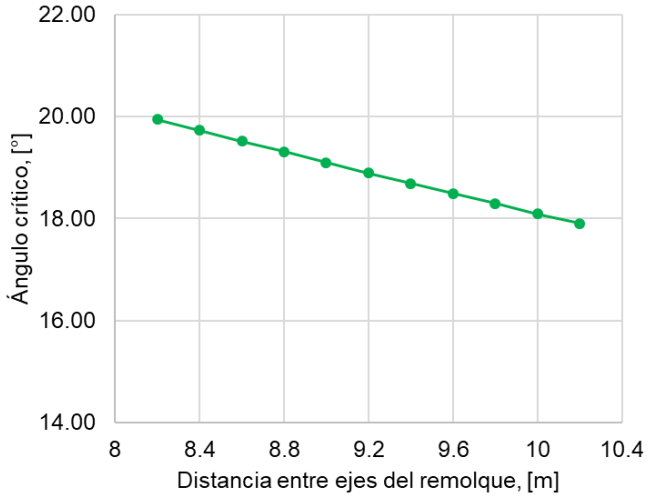


Figura 3.28 Efecto en el ángulo crítico por variación de la distancia entre ejes del remolque en una configuración T-S-R

Conclusiones

El análisis de la maniobrabilidad, entendido como la determinación de las características que un vehículo posee para ajustarse a cambios de dirección y al espacio disponible para ejecutar una maniobra, es relevante para determinar la capacidad de un vehículo para realizar maniobras a baja velocidad, aprovechando espacios o evitando obstáculos. Partiendo de un enfoque básico y sencillo, las características de maniobrabilidad son reflejo de la geometría, de las dimensiones, de la ubicación longitudinal de ejes, de la ubicación longitudinal de la quinta rueda, del tipo de convertidor y de las capacidades cinemáticas del sistema de dirección y las ruedas direccionales. El modelo básico de análisis de la maniobrabilidad comúnmente empleado es el denominado modelo bicicleta. Este modelo simplificado puede ser extendido para analizar diferentes configuraciones vehiculares, a través del cual se obtienen los radios de giro y la superficie barrida como indicadores de las características de maniobrabilidad. Esto, basado únicamente en parámetros geométricos y dimensionales, simulando principalmente la generación de una trayectoria circular.

La aplicación del modelo bicicleta resultó en una extensión para representar diferentes tipos de vehículos descritos en la norma oficial NOM-012-SCT-2-2017, como son vehículos unitarios y vehículos articulados de una y dos unidades de arrastre; derivando para cada una de ellas sus respectivas expresiones de análisis.

Para los vehículos unitarios considerados en este estudio, se desprendió la utilidad de parametrizar la ubicación de ejes y su separación, así como de los ángulos requeridos y las restricciones geométricas de dependencia entre los ángulos de las ruedas de los diferentes ejes. De los vehículos analizados, el de mayor efecto en los radios y espacios requeridos es el vehículo unitario de dos ejes con ambos direccionables, los cuales permiten representar diferentes proporciones de giros entre las ruedas de uno y otro eje. Del análisis se observó que las relaciones de ángulos mayores a 6 no representan mayor efecto en los radios y anchos de barrido.

Los radios de giro en los vehículos unitarios son principalmente afectados por la separación entre el eje direccional primario y el eje fijo. Las ruedas del eje direccional secundario, para esos casos, están restringidas a girar de acuerdo a la posición de este eje y a la distancia entre el eje primario y el eje fijo. Si el eje direccional secundario se ubica antes del eje fijo posterior, entonces las ruedas deben orientarse en el sentido del eje direccionable primario; si está después del eje fijo trasero, su orientación debe ser en sentido contrario a la orientación de las ruedas direccionales del eje primario.

El ejemplo de la validación mostró que, para el tipo de configuración utilizada, el modelo bicicleta puede ser utilizado como una herramienta de estimación de los espacios, pues las diferencias relativas entre el caso experimental y el modelo correspondiente estuvieron entre el ± 5% para los radios, y alrededor del ±9% para el ancho de la superficie de barrido. Esto pudiera ser la base para extenderlo a otros

tipos de configuración en el caso de los vehículos unitarios. Sin embargo, una mayor exactitud de la información generada requeriría una validación del resto de los modelos.

La aplicación del modelo, en el caso de las configuraciones articuladas de una o dos unidades de arrastre, se orientó principalmente al análisis del efecto de diversas variables de ubicación geométrica sobre la generación de la superficie barrida, como el requerimiento de espacio, de las configuraciones T-S y T-S-R, al ejecutar una maniobra de giro circular, considerando como entrada el ángulo de orientación de las ruedas direccionales. Las variables consideradas en la configuración T-S fueron la posición de la quinta rueda en el tractocamión, que define el punto de articulación por el acoplamiento entre el tractocamión y el semirremolque; la distancia base entre ejes direccional y posterior del tractocamión, así como la posición del eje en el semirremolque, considerando que representa un eje deslizable que puede ser ajustado por el operador de una manera rápida. Para la configuración T-S-R se consideraron las variables y parámetros de la configuración T-S, adicional al punto de articulación del convertidor tipo “A” y la posición de la quinta rueda del convertidor como punto de apoyo y articulación para la segunda unidad de arrastre.

Considerando los resultados obtenidos a través del modelo bicicleta aplicado a las configuraciones T-S y T-S-R, es evidente que a mayor ángulo direccional el requerimiento de espacio es mayor, pues las diferencias entre los radios extremos se incrementan. Ángulos direccionales grandes pueden generar bloqueo por la ubicación del centro instantáneo de rotación muy cerca de la rueda interna del semirremolque; es decir, el radio interior se acerca a cero.

Respecto a la ubicación de la quinta rueda, se observó que cambiar la posición no tiene efecto sobre los requerimientos de espacio. Para el intervalo simulado, los radios extremos se mantuvieron constantes y, por tanto, así también su diferencia.

Referente a la distancia entre ejes en el tractocamión, reducir la distancia reduce los radios extremos de giro, e incrementarla los aumenta, aunque en proporciones distintas. Como resultado, el ancho de la superficie barrida disminuye conforme se incrementa la distancia entre ejes, siendo menor el cambio cuando la distancia es más grande.

La posición de los ejes en los semirremolques no afecta el radio exterior, pero sí el radio interior. Este radio interior disminuye al posicionar el eje más atrás y, consecuentemente, aumenta con ese comportamiento el ancho de la superficie de barrido.

Respecto al ángulo direccional crítico, la posición de la quinta rueda no tiene efecto sobre dicho ángulo. Por otro lado, incrementar la distancia entre ejes en el tractocamión produce valores más altos del ángulo crítico, mientras que ubicar más hacia atrás el eje del semirremolque y remolque conlleva una disminución en el valor de ese ángulo; es decir, el bloqueo se produce a valores menores.

En general, el modelo bicicleta permite realizar estimaciones de aspectos de maniobrabilidad, no solamente de vehículos unitarios, sino de las configuraciones articuladas de tractocamión-semirremolque o tractocamión-semirremolque-remolque. Debe tenerse presente que otros parámetros físicos y la interacción entre ruedas y superficie del camino pueden tener efectos que modifiquen el comportamiento descrito con el modelo simplificado. Es también necesario analizar esos parámetros con el propósito de tener mayor acercamiento al desempeño real de los vehículos, que permitan otorgar un valor de validación de modelos de este tipo.

Bibliografía

1. Comité Consultivo Nacional de Normalización de Transporte Terrestre. (2017) *NOM-012-SCT-2-2017 peso y dimensiones máximas con los que pueden circular los vehículos de autotransporte que transitan en las vías generales de comunicación de jurisdicción federal*. [En línea]. https://www.sinec.gob.mx/SINEC/Vista/Normalizacion/DetalleNorma.xhtml?pidn=N3BVVkQ5bCsrQ21jY1JqRFBwQnY5dz09.

2. Fabela, M., Flores, O., Hernández Jiménez, J. (2013). *Aspectos básicos aplicables a la evaluación de la maniobrabilidad de vehículos de carretera*. NOTAS. Instituto Mexicano del Transporte. Publicación bimestral de divulgación externa. Número 141, págs. 1-9. Sanfandila, Qro.

3. Flores, O., Fabela, M., Hernández Jiménez, J, Vázquez Vega, D., Sánchez Vela, L., Cruz, M. (2017) *Desarrollo de modelo para el análisis de la maniobrabilidad de vehículos de carga pesada y autobuses*. Informe de investigación EI 29/16. México: Instituto Mexicano del Transporte.

4. Gutiérrez Hernández, J., Soria, V., Dorado, M. (2018). *Estudio estadístico de campo del autotransporte nacional. Análisis estadístico de la información recopilada en las estaciones instaladas en 2017*. Documento Técnico No. 75, México: Instituto Mexicano del Transporte.

5. Transoft Solutions (2021). *DISEÑO PUNTEROS AUTOTURN. El software de simulación de giro y análisis de ruta de barrido líder*. [Publicación en línea] Recuperado de https://www.transoftsolutions.com/latam/vehicle-swept-path/autoturn-select/autoturn/?setRegion=latam.

COMUNICACIONES
SECRETARÍA DE INFRAESTRUCTURA, COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

Km 12+000 Carretera Estatal 431 “El Colorado Galindo”
Parque Tecnológico San Fandila, Mpio. Pedro Escobedo,
Querétaro, México. C.P. 76703
Tel: +52 (442) 216 97 77 ext. 2610
Fax: +52 (442) 216 9671

publicaciones@imt.mx

http://www.imt.mx/