



INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

# IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO NUMÉRICO PARA LA PUBLICACIÓN DEL ESTADO DE MAR DEL PUERTO DE VERACRUZ EN TIEMPO REAL

---

Noé Fabricio Toledano Vega  
Rodolfo Ramírez Xicotencatl  
Manuel Mendoza Grande  
David Humberto Segura Quiroz  
José Alfredo López López

Publicación Técnica No. 654  
**Sanfandila, Qro.**  
**2021**

ISSN 0188-7297



Esta publicación fue realizada en la Coordinación de Ingeniería Portuaria y Costera del Instituto Mexicano del Transporte, por el M. I. Noe Toledano Vega, el Ing. Rodolfo Xicotencatl Ramírez, el M. I. Manuel Mendoza Grande y del Ing. David Humberto Segura Quiroz.

Esta publicación es el producto final del proyecto de investigación de iniciativa interna VI-15/15 “Implementación de un modelo numérico para la publicación del estado de mar del puerto de Veracruz en tiempo real”.

Se agradece la colaboración del Dr. José Miguel Montoya Rodríguez, Ramón Estrada Camacho y del Ing. Armando Raúl Rivas Gutiérrez de la División de Telemática del Instituto Mexicano del Transporte.



# Contenido

---

	Página
Índice de figuras.....	v
Índice de tablas.....	ix
Sinopsis.....	xi
Abstract.....	xiii
Resumen Ejecutivo .....	xv
Introducción.....	1
1 Implementación del modelo numérico.....	3
2 Calibración del modelo numérico .....	13
3 Puesta en operación del sistema .....	41
Conclusiones.....	43
Bibliografía .....	45

---



# Índice de figuras

---

	Página
Figura 1.1 Oleaje.....	1
Figura 1.1 Portulano con información batimétrica en aguas intermedias y profundas .....	4
Figura 1.2 Información batimétrica en aguas profundas con ETOPO 1 .....	5
Figura 1.3 Información batimétrica en aguas profundas con el C-MAP .....	5
Figura 1.4 Boyas MKIII.....	6
Figura 1.5 Desplazamientos de la superficie libre del mar registrados con el MKIII .....	7
Figura 1.6 Transmisión de datos en tiempo real .....	7
Figura 1.7 Ubicación de las boyas en el puerto de Veracruz .....	8
Figura 1.8 Malla de cálculo para la propagación de oleaje en la zona de estudio .....	11
Figura 2.1 Primera malla de cálculo con celdas máximas de 125 m de longitud .....	14
Figura 2.2 Segunda malla de cálculo con celdas de diferentes resoluciones ...	15
Figura 2.3 Tercera malla de cálculo con celdas de diferentes resoluciones .....	17
Figura 2.4 Alturas de ola medidas con las boyas direccionales medidoras de oleaje.....	19
Figura 2.5 Gráfica de dispersión de las alturas de ola medidas contra las alturas de ola calculadas .....	20
Figura 2.6 Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas y las alturas de ola medidas (línea roja).....	21
Figura 2.7 Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas contra las alturas de ola medidas (línea roja).....	22

Figura 2.8 Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas contras las alturas de ola medidas (línea roja).....	23
Figura 2.9 Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 1 al 10 de noviembre de 2015.....	23
Figura 2.10 Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 11 al 20 de noviembre de 2015.....	24
Figura 2.11 Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 21 al 30 de noviembre de 2015.....	24
Figura 2.12 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 0 a 10 ° respecto al Norte .....	25
Figura 2.13 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 10 a 20 ° respecto al Norte .....	26
Figura 2.14 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 20 a 30 ° respecto al Norte .....	27
Figura 2.15 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 30 a 40 ° respecto al Norte .....	28
Figura 2.16 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 40 a 50 ° respecto al Norte .....	29
Figura 2.17 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 50 a 60 ° respecto al Norte .....	30
Figura 2.18 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 60 a 70 ° respecto al Norte .....	31
Figura 2.19 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 70 a 80 ° respecto al Norte .....	32
Figura 2.20 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 340 a 350 ° respecto al Norte.....	33

Figura 2.21 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 350 a 0° respecto al Norte .....	34
Figura 2.22 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 348.75 a 11.25° respecto al Norte .....	35
Figura 2.23 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 11.25 a 33.75° respecto al Norte .....	36
Figura 2.24 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 33.75 a 56.25° respecto al Norte .....	37
Figura 2.25 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 56.25 a 78.75° respecto al Norte .....	38
Figura 2.26 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 326.25 a 348.75° respecto al Norte .....	39
Figura 2.27 Rosa de oleaje para alturas de ola por dirección .....	40
Figura 3.1 Mapa de oleaje.....	41



# Índice de tablas

---

	Página
Tabla 2.1 Comparación de las alturas de ola obtenidas para la primera y segunda malla de cálculo en el punto de la zona exterior del puerto de Veracruz donde se localiza la boya de la RENEOM .....	16
Tabla 2.2 Comparación de las alturas de ola obtenidas para la primera y segunda malla de cálculo en el punto de la zona exterior del puerto de Veracruz donde se localiza la boya de la RENEOM .....	18
Tabla 2.3 Matriz de coeficientes de fricción utilizada en la implementación del modelo numérico para la publicación del estado del mar del puerto de Veracruz. ....	40



## Sinopsis

---

En esta publicación se simula numéricamente la propagación del oleaje en el Puerto de Veracruz, con el objetivo de obtener un campo de oleaje, el cual es publicado en la página de Internet del Instituto Mexicano del Transporte (IMT), actualizándose de forma automática cada 30 minutos. La simulación utiliza como condición inicial el último dato generado por una boya direccional medidora de oleaje (IMTOL27B) instalada al Norte del puerto.

El modelo numérico que se emplea para conocer las características de las olas en la zona de interés es el modelo MIKE 21 SW, el cual considera los efectos de los fenómenos físicos que modifican el comportamiento de las olas al propagarse hacia la costa. Para validar los resultados de la simulación numérica, se utilizan las mediciones de una segunda boya instalada al este del puerto (IMTOL27).

Las dos boyas direccionales medidoras de oleaje miden el comportamiento de la superficie libre del mar y transmiten la información de forma simultánea a una estación receptora ubicada en las instalaciones del centro de control de tráfico marítimo de la Administración Portuaria Integral de Veracruz. Estas boyas pertenecen a la Red Nacional de Estaciones Oceanográficas y Meteorológicas del IMT.



# Abstract

---

This work presents the numerical simulation of waves propagation with the objective of obtain a data field of the waves from Veracruz Port. This information is updated every 30 minutes and published on the website of Mexican Institute of Transport (IMT). The simulation use as initial condition measured data by a directional wave buoy, it is located at the North of the port permanently (IMTO27B).

The numerical model Mike 21 SW is used, it considers the physical change of the transformation of sea waves during the propagation toward the coast. Data of a second directional wave buoy, located at the East of the port, are used to validate the model (IMTOL27).

Both buoys are MK-III model manufactured by Datawell. These buoys measure the free surface of the sea and transmit simultaneous to stations in the maritime traffic control center of the port authority. The buoys are part of a National Network of Oceanographic and Meteorological Stations (RENEOM) operated by IMT.

The information published is a tool to know the characteristic of the state of the sea for a specific area and time so this information is useful for the port community.



## Resumen ejecutivo

---

Esta publicación está orientada a las necesidades del País en materia de información meteorológica marina, cuyos productos están enfocados a las actividades marinas en el mar y a las diversas actividades que se desarrollan en áreas costeras.

En general, la meteorología marina abarca múltiples actividades, principalmente predicciones y avisos a la comunidad, para los cuales es necesario antes conocer el estado de las condiciones de la atmósfera, así como el de la superficie del océano, ya que las operaciones que se desarrollan en el mar dependen totalmente de las condiciones ambientales, siendo el viento y el oleaje los factores que determinan la seguridad o la capacidad de operación en un puerto.

Por ello, el desarrollo óptimo y seguro de las actividades portuarias dependerá en gran medida de las herramientas que se le ofrezcan a los usuarios y prestadores de servicios para poder tener conocimiento del estado de mar que prevalece en determinados momentos en una zona portuaria.

Para cubrir esa necesidad y generar información representativa, actualmente se utilizan equipos de medición como boyas, radares, imágenes de satélite, modelos numéricos con los que se genera información de la superficie del océano.

Por lo anterior, el objetivo de este estudio fue acoplar un modelo numérico, que es alimentado con mediciones de boyas, con la finalidad de poner a disposición del público en general un mapa de oleaje de las áreas de interés para la operación del puerto de Veracruz, Ver., el cual hace simulaciones de la propagación del oleaje a cada treinta minutos de forma automática y cuyos resultados son publicados en la página web de este Instituto, ofreciendo una herramienta que describe el estado de mar prevaleciente en el puerto.

Para la simulación numérica se hicieron pruebas con dos modelos matemáticos, los cuales fueron elegidos con base en que, en su solución, se consideren los fenómenos físicos que afectan la propagación de una onda sobre la superficie libre del mar. Para esto, por un lado, se hicieron corridas de prueba con el modelo WAPO (*Wave Propagation*) desarrollado por el Dr. Rodolfo Silva Casarín, del Instituto de Ingeniería, de la Universidad Nacional Autónoma de México; también se utilizó el modelo numérico comercial de nombre MIKE 21 SW desarrollado por la empresa Danesa, *Danish Hydraulic Institute* (DHI). En ambos casos, se utilizó información de la configuración del fondo marino y de la línea de costa para definir el dominio de cálculo abarcando el interior del puerto, así como canales de navegación y zonas de fondeo en el exterior del puerto de Veracruz. El dominio de cálculo tuvo un área de 24.2 x 35.5 Km y se discretizó en mallas anidadas (*Quad Tree*) en las que se

definieron tres zonas con celdas de diferente tamaño. La primera de ellas con celdas máximas de 300 m de longitud; la segunda zona con celdas máximas de 150 m de longitud y, la tercera zona, para la región interior del puerto de Veracruz con celdas máximas de 50 m de longitud.

Debido a que el modelo MIKE 21 fue el que registró menos tiempo para resolver las ecuaciones, en comparación con el modelo WAPO, fue el elegido para su implementación y automatización de la solución del problema planteado en los objetivos de este estudio.

Para definir los escenarios a simular se utilizaron las mediciones que se obtienen de dos boyas que este Instituto tiene instaladas en el puerto como parte de la Red Nacional de Estaciones Oceanográficas y Meteorológicas. La condición inicial a simular se obtiene de la boya que se encuentra instalada en la parte Norte del puerto en la Bahía de Vergara (estación IMTOL27B). Esta boya registra la posición de la superficie libre del mar a cada 0.7 s y forma paquetes de datos en intervalos de 30 minutos. Los datos que genera son enviados vía radio justo en el instante en que son medidos y son recibidos en el Centro de Control de Tráfico Marítimo de la Administración Portuaria Integral (API) de Veracruz, de donde los datos son recolectados y transferidos vía internet hacia el Centro de Control de la RENEOM en el IMT de forma automática.

Una vez que los datos fueron recibidos, un algoritmo desarrollado en el IMT se encarga de editar la información que fue traída del puerto y se prepara para que sea utilizada como condición inicial del escenario a simular con el modelo numérico MIKE 21. El modelo numérico corre de manera automática y, como resultado, se obtiene un campo de oleaje en toda la zona del puerto, el cual se edita de tal forma que se obtenga una imagen en la que se muestran la dimensión de las alturas de ola en todo el dominio de cálculo y vectores con los que se indica la dirección de incidencia de las olas. Finalmente, la imagen que se editó, con la información de las características del oleaje, se publica en la página de este Instituto, repitiendo el proceso cuando llega la última medición de la boya cada treinta minutos.

En conclusión, el campo de oleaje que resulta de la simulación, ofrece las características de las olas en una extensión de 25 Km al este del puerto, 6 Km al Norte y 18 Km al Sur del Puerto, dominio en el cual quedan incluidos los canales de navegación y el polígono de fondeadero del puerto.

Es importante resaltar que el modelo se calibró con las series de tiempo del oleaje generadas con la estación oceanográfica IMTOL27.

El tiempo que el modelo ocupa para resolver las ecuaciones en el dominio es de 5 minutos en promedio, lo cual permite que los resultados sean presentados en la página de Internet del IMT con actualizaciones con una frecuencia de cada 30 minutos.

# Introducción

---

Para esta publicación se deberá entender como estado de mar a la situación temporal y espacial en la cual puede suponerse el fenómeno del oleaje real como estable energética y estadísticamente admitiendo, bajo esta suposición, el estado de mar define el comportamiento del oleaje durante periodos cortos de tiempo. Asimismo, el oleaje se define como aquellas alteraciones producidas en la superficie del mar por la acción continua del viento.



**Figura I.1 Oleaje**

Por ser el viento y el oleaje los factores que determinan la capacidad de operación en un puerto, el desarrollo óptimo y seguro de sus actividades dependerá en gran medida de las herramientas que se le ofrezcan al usuario y para tener conocimiento del estado de mar característico en la zona portuaria. Para cubrir esa necesidad y generar información representativa, actualmente se utilizan equipos de medición y modelos numéricos que simulan dichos fenómenos.

La División de Ingeniería de Puertos y Costas (DIPyC) del IMT desarrolla trabajos de ingeniería en cualquiera de sus etapas, orientados a la procuración del desarrollo de actividades humanas en ambientes portuarios seguros ante los efectos de fenómenos naturales. Para ello, una de las especialidades de la DIPyC es la aplicación de modelos numéricos de origen comercial, libre y propio, con los que se puede estimar el comportamiento del oleaje en áreas costeras.

Para darle validez a los resultados y garantizar la calidad de la información que se genera con los modelos numéricos, el IMT cuenta con los datos medidos con equipos especializados, que permitan estimar una correcta caracterización de las variables de naturaleza aleatoria generadas por la interacción océano atmósfera. Estos equipos son parte del proyecto Red Nacional de Estaciones Oceanográficas y Meteorológicas (RENEOM), fundado y operado por la DIPyC en colaboración con la Coordinación General de Puertos y sus tres Direcciones Generales. El proyecto se puso en operación en el año 2004, cuando el IMT instaló una boya direccional medidora de oleaje modelo MKIII en el puerto de Veracruz como estación piloto. El

proyecto RENEOM tiene el objetivo de medir las características del oleaje, los niveles del mar y variables meteorológicas.

Para este estudio, se utilizan datos de boyas direccionales medidoras de oleaje, modelo MKIII fabricadas por la empresa Holandesa *Datawell BV*. Con estos equipos se generan mediciones de alturas de ola, periodos de ola, direcciones de incidencia y temperatura superficial del agua de mar y cuentan con radios transmisores con los que envían las mediciones a una estación receptora en tierra, ubicada en las instalaciones del Centro de Control de Tráfico Marítimo de la Administración Portuaria de Veracruz, S. A. de C. V.

Los objetivos de esta publicación es poner a disposición del público en general un mapa de oleaje en las áreas de interés para la operación del puerto Veracruz, Ver. Para ello, se definen los siguientes objetivos particulares:

- Poner en operación un modelo numérico en tiempo real con el que se simule la propagación del oleaje.
- Publicar en la página web de este Instituto, un mapa que describa el estado de mar prevaleciente en el puerto.

Además, en los alcances de esta publicación, es que los Especialistas de la División de Ingeniería de Puertos y Costas simularán numéricamente los modos propagantes del oleaje para conocer el estado del mar prevaleciente en un área que abarca el interior del puerto, así como canales de navegación y zonas de fondeo en el exterior del puerto de Veracruz.

Para la descripción de las condiciones del oleaje, en las zonas de interés del puerto, se tomarán los datos que son generados con dos boyas direccionales medidoras de oleaje instaladas, actualmente, en la zona exterior del puerto como parte del proyecto Red Nacional de Estaciones Oceanográficas y Meteorológicas operado por este IMT

Los resultados de la simulación podrán ser consultados en el micro sitio de la División de Ingeniería de Puertos y Costas, de la página de Internet [www.imt.mx](http://www.imt.mx); y serán actualizados cada 30 minutos.

# 1. Implementación del modelo numérico

---

En este apartado se describe la metodología que se manejó para la elección del modelo numérico que se utilizó. Asimismo, se describe la preparación de las condiciones que se utilizaron en la simulación, que van desde la definición del dominio de cálculo hasta la validación de las condiciones de los estados de mar que se simularon, incluyendo la fuente de los datos de oleaje medidos que se generaron.

## 1.1 Información batimétrica

Para realizar la propagación del oleaje en la zona de estudio, se requiere obtener la configuración batimétrica de la zona de estudio, para ello se tomó en cuenta varias fuentes de información, siendo las más relevantes las siguientes:

### a) Portulanos

Una fuente de información batimétrica para aguas intermedias y profundas, fue tomado del portulano “Veracruz and Approaches, México West Coast”, desarrollado y publicado por “*National Imagery and Mapping Agency*”, editado en 1998, las profundidades están en metros y referidas al Nivel Medio del Mar y están referenciados al sistema coordenado WGS 84 (ver figura 1.1).

### b) ETOPO1

Otra fuente de información que se utilizó fue la de ETOPO1, esta información fue desarrollada en el 2008 por el Centro Nacional de Datos Geofísicos (NGDC por sus siglas en inglés), el cual es un modelo de relieve global y contiene información a cada arco minuto sobre la superficie de la tierra, está integrado por topografía del terreno y batimetría del océano, las profundidades se expresan en metros y están referenciados al sistema coordenado WGS 84. Fue construido a partir de un conjunto de datos tanto mundial como regional y, además, cuenta con información sobre la superficie del hielo (ver figura 1.2).

### c) CMAP del DHI

Una fuente adicional de información fue tomada del *Danish Hydraulic Institute* (DHI), donde otro de sus productos es el MIKE C-MAP, el cual proporciona información de una gran cantidad de datos batimétricos tomados a partir de cartas náuticas digitales. Con las cartas se puede crear batimetrías para la zona de estudio que se

requiera, sus profundidades se expresan en metros y están referenciados al sistema coordenado WGS 84 (ver figura 1.3).

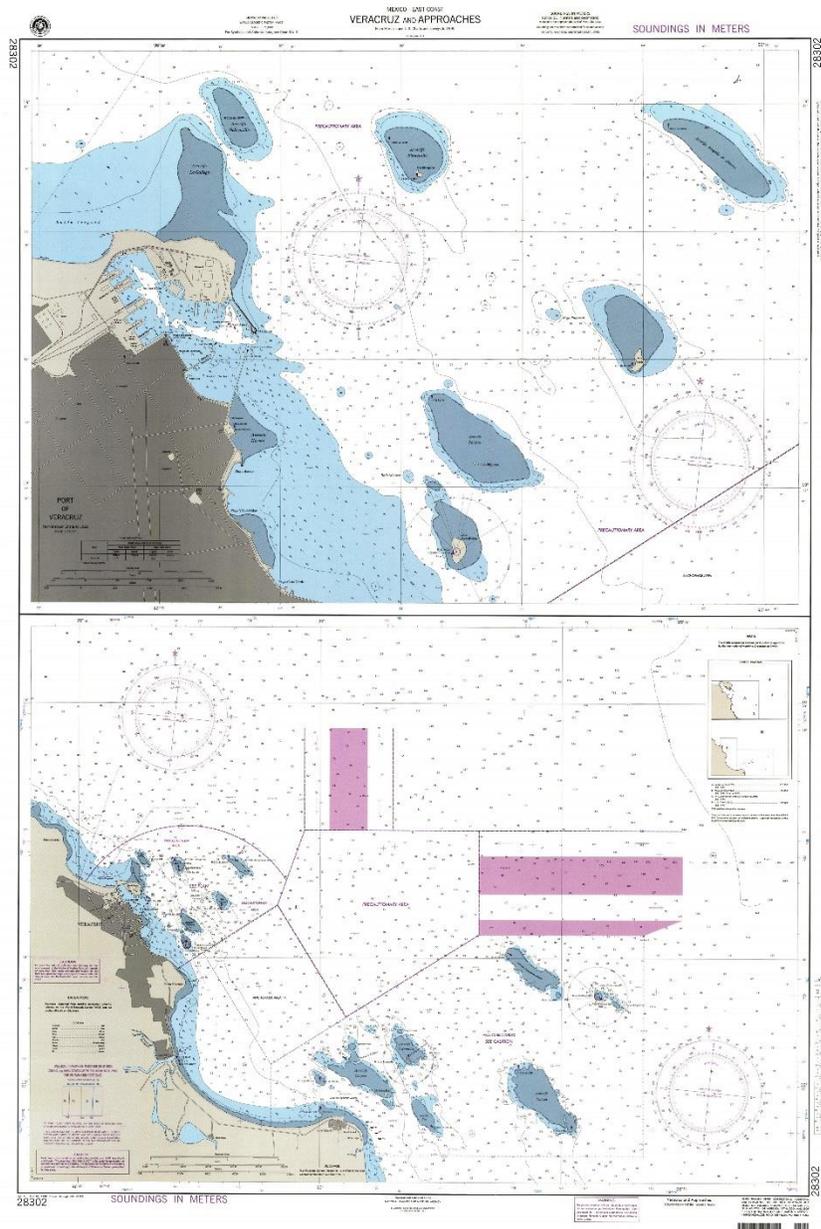


Figura 1.2 Portulano con información batimétrica en aguas intermedias y profundas

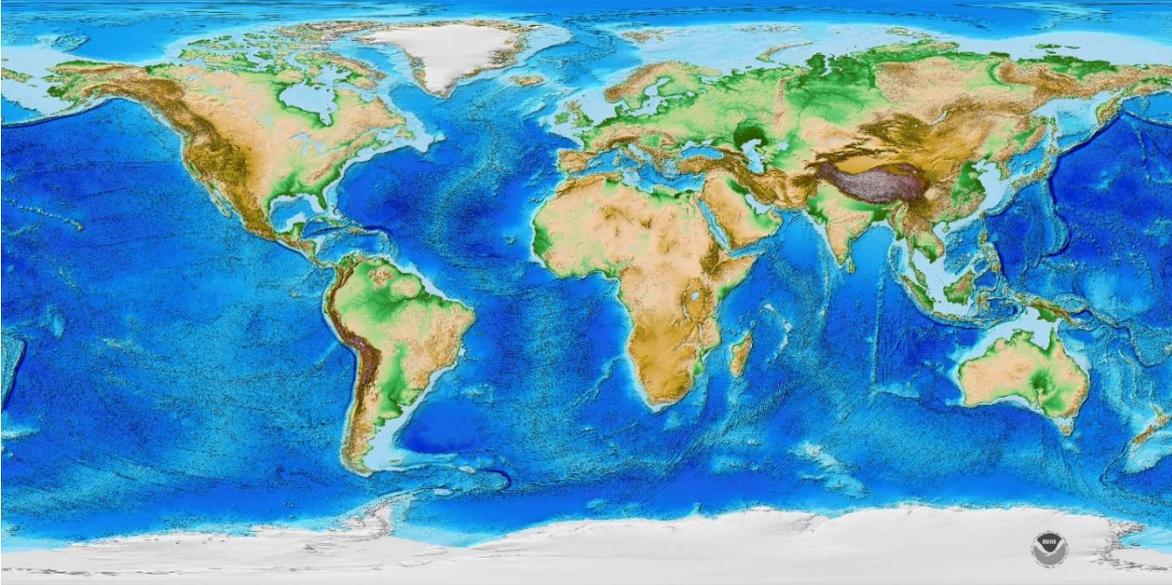


Figura 1.2 Información batimétrica en aguas profundas con ETOPO1

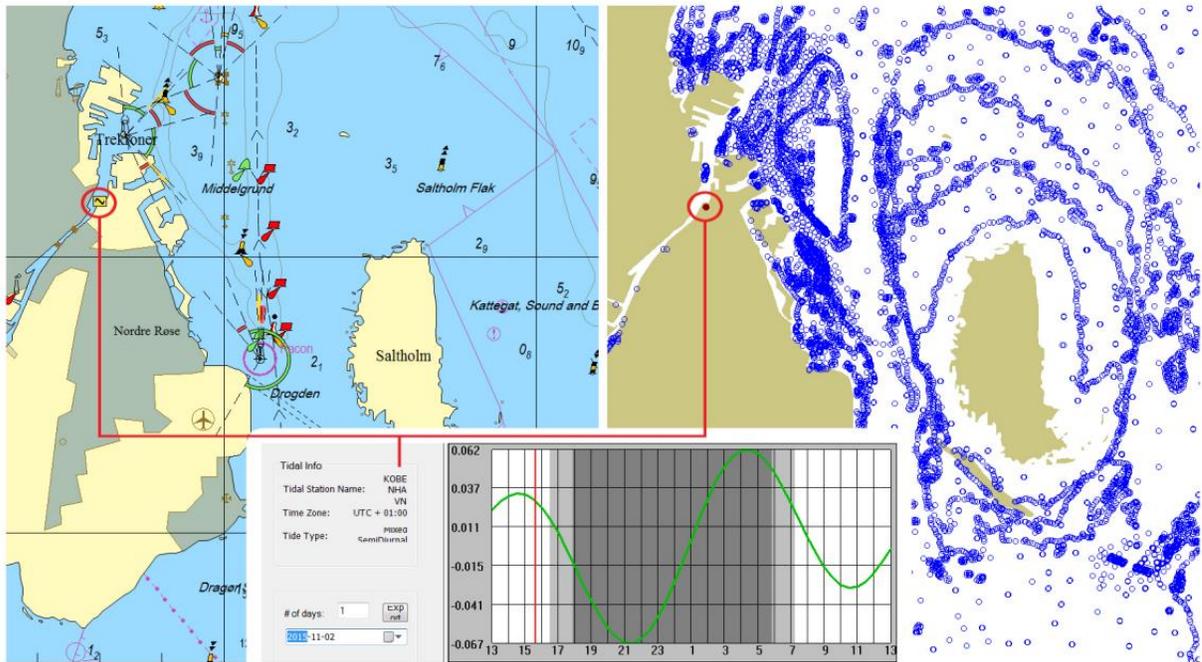


Figura 1.3 Información batimétrica en aguas profundas con el C-MAP

Utilizando las fuentes de información antes mencionadas, se generó una malla de cálculo para realizar las modelaciones numéricas de propagación del oleaje.

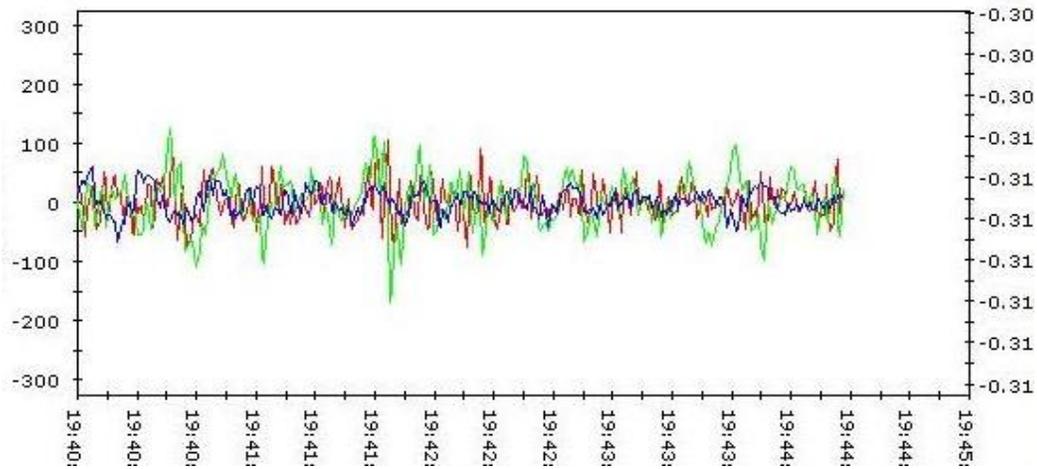
## 1.2 Información de oleaje

Después de haber definido las condiciones batimétricas en el apartado anterior, el siguiente paso consistió en la selección de la información que definiría el estado de mar que se simularía numéricamente. Para ello, los datos de oleaje que se utilizaron para la implementación, calibración y puesta en operación del modelo numérico, corresponden a las mediciones registradas por dos boyas direccionales medidoras de oleaje, estaciones IMTOL27 y IMTOL27B que opera el IMT como parte de la RENEOM.



**Figura 1.4 Boyas MKIII**

Las boyas direccionales muestrean 256 datos de la sobreelevación del mar a una frecuencia de 1.28 Hz cada 200 s. Las mediciones se visualizan todo momento en la estación receptora. Con la serie de tiempo registrada se obtiene el espectro de distribución de energía del oleaje, generando archivos cada media hora con la información medida en ese periodo de tiempo. También se generan archivos de tipo histórico los cuáles son creados de forma mensual y que son actualizados cada media hora. Estos archivos cuentan con la información de altura de ola significativa, su periodo asociado, la dirección de incidencia del oleaje, así como la temperatura superficial del agua de mar.



**Figura 1.5 Desplazamientos de la superficie libre del mar registrados con las MKIII**

Con ese registro de desplazamientos tridimensional, se describe la altura de las olas  $H$  (m), su periodo  $T$  (s) y la dirección de incidencia. Las boyas cuentan con radios de comunicación que envían la información a tierra para poder ser consultados en tiempo real. Esta característica de las boyas permitió disponer de la información necesaria para definir las condiciones iniciales a simular.



**Figura 1.6 Transmisión de datos en tiempo real**

Las boyas se encuentran ubicadas en la zona exterior del puerto de Veracruz, una de ellas, la que se encuentra instalada en la zona exterior del puerto, fue colocada a finales del año 2004 y la boya instalada en la zona de bahía de Vergara se puso en operación desde el año 2012 a petición de la Administración Portuaria Integral de Veracruz S. A. de C. V., y se ubican como se observa en la figura 1.7.



Figura 1.7 Ubicación de las boyas en el puerto de Veracruz

### 1.3 Selección del modelo numérico

Para la simulación numérica de los procesos físicos que ocurren mientras una ola se propaga hacia la costa, la Coordinación de Ingeniería Portuaria y Costera de este Instituto, cuenta con métodos comerciales, libres y propios que modelan el fenómeno del oleaje. En este caso, se eligieron dos modelos que consideran en su solución los principales efectos que modifican el comportamiento de una ola al propagarse sobre la superficie libre del mar (refracción, difracción, reflexión y rotura del oleaje).

El primero de ellos, es el modelo conocido como WAPO (*Wave propagation*) desarrollado por el Dr. Rodolfo Silva Casarín del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Este modelo, da solución al problema de propagación de ondas lineales sobre un fondo impermeable, puede ser de profundidad variable, se basa en una solución analítica de la ecuación modificada de la pendiente suave, la cual no tiene restricciones en cuanto a la variación del talud del fondo. Este modelo ofreció resultados de buena precisión y calidad; sin embargo, la desventaja es que requiere gran tiempo de cálculo, el cual originó que

la implementación del sistema propuesto en este trabajo se hiciera utilizando el modelo conocido como MIKE 21 SW.

Este modelo de propagación de oleaje es del *Danish Hydraulic Institute* (DHI), el DHI es una organización dedicada a la investigación en el campo de la ingeniería hidráulica y hoy en día es líder mundial en la consultoría hidráulica, cuenta con una gama de productos de software que permiten analizar, modelar y simular el oleaje, la hidrodinámica, la dinámica de los sedimentos, entre otros.

Uno de los productos de DHI es el MIKE 21 SW (*Spectral Wave*), el cual es un modelo espectral de nueva generación de oleaje-viento, basado en mallas no estructuradas. El modelo simula el crecimiento, el decaimiento y la transformación del oleaje generado por el viento.

El MIKE 21 SW incluye dos formulaciones, la paramétrica direccional desacoplada y la espectral completa. La paramétrica direccional desacoplada está basada en la parametrización de la ecuación de la conservación de oleaje; la parametrización se realiza en el dominio de la frecuencia con la introducción del momento = y del primer momento del espectro del oleaje como variable dependiente. La espectral completa está basada en la ecuación de conservación del oleaje donde el espectro de frecuencia direccional del oleaje es la variable dependiente.

Las ecuaciones básicas de conservación están formuladas en coordenadas cartesianas para aplicaciones de pequeña escala y coordenadas esféricas para aplicaciones a gran escala.

La discretización de la ecuación que rige en el espacio geográfico y espectral se realiza utilizando el método de volúmenes finitos de malla central. En el dominio geográfico se utiliza una técnica de malla no estructurada. La integración en el tiempo se realiza utilizando un paso fraccionario, en el cual se aplica un método explícito multi-secuencia para la propagación de la acción del oleaje.

### Ecuaciones Básicas

En este modelo, la dinámica de las ondas de gravedad es descrita por la ecuación de transporte para la densidad de la acción del oleaje. Para aplicaciones en pequeña escala, el transporte básico es usualmente formulado en coordenadas cartesianas, mientras las coordenadas esféricas polares se utilizan para aplicaciones a gran escala. La densidad del espectro varía en el tiempo y en el espacio y está en función de la fase del oleaje. De los parámetros de la fase, para este caso se toma la dirección del oleaje  $\theta$ , la de frecuencia angular relativa  $\sigma$ , o la frecuencia angular absoluta  $\omega$ . En el presente modelo la formulación en términos de la dirección de la ola  $\theta$ , y la frecuencia angular relativa  $\sigma$ , son los elegidos. La densidad de energía  $N(\sigma, \theta)$  está dada por:

$$N = \frac{E}{\sigma}$$

Para oleaje que se propaga sobre fondos de pendiente suave, la relación entre la frecuencia relativa angular  $\sigma$  y la frecuencia angular absoluta  $\omega$ , está dada por la ecuación de la dispersión como sigue:

$$\sigma = \sqrt{gk \tanh(kd)} = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U}$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $d$  es la profundidad y  $U$  es el vector de velocidad de la corriente. La celeridad de grupo  $C_g$ , de la energía del oleaje relativa de la corriente se expresa de la siguiente manera:

$$C_g = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right) \frac{\sigma}{k}$$

La velocidad de la fase  $C$ , con respecto a la corriente se expresa como sigue:

$$c = \frac{\sigma}{k}$$

En este caso, el espectro está limitado al rango entre la frecuencia mínima,  $\sigma_{\min}$ , y la frecuencia máxima,  $\sigma_{\max}$ , donde, para el caso de las bajas frecuencias del espectro, el modelo resuelve las ecuaciones de forma determinística, mientras que, para las altas frecuencias del espectro, la solución es analítica. En lo que se refiere a la fricción de fondo, se determina por la siguiente ecuación:

$$S_f(f, \theta) = - \left( C_f + \frac{f c(\vec{u}, \vec{k})}{k} \right) \frac{k}{\sinh 2kd} E(f, \theta)$$

Donde  $C_f$  es el coeficiente de fricción,  $k$  es el número de onda,  $d$  es la profundidad,  $f c$  es el coeficiente de fricción para una corriente y  $u$  es la velocidad de la corriente.

Para llevar a cabo la modelación numérica de la zona de estudio, es necesario realizar una malla de cálculo, ésta se realiza mediante el método de malla flexible no estructurada, la cual permite realizar diferentes resoluciones del tamaño de celda, dependiendo principalmente de las zonas de interés en la zona de estudio. La malla debe contener el área a ser modelada y, para la solución, se deben definir las condiciones de Frontera (abierta o cerrada), en ella se incluye información de la posición geográfica y la profundidad del agua en cada uno de los nodos de la malla.

La malla que se generó fue obtenida tomando en cuenta las diferentes fuentes de información batimétrica (ver figura 1.8), En la malla se cubrió la zona a modelar con detalle en aguas intermedias y profundas y tiene aproximadamente un área de 35 x 24 Km.

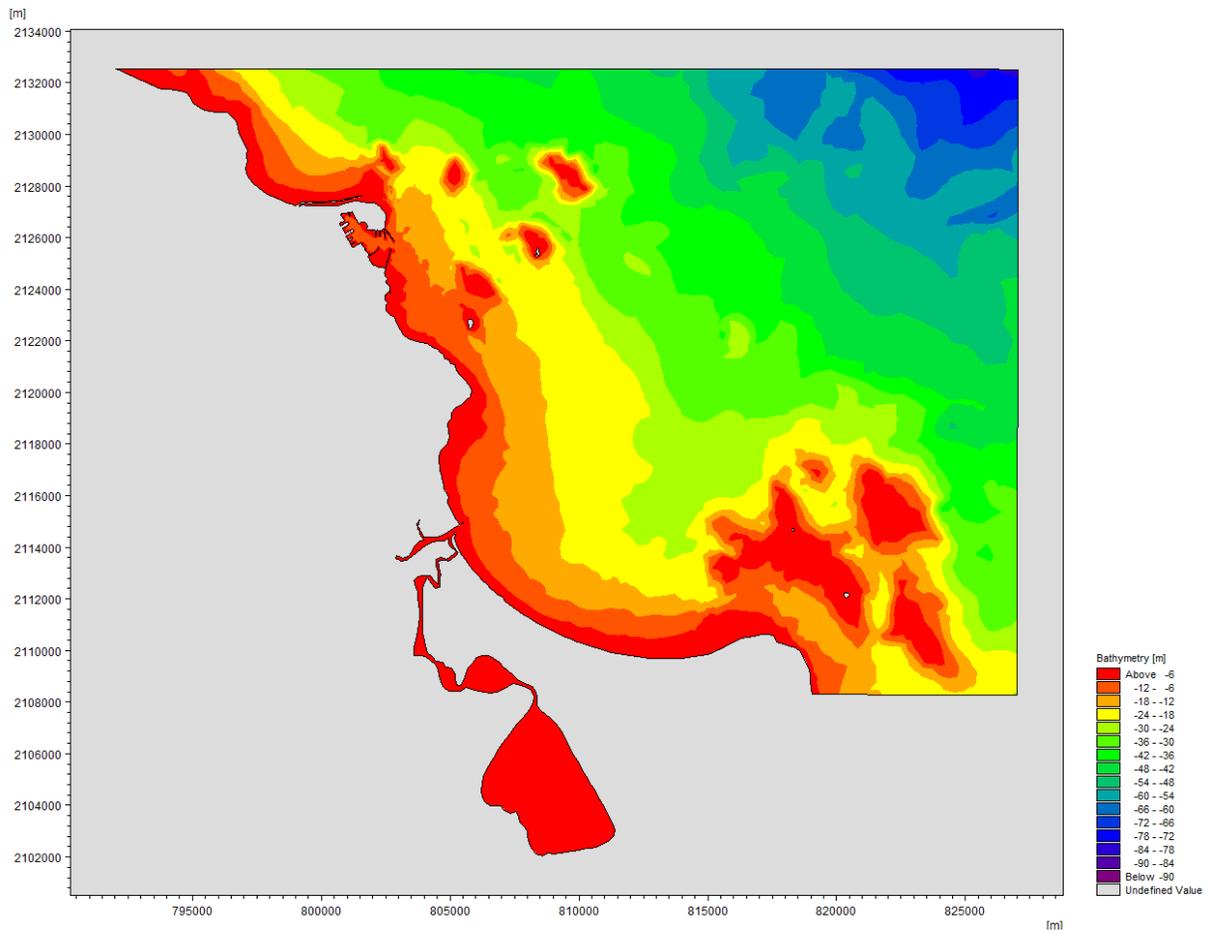


Figura 1.8 Malla de cálculo para la propagación del oleaje en la zona de estudio



## **2. Calibración del modelo numérico**

---

Una vez elegido el modelo numérico y definidas las condiciones para la simulación, el modelo se calibró y los resultados se validaron utilizando las mediciones simultáneas de las dos boyas instaladas en la zona del puerto.

### **2.1 Puesta a punto del modelo numérico**

De acuerdo con lo señalado en el capítulo anterior, una vez seleccionado el modelo numérico con los mejores resultados en función del tiempo de cálculo, tamaño y resolución de la malla, se realizó la calibración del modelo numérico.

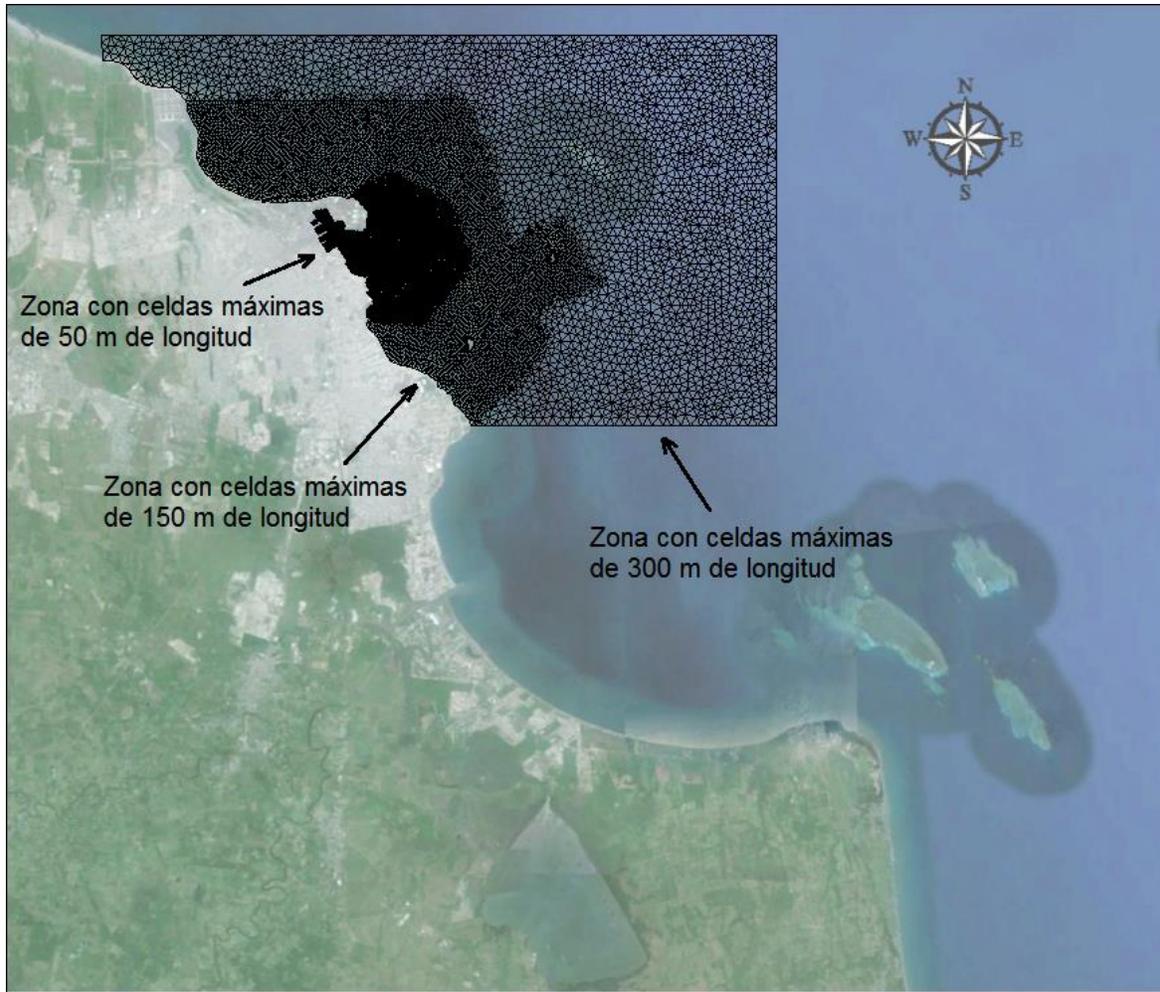
En primera instancia se buscó optimizar la malla de cálculo previamente definida, considerando, como puntos importantes, el tiempo que se llevaría el modelo en realizar el cálculo numérico de la refracción del oleaje y la calidad de los resultados obtenidos, tomando como condición de frontera la información del oleaje de la boya instalada en la bahía de Vergara y como punto de comparación la información del oleaje de la boya instalada en la zona exterior de puerto.

Se realizaron algunas corridas de prueba con la malla de cálculo previamente establecida, la cual se realizó con una resolución fija de las celdas en todo el dominio, con un tamaño máximo de celda de 125 m de lado, cubriendo un área desde Punta Gorda localizada al Norte de la Bahía de Vergara hasta Antón Lizardo y hacia el mar hasta la profundidad de 70 m, tal como se indica en la figura 2.1, de dicha corridas se registraron los tiempos de cálculo del modelo, dicho tiempo variaba alrededor de los 33 s.



**Figura 2.1 Primera malla de cálculo con celdas máximas de 125 m de longitud**

Como primera optimización se definió otra malla de cálculo, en la cual se redujo el área del dominio y se generaron tres zonas con diferentes resoluciones en las celdas, la primera zona con celdas máximas de 300 m de longitud, la segunda zona con celdas máximas de 150 m de longitud y la tercera zona, la cual cubre el interior del puerto de Veracruz, con celdas máximas de 50 m de longitud (ver figura 2.2).



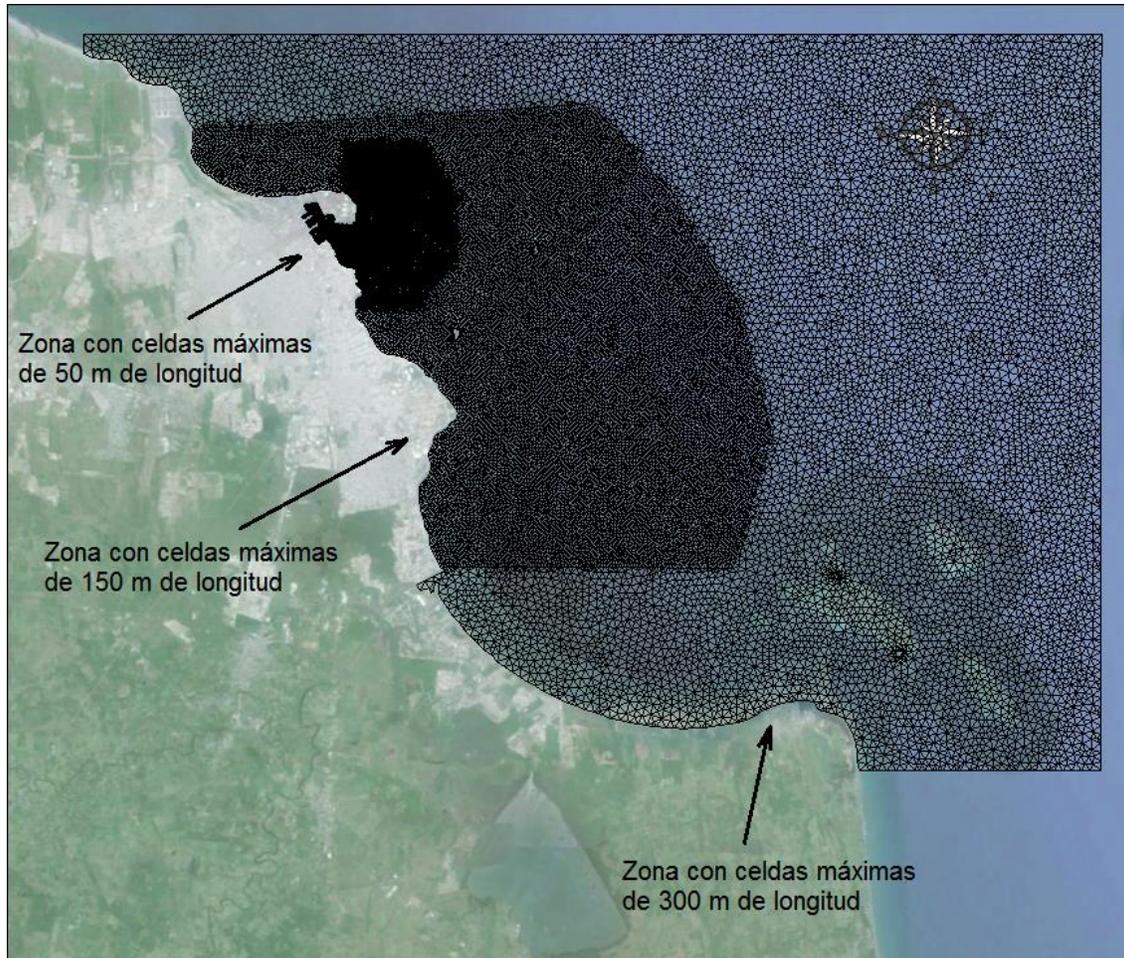
**Figura 2.2 Segunda malla de cálculo con celdas de diferentes resoluciones**

De igual forma, se realizaron corridas de prueba y se registraron los tiempos de cálculo, los cuales en promedio oscilaban en los 12 s, se compararon los resultados obtenidos con las dos mallas de cálculo, observándose que con la primera malla las alturas de ola obtenidas tenían una mejor aproximación a las alturas medidas, tal como se muestra en la tabla 2.1.

**Tabla 2.1 Comparación de las alturas de ola obtenidas para la primera y segunda malla de cálculo en el punto de la zona exterior del puerto de Veracruz donde se localiza la boya de la RENEOM**

Altura de ola medida en la Bahía de Vergara (m)	Altura de ola medida en la zona exterior del puerto de Veracruz (m)	Altura de ola calculada con la primer malla (m)	Altura de ola calculada con la segunda malla (m)
0.81	0.59	0.54	0.51
0.95	0.66	0.67	0.63
2.69	1.84	1.88	1.92
2.37	1.70	1.77	1.81

De conformidad con los resultados obtenidos, se decidió realizar una tercera malla de cálculo considerando el dominio de la primera malla, eliminando las celdas del río Jamapa y la laguna de Mandinga, ajustando la resolución de las celdas en tres zonas, la primer zona con celdas máximas de 300 m de longitud, la segunda zona con celdas máximas de 150 m de longitud y la tercer zona, la cual cubre el interior del puerto de Veracruz, con celdas máximas de 50 m de longitud, tal como se indica en la figura 2.3.



**Figura 2.3 Tercera malla de cálculo con celdas de diferentes resoluciones**

De igual forma, se compraron las alturas de ola obtenidas en el sitio de fondeo de la boya ubicada en la zona exterior del puerto, obteniendo con la tercera malla los mejores resultados y, en cuanto al tiempo de cálculo, las corridas para este caso tienen una duración promedio de 27 s.

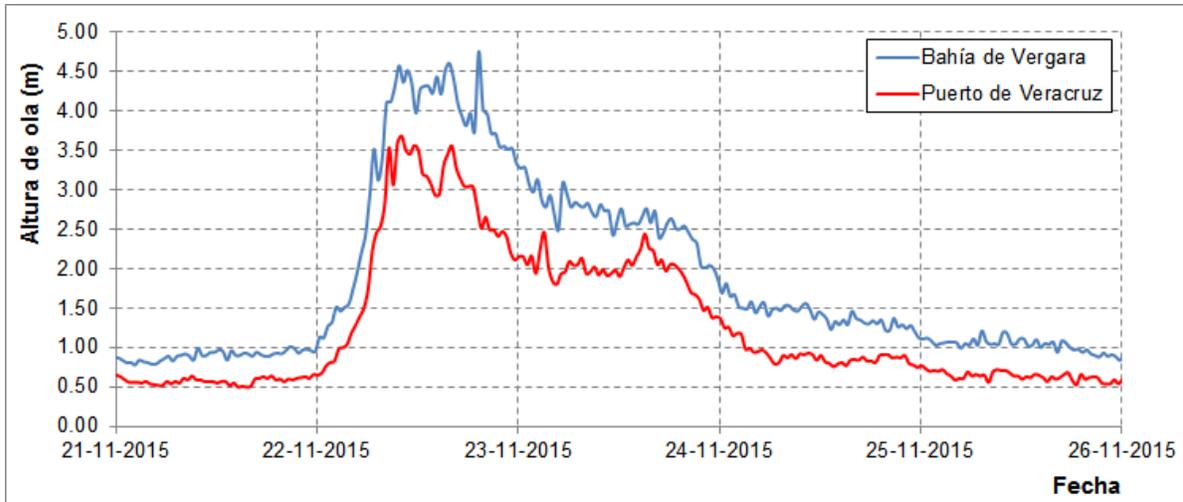
**Tabla 2.2 Resultados comparativos de las alturas de ola obtenidas para las tres mallas cálculo en el punto de la zona exterior del puerto de Veracruz donde se localiza la boya de la RENEOM**

Altura de ola medida en Bahía de Vergara (m)	Altura de ola medida en la zona exterior del puerto de Veracruz (m)	Altura de ola calculada con la primer malla (m)	Altura de ola calculada con la segunda malla (m)	Altura de ola calculada con la tercera malla (m)
0.83	0.52	0.53	0.54	0.52
0.99	0.59	0.62	0.63	0.60
0.90	0.55	0.57	0.57	0.55
3.54	2.41	2.31	2.34	2.35

Con los resultados obtenidos, se decidió utilizar la tercera malla de cálculo para calibrar e implementar el modelo numérico, esto en función de la calidad de los resultados, ya que las diferencias en el tiempo de cálculo obtenidos para las tres mallas consideradas, no impacta de forma importante en los objetivos para la operación del modelo en tiempo real.

## 2.2 Análisis de sensibilidad

Para calibrar el modelo numérico, se realizó una serie de 2160 corridas con información del oleaje medido con las boyas direccionales instaladas en la Bahía de Vergara y en la zona exterior del puerto de Veracruz, correspondiente a los días del 21 al 26 de noviembre de 2015, en virtud de que, durante este período, se presentaron una variedad importante de alturas de ola que iban desde los 0.50 m hasta los 4.50 m (ver figura 2.4 , la línea azul indica el oleaje medido con la boya instalada en la zona Norte de la Bahía de Vergara; la línea roja indica el oleaje medido en la zona exterior del puerto de Veracruz) y 9 diferentes coeficientes de fricción (240 corridas para cada coeficiente de fricción).



**Figura 2.4 Alturas de ola medidas con las boyas direccionales medidoras de oleaje**

De los resultados obtenidos, se realizaron gráficas con la relación de las alturas de ola medidas y las alturas de ola calculadas, tal como se indica en la figura 2.5. Las gráficas obtenidas indican que, en conjunto, las modelaciones numéricas con el coeficiente de fricción de 0.08 tiene el mejor ajuste de las alturas obtenidas con las alturas medidas, con un coeficiente de correlación lineal de 0.9508 y una desviación estándar de los datos ajustados de 0.0066.

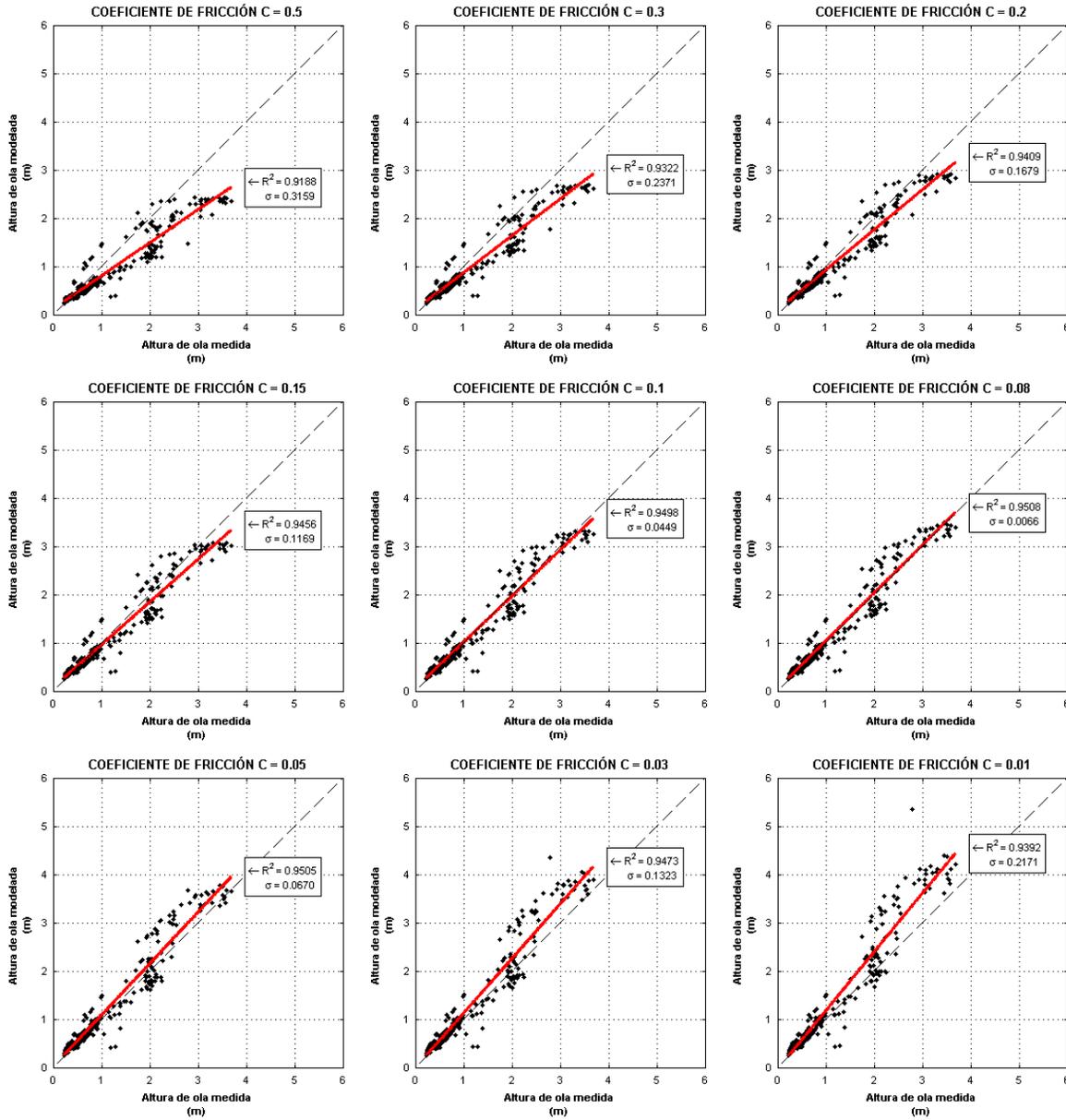


Figura 2.5 Gráfica de dispersión de las alturas de ola medidas contra las alturas de ola calculadas

Para verificar los resultados con las alturas calculadas en forma individual, se realizaron gráficas comparativas de las alturas de ola obtenidas con el modelo numérico y las alturas de ola medidas en la zona exterior del puerto, tal como se muestran en las figuras 2.6 a la 2.8.

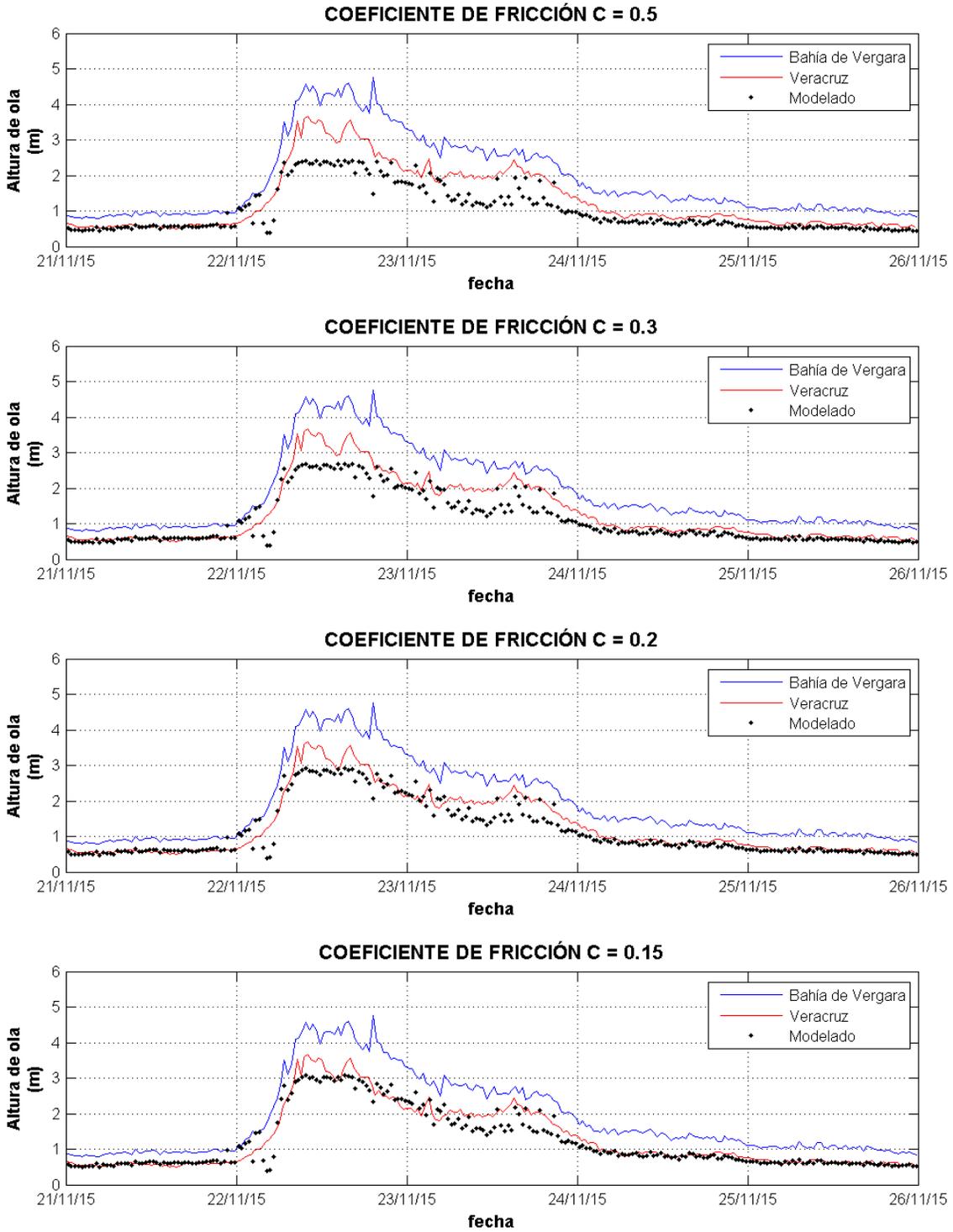


Figura 2.6 Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas y las alturas de ola medidas (línea roja)

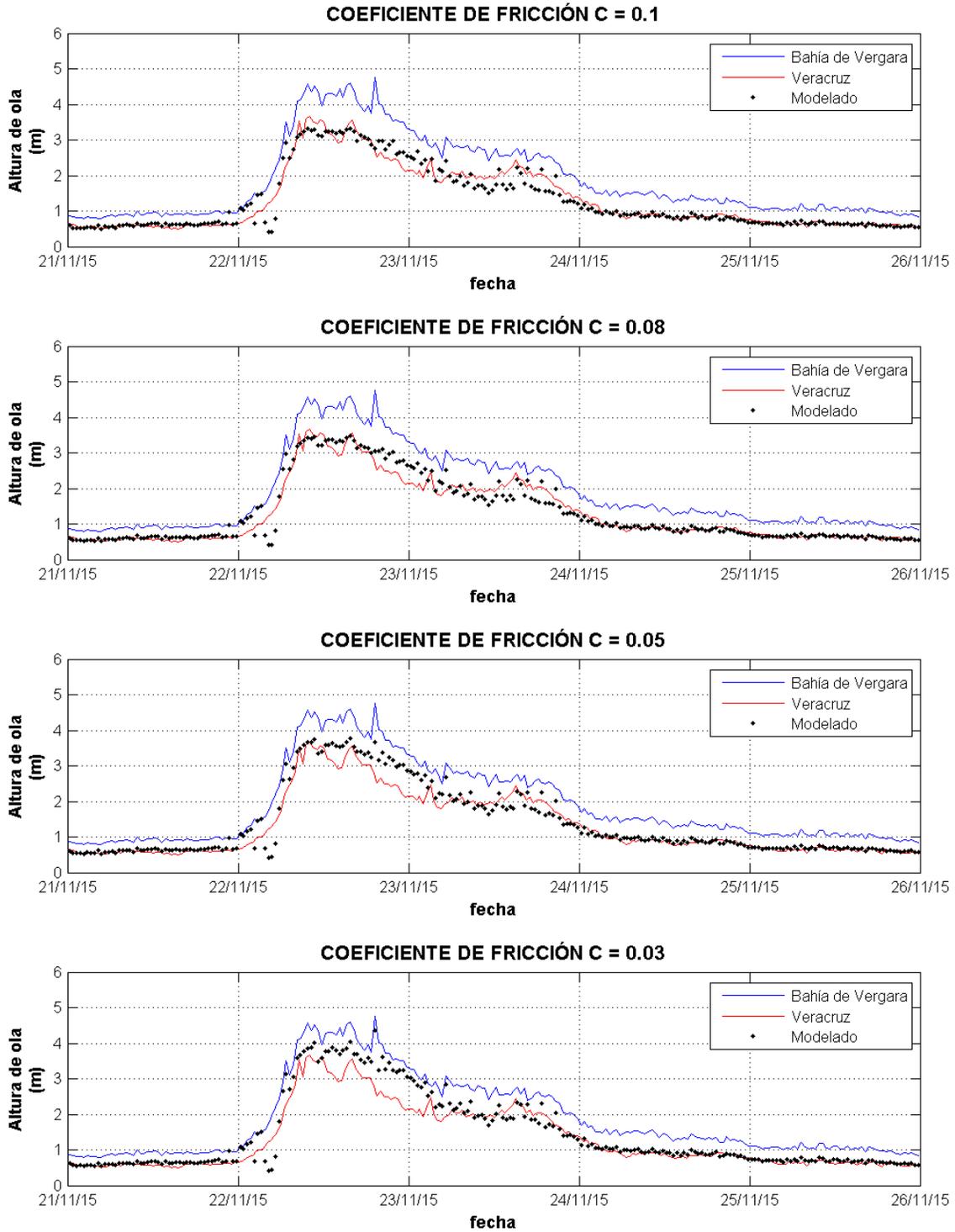
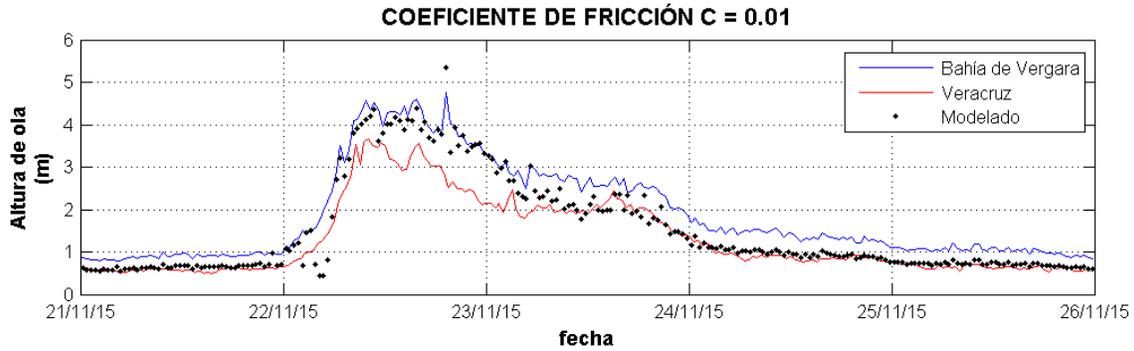


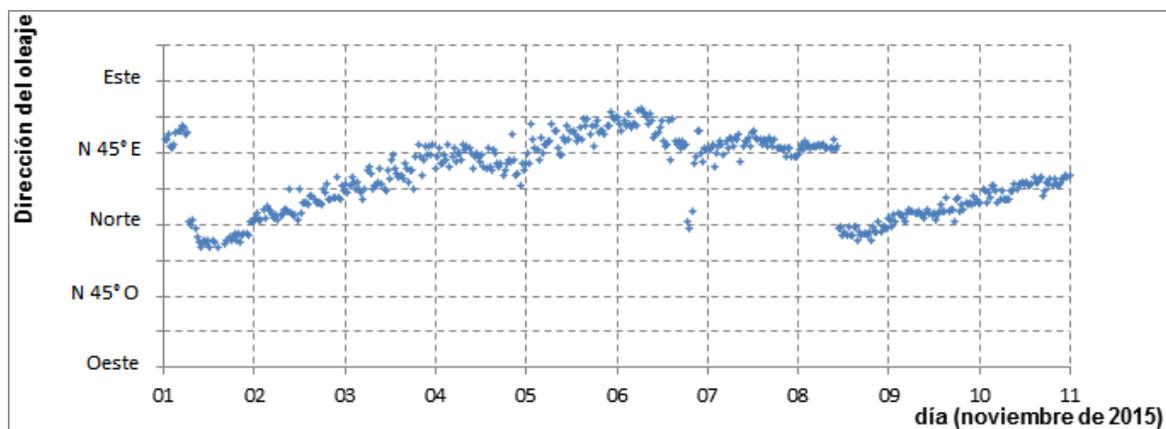
Figura 2.7 Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas y las alturas de ola medidas (línea roja)



**Figura 2.8** Gráfica comparativa de las alturas de ola calculadas y las alturas de ola medidas (línea roja)

Las gráficas anteriores indican que con el coeficiente de fricción de 0.08, las alturas de ola obtenidas se ajustan mejor cuando son mayores a los 2.00 m; sin embargo, con alturas de ola menores a 1.00 m, las alturas de ola obtenidas se ajustan mejor con los coeficientes de fricción más altos.

En virtud de lo anterior, se realizó un análisis agrupando las alturas de ola medidas en la Bahía de Vergara, en intervalos de 1 m y por dirección de incidencia del oleaje con intervalos a cada  $10^\circ$ , en el rango comprendido entre la dirección  $330^\circ$  y  $80^\circ$ , el cual corresponde al rango de direcciones del oleaje medidas por la boya de Bahía de Vergara en el mes de noviembre de 2015, el cual se validó con la información registrada por dicha boya desde marzo de 2013. En las figuras 2.9 a la 2.11, se muestran las series de tiempo de las direcciones del oleaje en la Bahía de Vergara en noviembre de 2015, las cuales sirvieron para identificar las direcciones incidentes del oleaje.



**Figura 2.9** Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 1 al 10 de noviembre de 2015

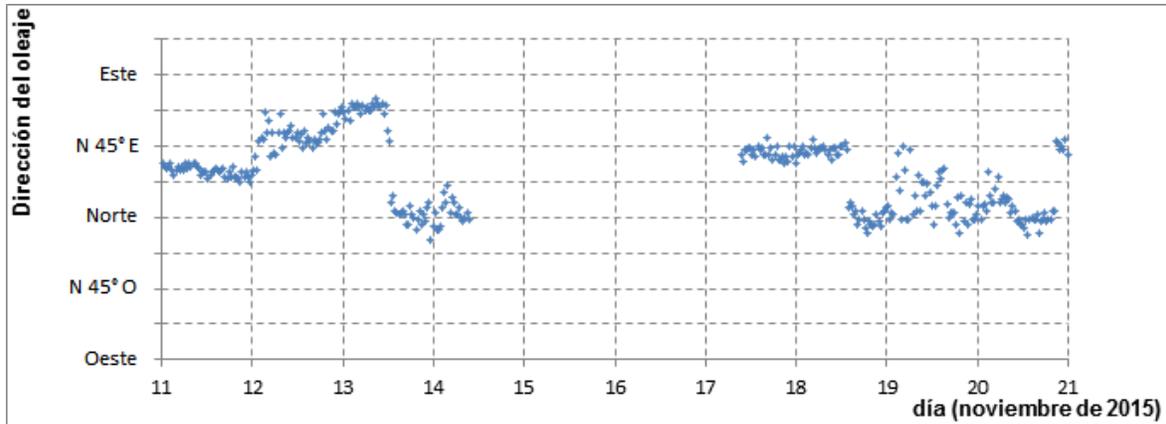


Figura 2.10 Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 11 al 20 de noviembre de 2015

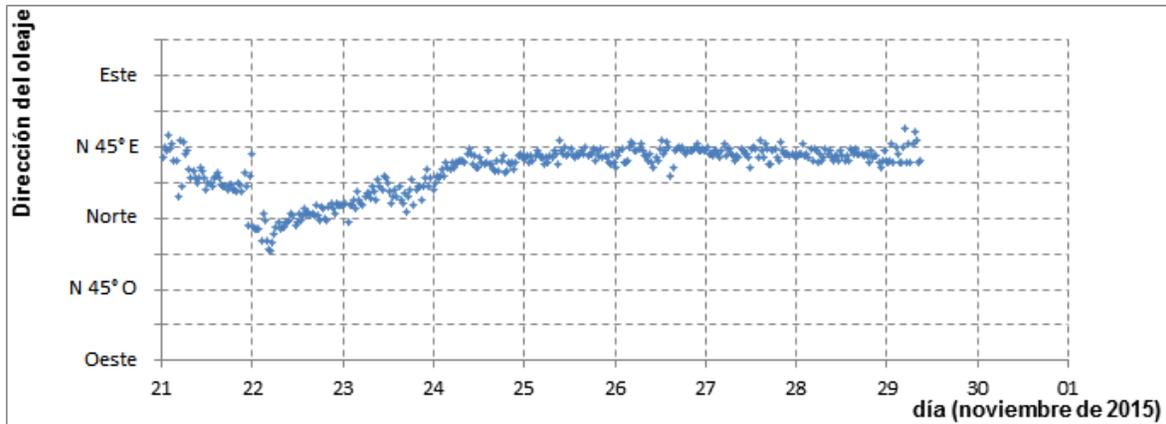


Figura 2.11 Serie de tiempo de las direcciones del oleaje medido en la zona exterior del puerto, de los días 21 al 30 de noviembre de 2015

Los resultados del análisis por grupos de altura y dirección se muestran en las figuras 2.12 a la 2.21, en las cuales el valor 0 de la relación de la altura medida y la altura calculada corresponde al mejor ajuste de las alturas de ola.

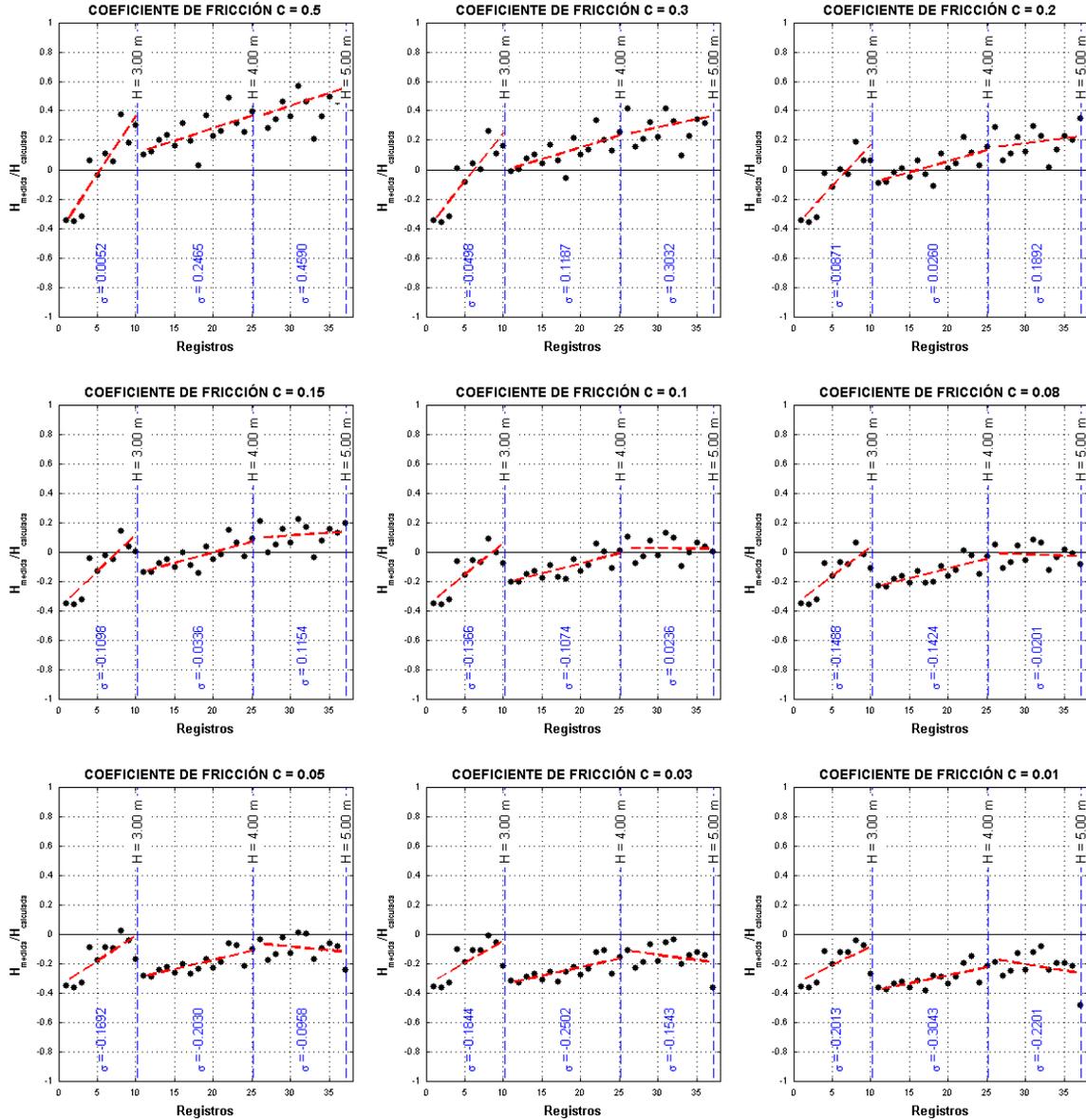


Figura 2.12 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 0° a 10° respecto al Norte

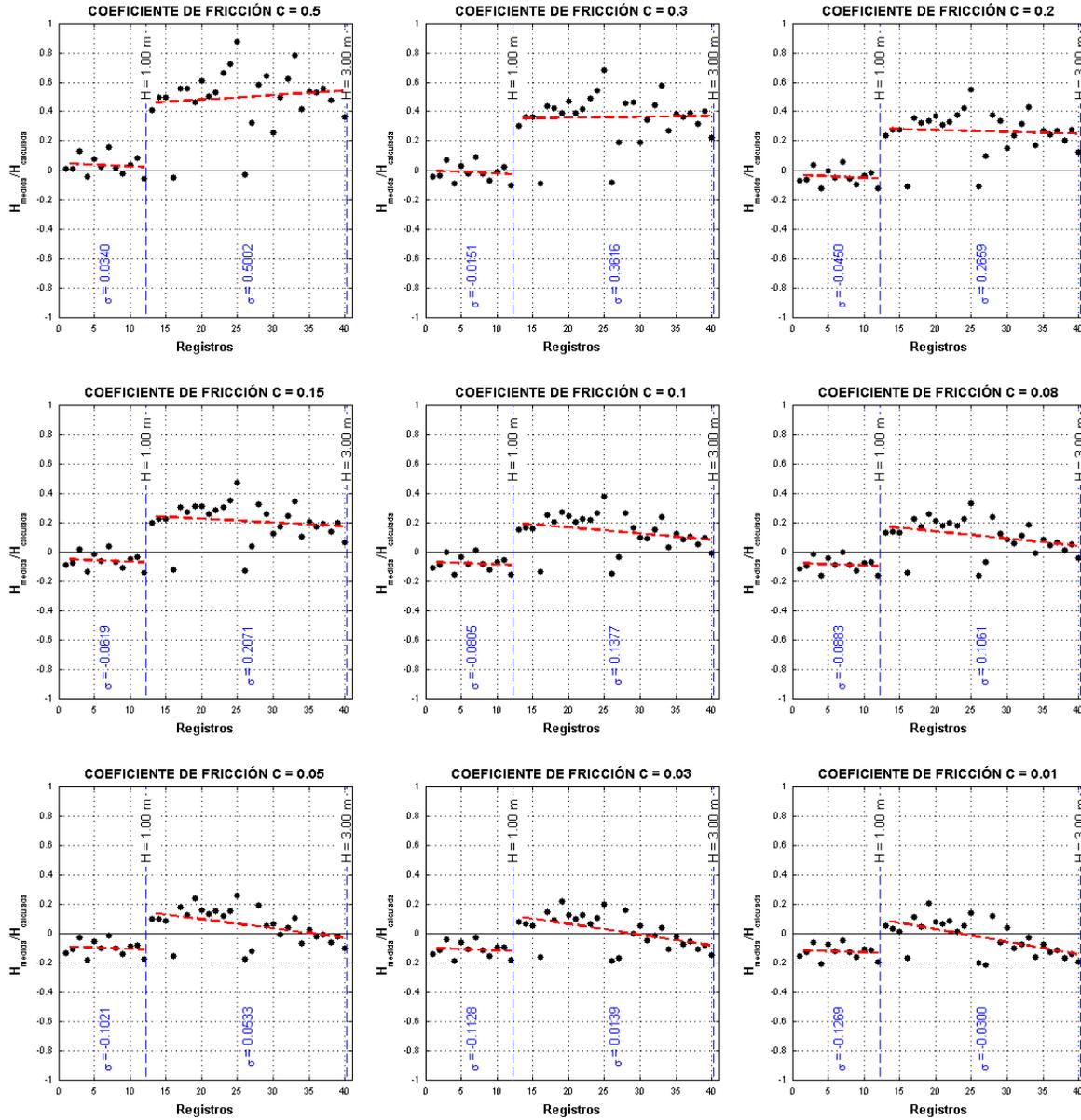


Figura 2.13 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $10^\circ$  a  $20^\circ$  respecto al Norte

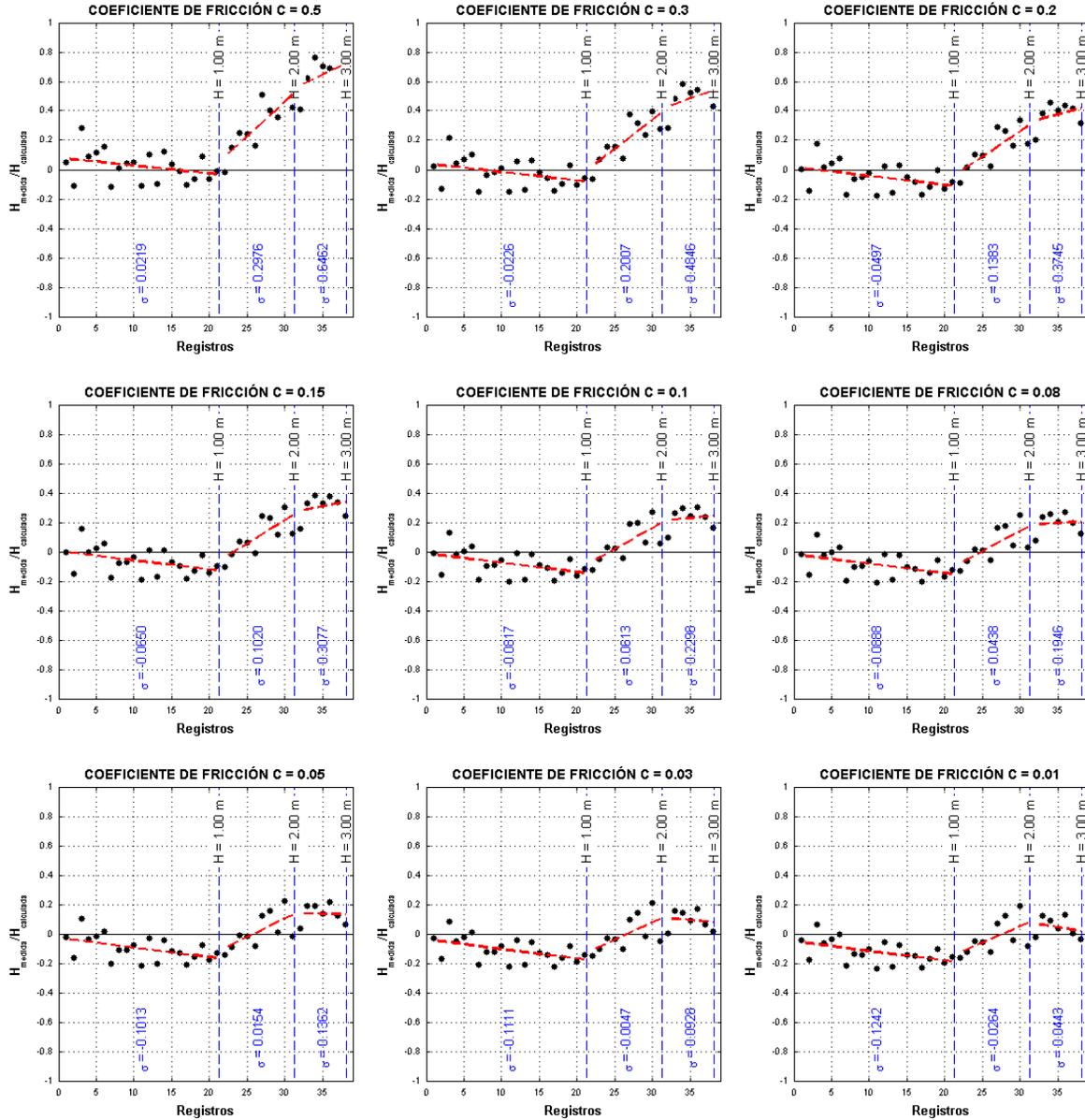


Figura 2.14 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 20° a 30° respecto al Norte

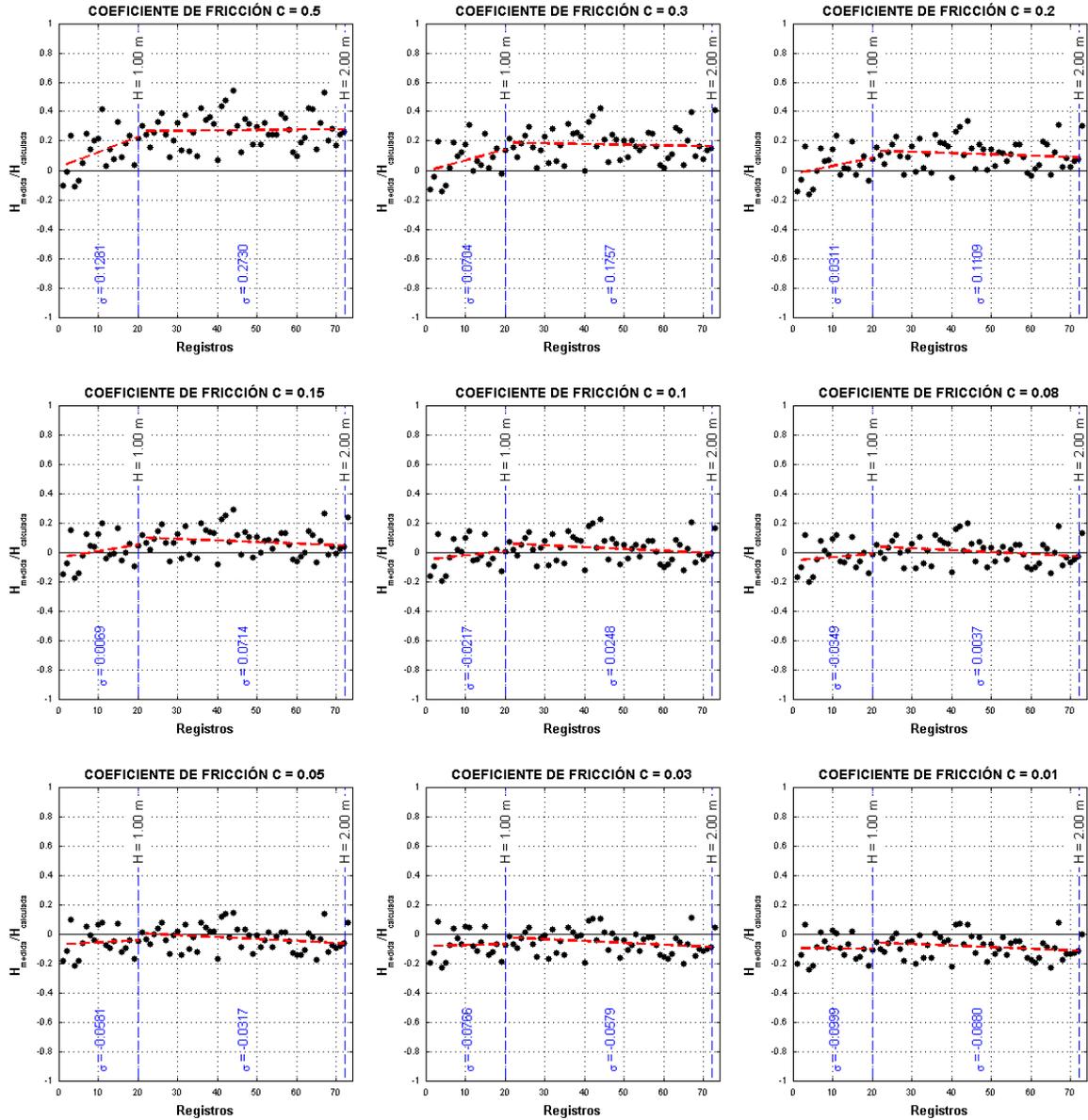


Figura 2.15 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 30° a 40° respecto al Norte

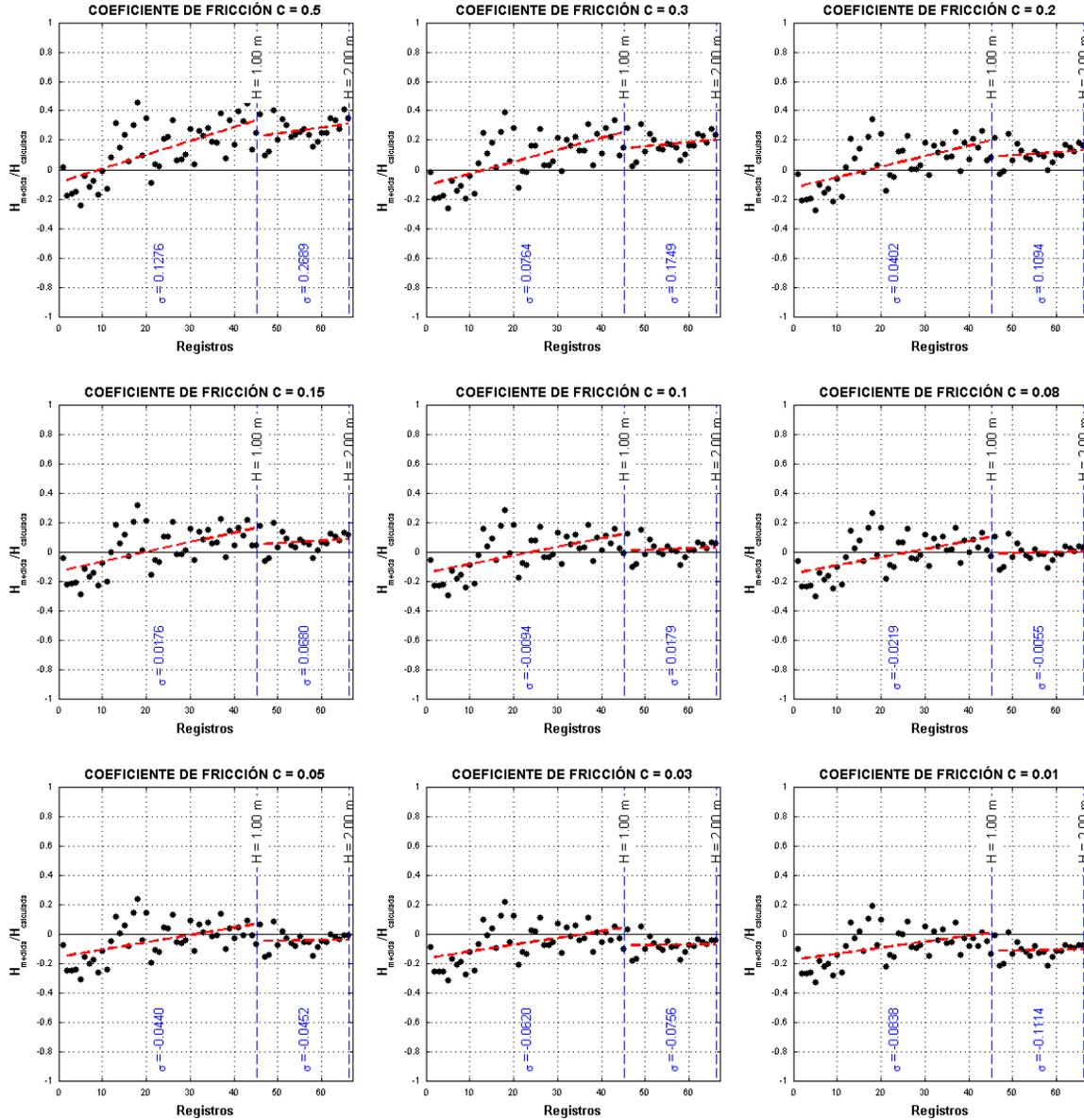


Figura 2.16 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 40° a 50° respecto al Norte

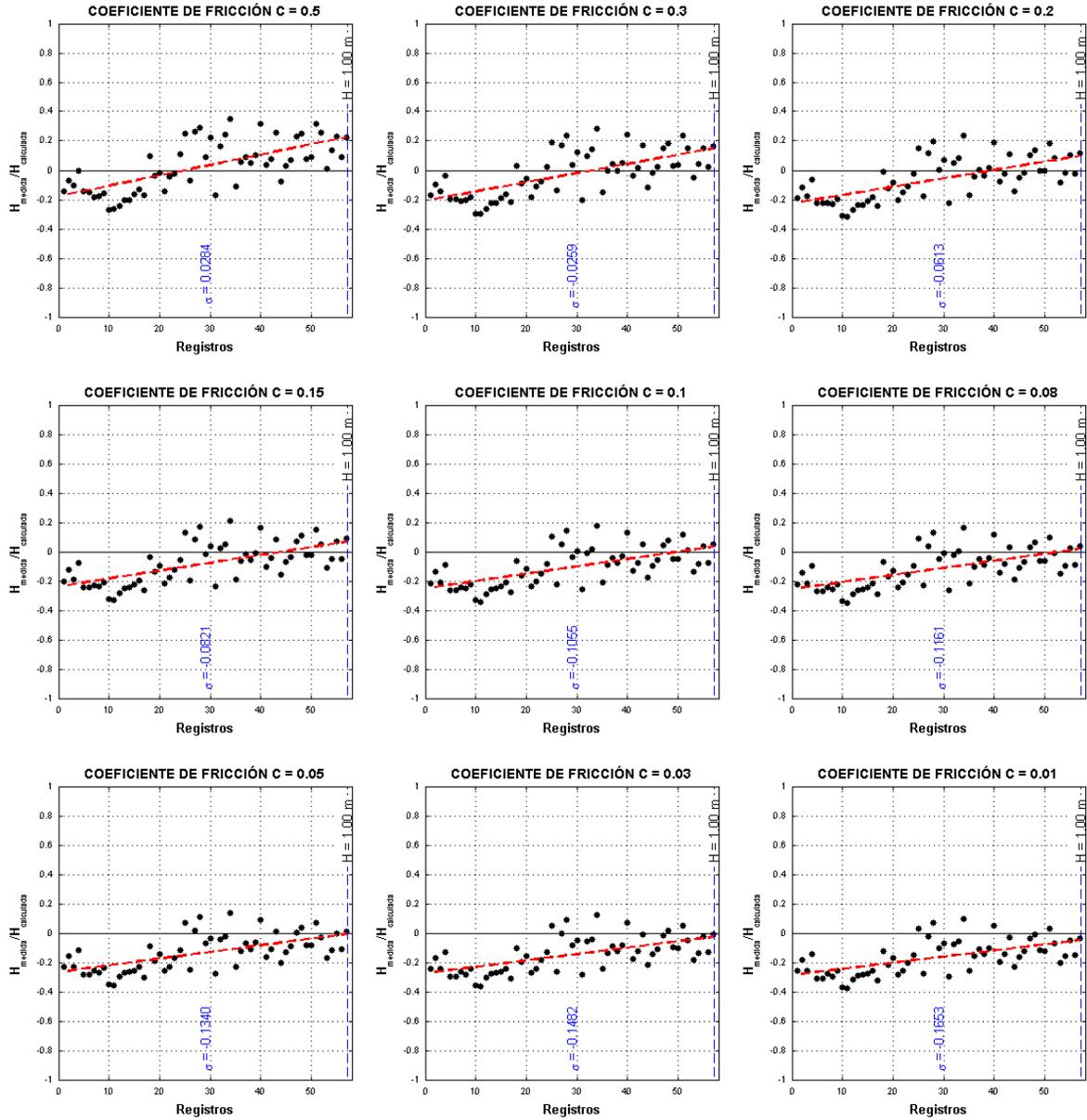


Figura 2.17 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $50^\circ$  a  $60^\circ$  respecto al Norte

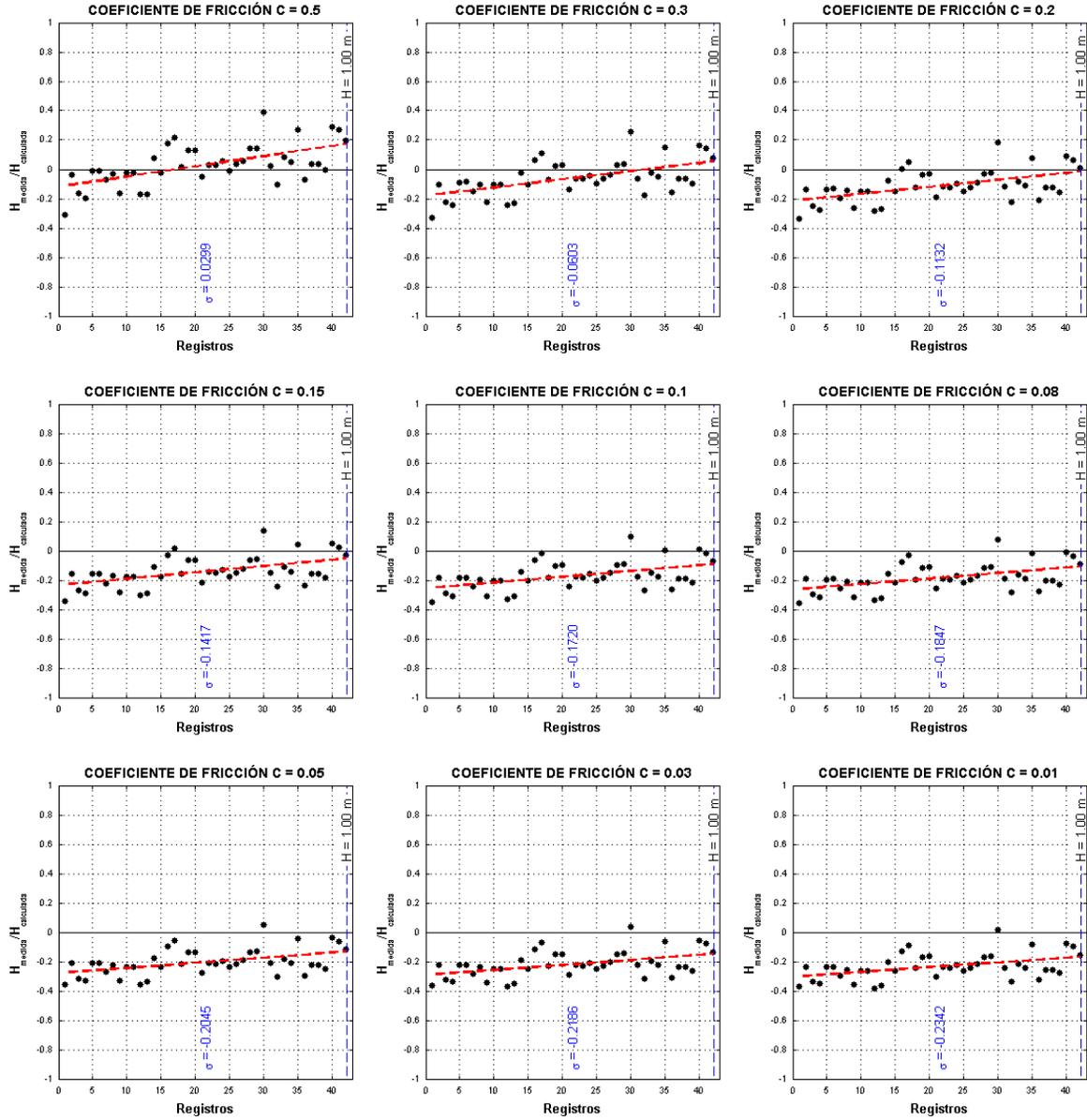


Figura 2.18 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $60^\circ$  a  $70^\circ$  respecto al Norte

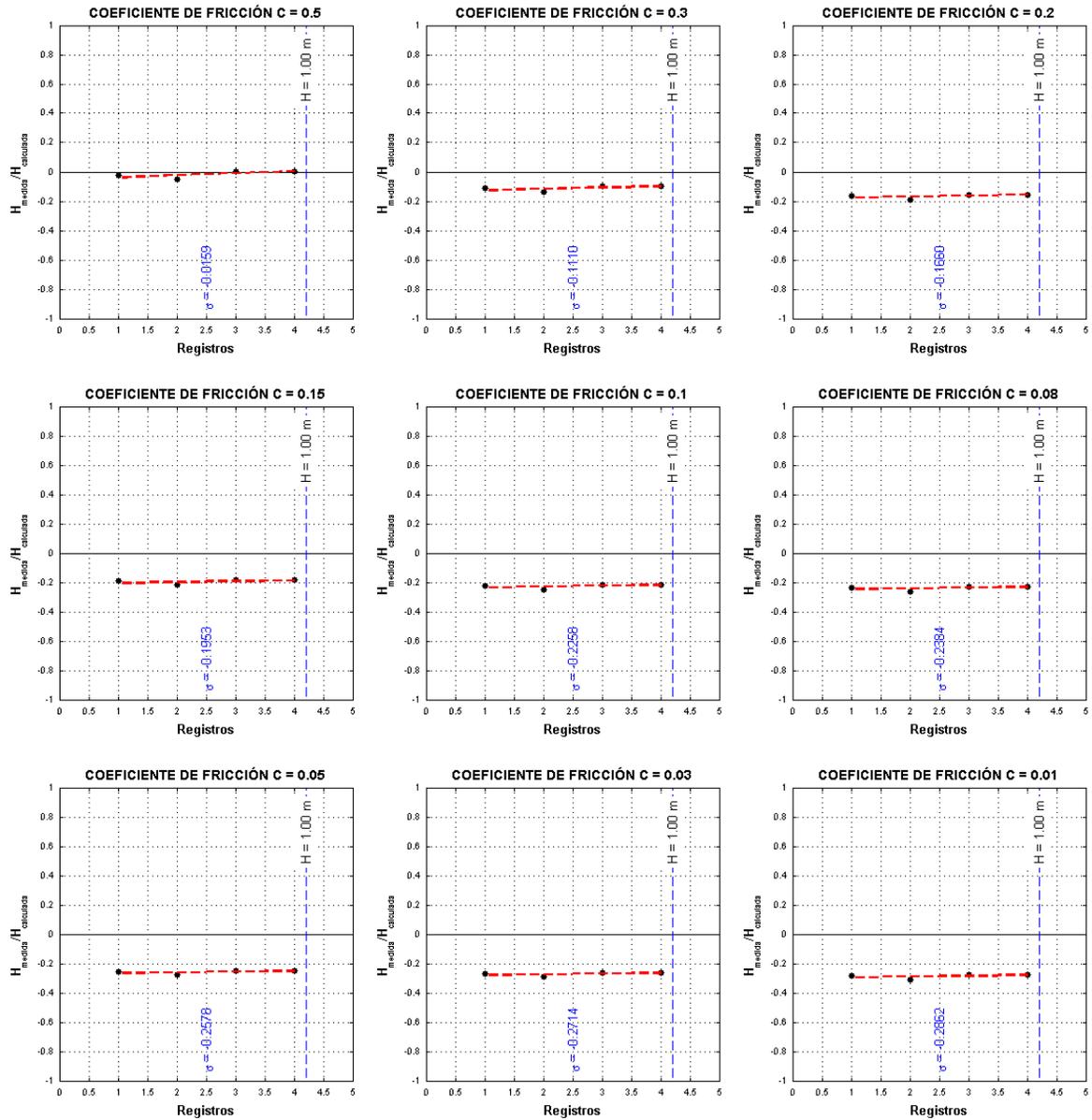


Figura 2.19 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 70° a 80° respecto al Norte

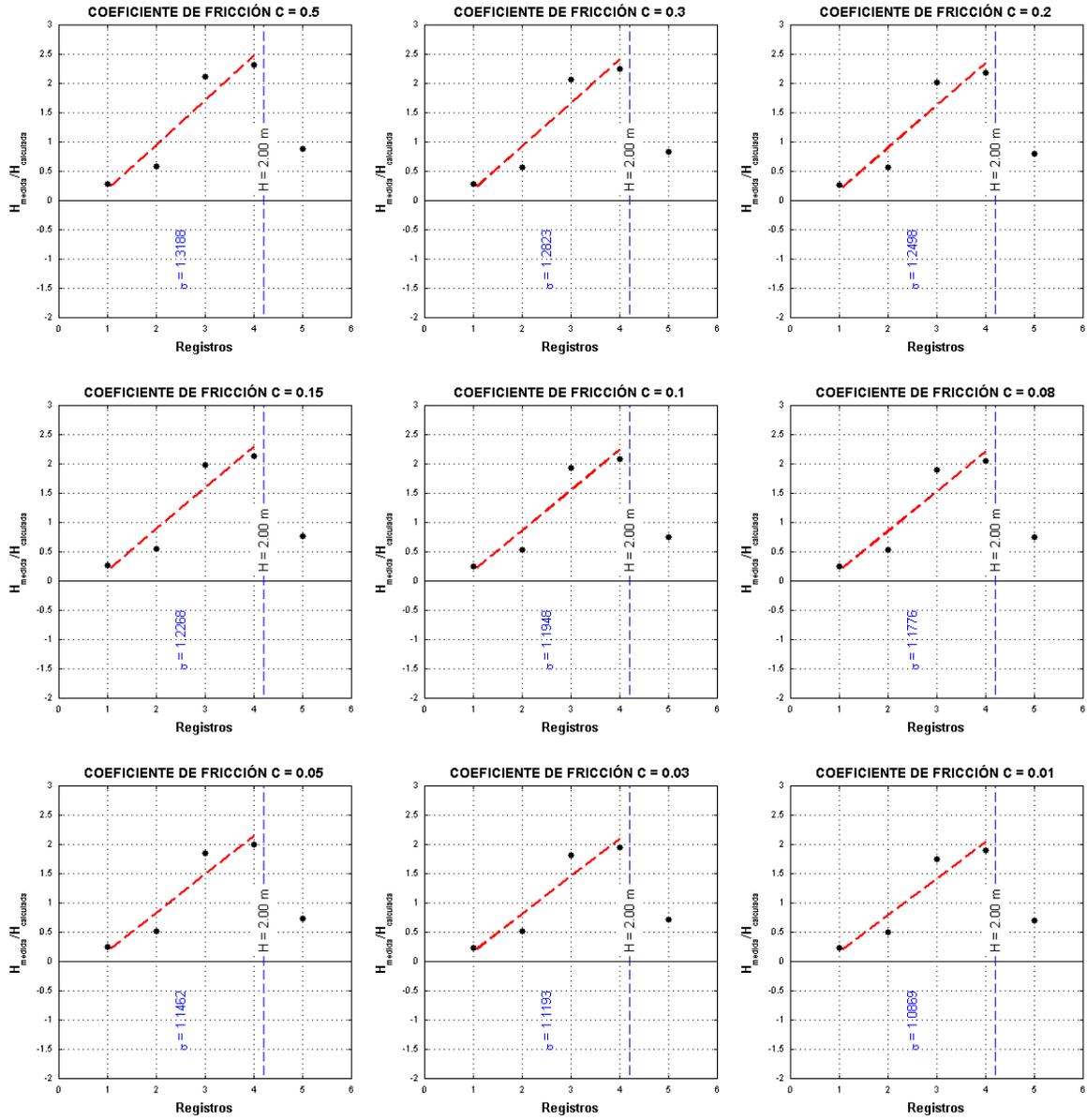


Figura 2.20 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 340° a 350° respecto al Norte

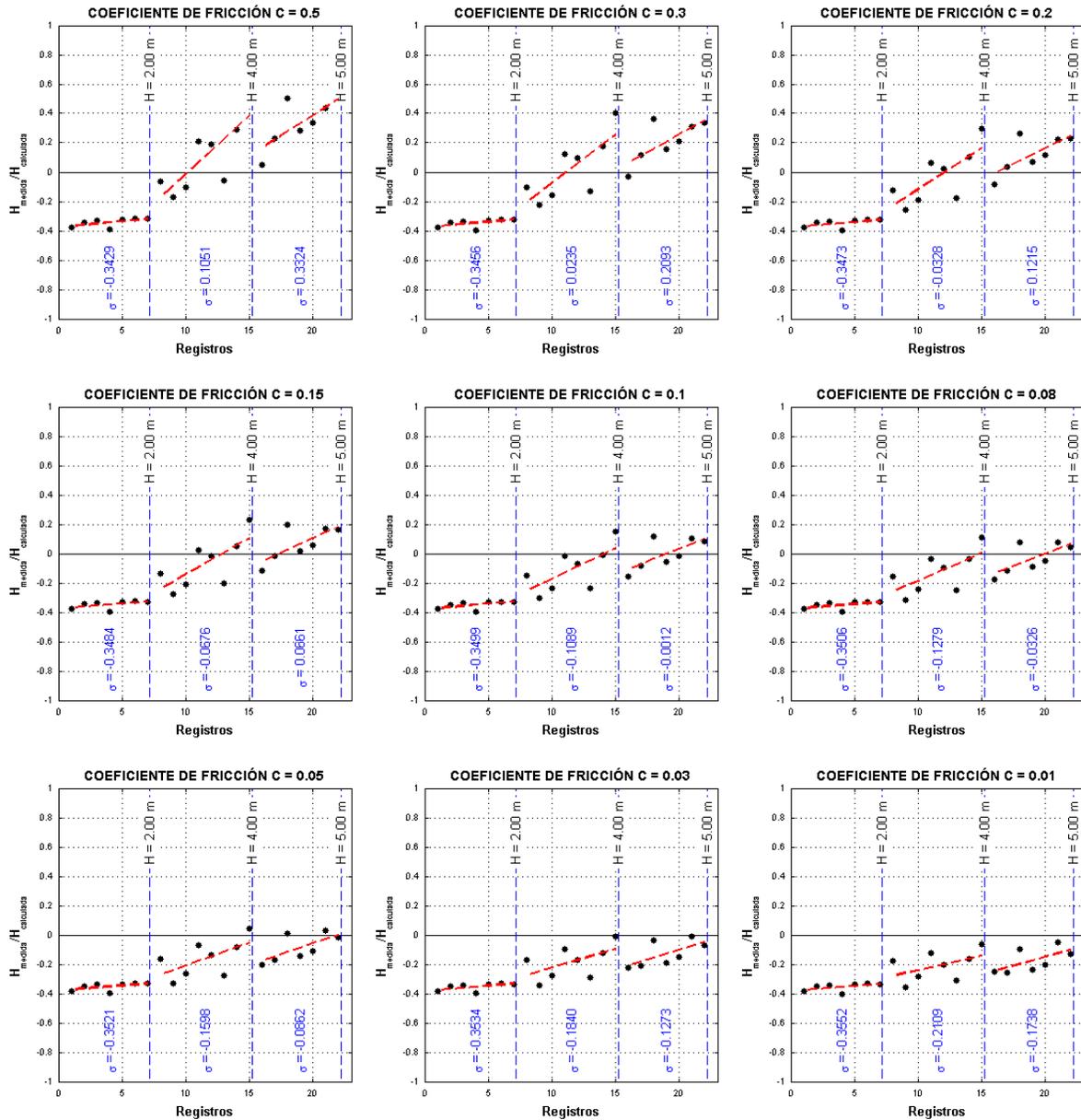


Figura 2.21 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $350^\circ$  a  $0^\circ$  respecto al Norte

Las gráficas anteriores permitieron definir una matriz de alturas y direcciones con el coeficiente de fricción con el mejor ajuste para cada grupo analizado; sin embargo, con objeto de tratar de optimizar dicha matriz, se realizó otro análisis de los resultados, agrupando el oleaje en direcciones a cada  $22.5^\circ$ , las gráficas obtenidas se muestran en las figuras 2.22 a la 2.26.

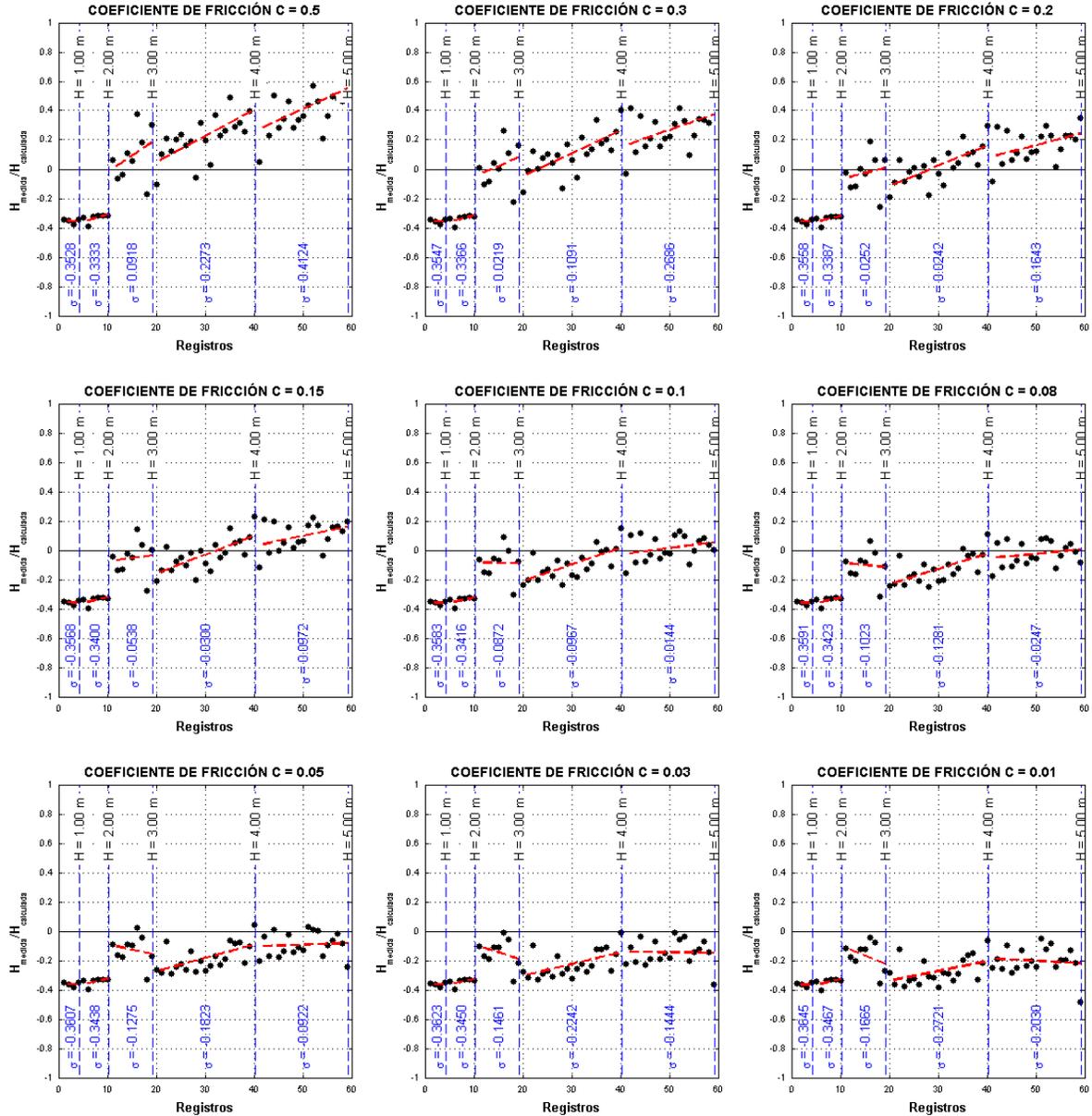


Figura 2.22 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $348.75^\circ$  a  $11.25^\circ$  respecto al Norte

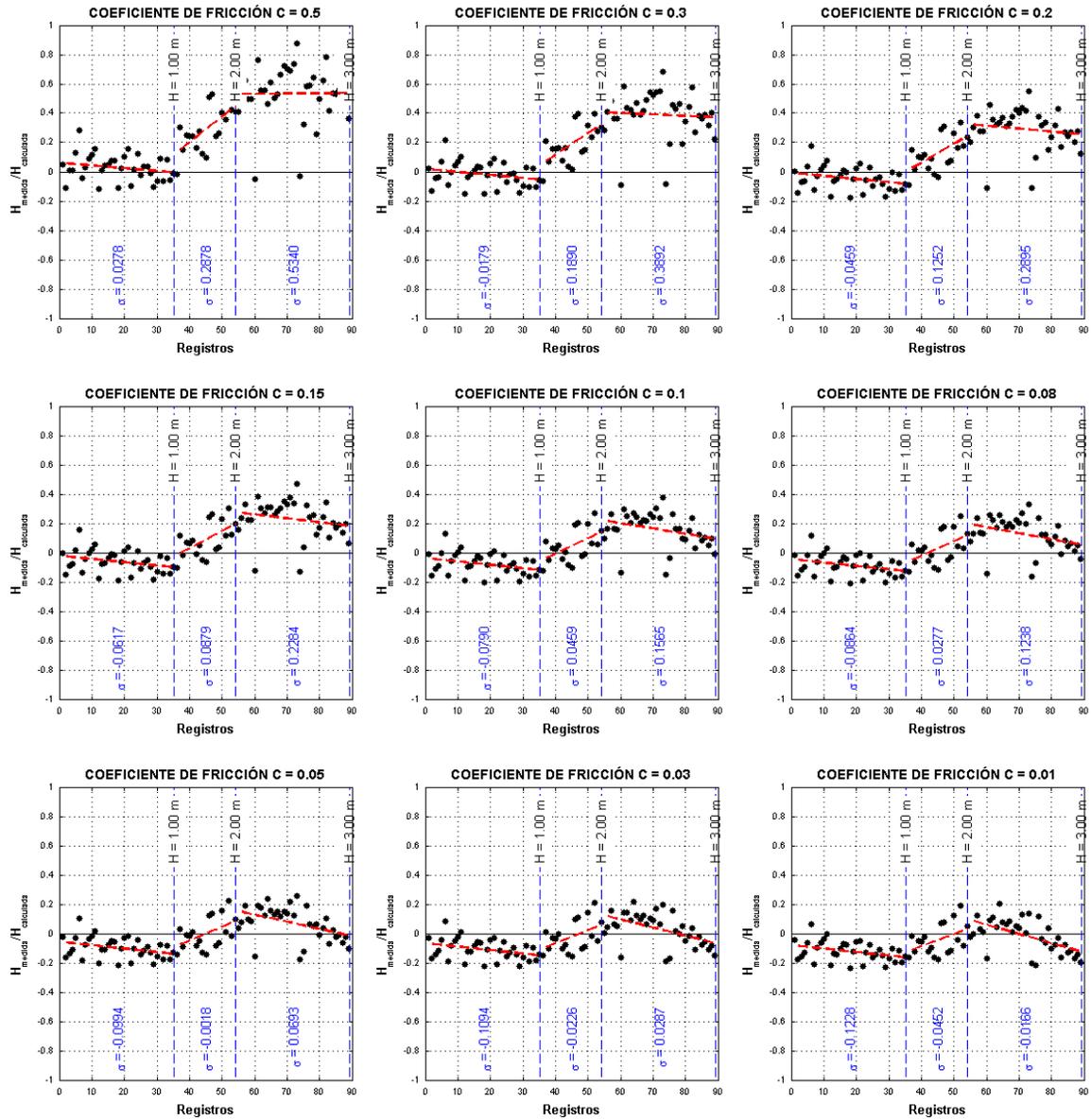


Figura 2.23 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 11.25° a 33.75° respecto al Norte

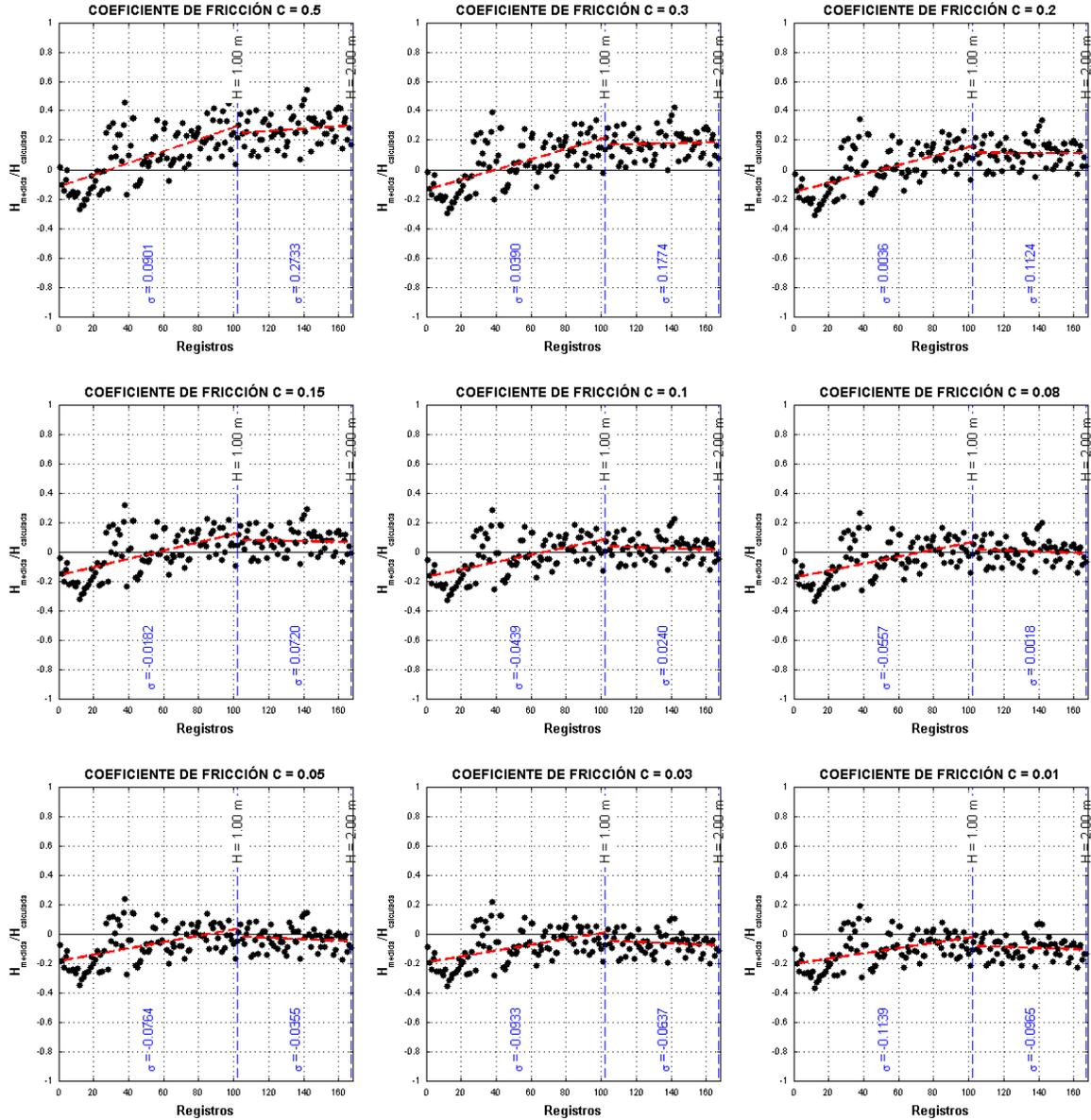


Figura 2.24 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 33.75° a 56.25° respecto al Norte

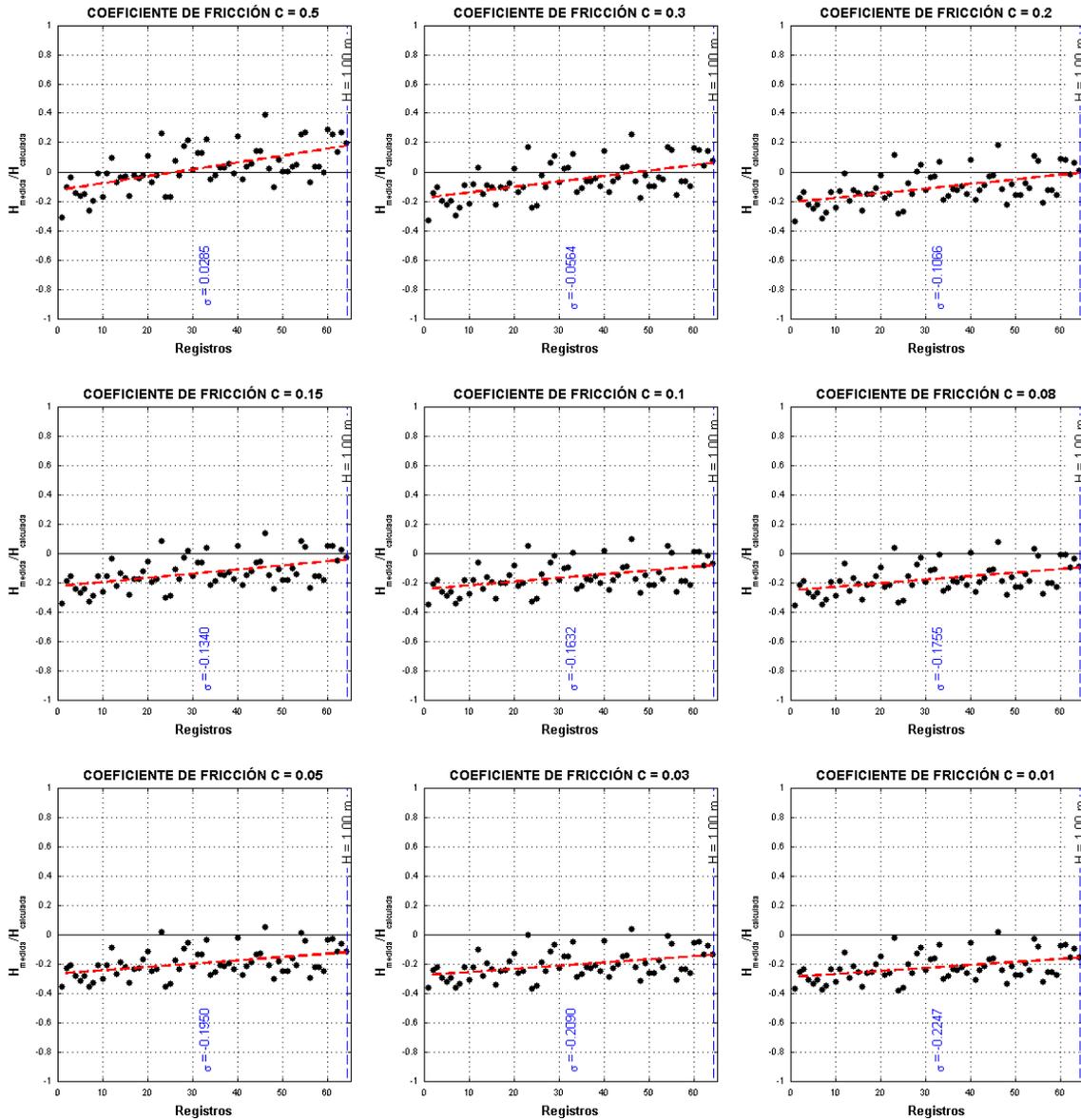


Figura 2.25 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de  $56.25^\circ$  a  $78.75^\circ$  respecto al Norte

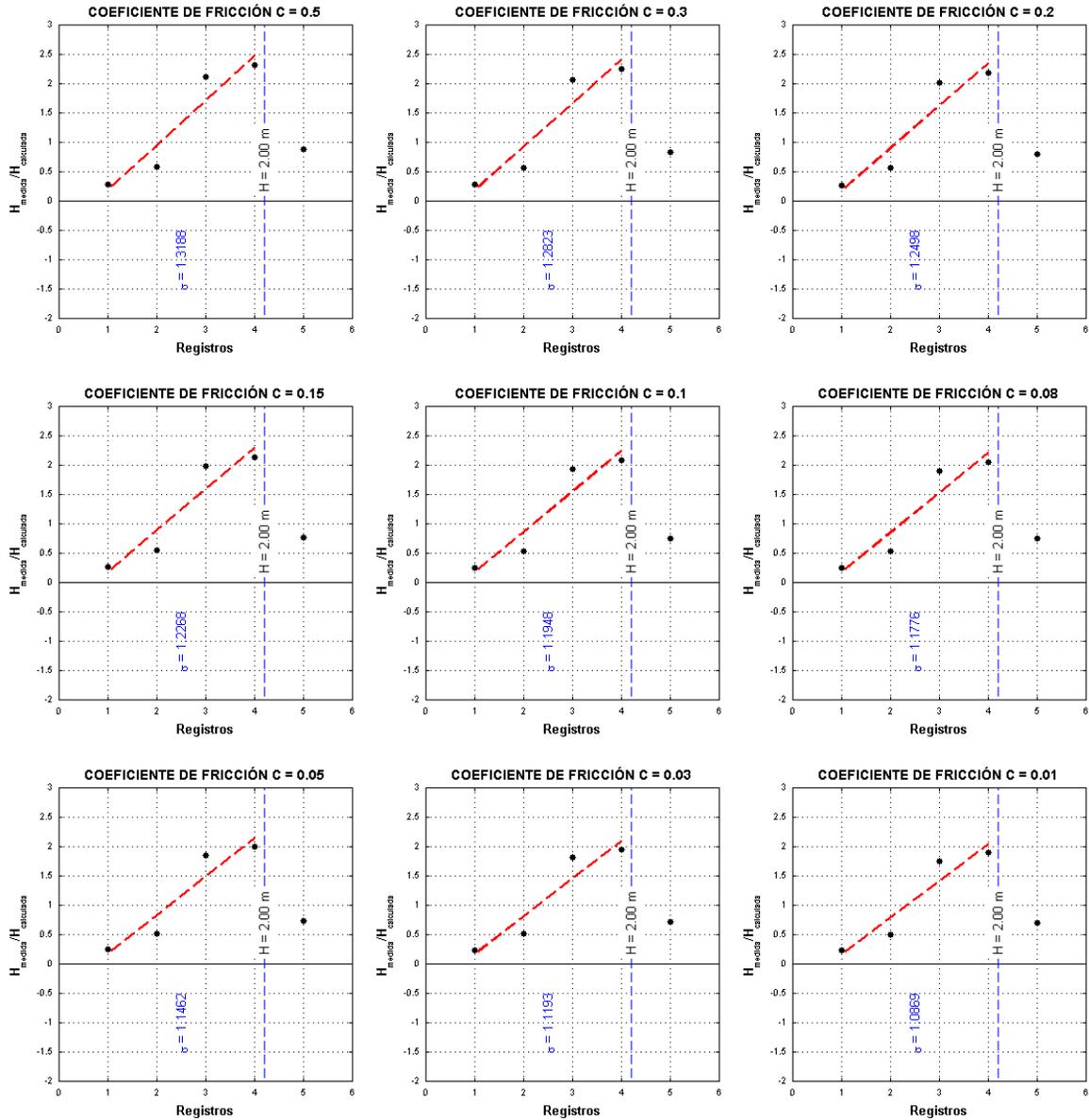


Figura 2.26 Análisis de las relaciones de altura de ola medida y la altura de ola calculada, para las direcciones comprendidas en el rango de 326.25° a 348.75° respecto al Norte

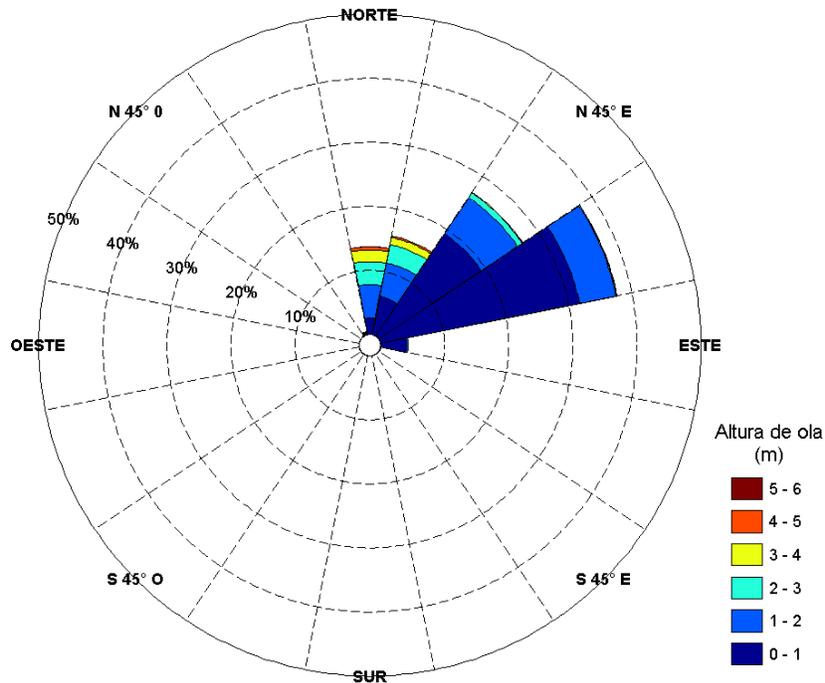
Los resultados anteriores indican que, considerando grupos de alturas de ola con intervalos a cada 1.00 m y direcciones incidentes con intervalos de 22.5°, el modelo numérico se puede considerar como calibrado.

Finalmente, se generó una matriz de coeficientes de fricción con el mejor ajuste para cada grupo analizado, la cual se presenta en la siguiente tabla.

**Tabla 2.3 Matriz de coeficientes de fricción utilizada en la implementación del modelo numérico para la publicación del estado del mar del puerto de Veracruz**

Dirección del oleaje	Altura de ola (m)					
	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	> 5
348.75° - 11.25°	0.5	0.5	0.2	0.2	0.08	0.08
11.25° - 33.75°	0.3	0.05	0.01	0.01	0.01	
33.75° - 56.25°	0.2	0.08	0.08	0.08		
56.25° - 78.75°	0.5	0.5				
326.25° - 348.75°	0.01	0.01	0.01	0.01		

Los intervalos indicados en la tabla 2.3, se validaron con la información del oleaje medido con la boya instalada en la Bahía de Vergara, desde mayo de 2013, la cual se presenta en la rosa de oleaje mostrada en la figura 2.27.



**Figura 2.27 Rosa de oleaje para alturas de ola por dirección**

### 3. Puesta en operación del sistema

Para la puesta en operación se utilizaron algoritmos automatizados que permitieron realizar el movimiento de la información desde el puerto hasta el IMT, procesos automáticos para la simulación numérica y procesos automáticos para la publicación de la información en la página de internet de este IMT. Estos procesos se definieron en procesos “.bat”.

Para el caso del movimiento de información, los datos que se generan cada 30 minutos con las boyas, fueron extraídos desde la computadora ubicada en el puerto de Veracruz y enviados vía FTP (*Fast Protocol Transfer*) a las instalaciones del IMT en Querétaro. Una vez que los datos son recibidos en el IMT un algoritmo se encarga de editar el archivo transferido para darle el formato de entrada que requiere el modelo numérico MIKE 21. Al ingresar de forma automática los datos al modelo, se hace la simulación correspondiente y de los resultados, se toman los valores de las alturas de ola y se genera un mapa de oleaje, el cual se actualiza cada treinta minutos de forma automática (ver figura 3.1).

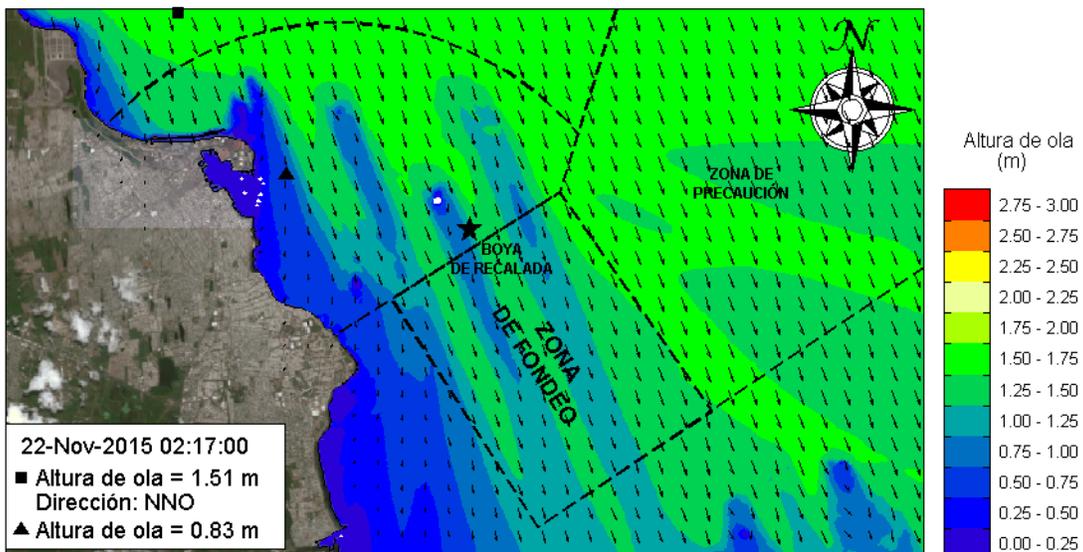


Figura 3.1 Mapa de oleaje



## Conclusiones

---

Para esta publicación la Coordinación de Ingeniería Portuaria y Costera del Instituto Mexicano del Transporte realizó la caracterización de las mediciones del oleaje (estado de mar) que se han registrado con las boyas medidoras de oleaje direccional de la Red Nacional Estaciones Oceanográficas y Meteorológicas (RENEOM), en 35 puertos mexicanos tanto del litoral del Océano Pacífico, del Golfo de México, así como del Mar Caribe y el Mar de Cortés. Con el trabajo, se generó información del comportamiento estadístico del oleaje representativo en las costas mexicanas, el cual se presenta de forma gráfica para cada sitio analizado y que servirá para: la planeación, el diseño, la construcción, la operación y el mantenimiento de estructuras portuarias.

Los resultados muestran los análisis de la variable altura de ola significativa para dos condiciones conocidas como régimen medio y extremal. Del primero se obtienen las condiciones reinantes o más frecuentes para cada uno de los 35 puertos analizados. En los resultados obtenidos en el análisis extremal se prevé el comportamiento del oleaje extremo durante lapsos de tiempo de magnitud variable estimando los periodos de retorno. En este análisis extremal se utilizó el método de máximos sobre un umbral, definiendo dicho límite con alturas de ola  $H_s$  mayores a 1.50 m. En este caso se estudiaron cinco distribuciones probabilísticas, Gumbel (FT-I), Exponencial, Rayleigh, Weibull y Frechet (FT-II); y se aplicó un parámetro de correlación para conocer cuál de las distribuciones se aproximó lo más posible a los datos medidos con las boyas. En los resultados también se incluye la gráfica del periodo de retorno con la distribución de probabilidad asociada y la correlación de altura de ola periodo de retorno para distinguir la ocurrencia de oleaje local con respecto a las ondas lejanas (mar de fondo).

### Régimen Medio

Para representar las condiciones reinantes obtenidas mediante el análisis denominado régimen medio, los resultados se representan gráficamente en forma de rosas direccionales de oleaje, que muestran la distribución de la altura de ola significativa-dirección, así como la distribución periodo pico - dirección, considerando rangos direccionales de  $11.25^\circ$  de amplitud, e intervalos de altura de ola de 0.5 m. Con lo anterior, quedan caracterizadas de forma bastante aproximada las alturas de ola y los periodos más frecuentes; así como los eventos más severos registrados con las boyas a lo largo del litoral nacional, todo en función de la dirección de incidencia. Para este análisis se consideró el total de la muestra disponible en la base de datos de la RENEOM para cada sitio, sin separar oleaje local con respecto a las ondas lejanas.

Asimismo, como parte de la determinación del régimen medio, se presentan los histogramas de altura de ola y del periodo de ola, con los cuales es posible conocer la frecuencia de acción de estas dos variables para cada sitio analizado. En los histogramas, la altura de ola se expresa en metros, la variable periodo en segundos y en tanto por ciento la frecuencia de acción.

En esta misma sección, también se presenta la gráfica de la probabilidad de excedencia que permite determinar la probabilidad de presentarse una determinada altura de ola. Esta gráfica, de probabilidad, no separa eventos por dirección de incidencia, por lo que la probabilidad de cada valor incluye muestras extraídas de todas las direcciones incidentes y esta probabilidad se obtiene como cociente entre la suma del número de observaciones en todas las direcciones y el número de observaciones válidas para cada familia definida.

A pesar de que las muestras de las características del oleaje en las que se basa este estudio no abarcan un periodo suficiente de observación, los regímenes medios obtenidos, en cualquier caso, pueden considerarse suficientemente satisfactorios para su utilización práctica.

#### Régimen Extremal

Como se indicó anteriormente, en esta publicación se estudiaron cinco distribuciones probabilísticas, Gumbel (FT-I), Exponencial, Rayleigh, Weibull y Frechet (FT-II). Con estas distribuciones se obtuvieron curvas con las que se buscó ajustar las mediciones a alguna de ellas. Los resultados muestran que ninguna de las cinco distribuciones ajustó satisfactoriamente el total de las mediciones; sin embargo, la distribución Exponencial y la Weibull representan satisfactoriamente una buena parte de la muestra en todos los casos.

#### Recomendaciones

Los resultados de esta publicación deberán tomarse como una guía o fuente de consulta e información para los interesados en la materia y no pretende, de manera alguna, suplir el criterio y experiencia del proyectista o consultor, como tampoco imponer criterios de diseño.

## Bibliografía

---

- Tucker, M. J., and Pitt, E. G. (2001). *Waves in ocean engineering*. Elsevier ocean engineering book series, Vol. 5, Elsevier, USA.
- Ward, D. L., Thompson, E. F., y Zhang, J. (2003). *Selection of a design wave height for coastal engineering*. Advances in coastal structure design, American Society of Civil Engineers (ASCE), pp 116-134, USA.
- Dirección General de Puertos, Ministerio de Obras Públicas y Transportes, Secretaria General Técnica (1992). *Recomendaciones para Obras Marítimas (ROM) 0.3-91 Oleaje Anejo I. Clima Marítimo en el Litoral Español*. España.
- Castillo, R. E. (1988). *Estadística de Valores Extremos Distribuciones Asintóticas*. Estadística Española, Num. 116, pp. 5-34, España.
- Ortega, J. (2008). *Introducción a la teoría de valores extremos*. Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, Montevideo Uruguay.
- Palisade Corporation (2010). *Risk Risk Analysis and Simulation Add-In for Microsoft Excel*. USA.
- Silva, R. (2005). *Análisis y Descripción Estadística del Oleaje*. Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (II-UNAM), Serie Docencia, SD/49, México.
- Secretariat of the World Meteorological Organization (1998). *Guide to wave analysis and forecasting*. WMO-No. 702, 1998, second edition, Secretariat of the World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland.
- Goda, Y. (1983). *Wave Measurements and utilization of wave data*, Sixth Australian Conference on Coastal and Ocean Engineering, Gold Coast Australian.
- Verhagen, H. J., d'Angremond, K., y van Roode, F. (2008). *Breakwaters and closure dams*, 2nd edition.
- Ibáñez, R. A. (2011). *Análisis estadístico de valores extremos y aplicaciones*. Universidad de Granada, España, 2011, pp. 33-34.
- Maggio, G. (2001). *Análisis estadístico de valores extremos – Aplicaciones en hidrología*. Noldor, S. R. L., Argentina, <http://www.noldor.com.ar>.

- Edward T. F., Lee H. E., Leung T., Moritz, H. P., y Shak A. T. (2002). *Hydrodynamic analysis and design conditions*. EM 1110-2-1100 (Part II), USA.



**COMUNICACIONES**  
SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES



**Km 12+000 Carretera Estatal 431 "El Colorado Galindo"**  
Parque Tecnológico San Fandila, Mpio. Pedro Escobedo,  
Querétaro, México. C.P. 76703  
Tel: +52 (442) 216 97 77 ext. 2610  
Fax: +52 (442) 216 9671

[publicaciones@imt.mx](mailto:publicaciones@imt.mx)

<http://www.imt.mx/>