



Calibración y ajuste de los parámetros estructurales del modelo matemático del puente Mezcala para evaluación estructural

Miguel Anaya Díaz
Juan Antonio Quintana Rodríguez
Francisco Javier Carrión Viramontes
Álvaro Martínez Trujano
Jorge Alberto Hernández Figueroa
Héctor Miguel Gasca Zamora
Jesús Iván Valenzuela Delgado
Mario Montes Zea
Andrés Hernández Guzmán

**Publicación Técnica No. 530
Sanfandila, Qro, 2018**

SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

**Calibración y ajuste de los parámetros
estructurales del modelo matemático del puente
Mezcala para evaluación estructural**

**Publicación Técnica No. 530
Sanfandila, Qro, 2018**

Esta investigación fue realizada en la Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural del Instituto Mexicano del Transporte, por el Ing. Miguel Anaya Díaz, el Dr. Juan Antonio Quintana Rodríguez, el Dr. Francisco Javier Carrión Viramontes, el M. en C. Álvaro Martínez Trujano, el Ing. Jorge Alberto Hernández Figueroa, el Lic. Héctor Miguel Gasca Zamora, el Ing. Jesús Iván Valenzuela Delgado, el Tec. Mario Montes Zea y el Ing. Andrés Hernández Guzmán.

Esta investigación es el producto final del proyecto de investigación interna "Calibración y ajuste de los parámetros estructurales del modelo matemático del puente Mezcala para evaluación estructural", EE 16/17 y de la tesis de grado de Maestro en Ciencias realizada por el Ing. Miguel Anaya Díaz, estudiante de la Universidad Autónoma de Querétaro, que lleva por nombre "Metodología para la calibración de modelos de elemento finito de puentes atirantados".

Se agradece la colaboración de Dr. Miguel Martínez Madrid, Coordinador de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural del Instituto Mexicano del Transporte, por la revisión y las facilidades para la realización del presente trabajo, y tanto a la Universidad Autónoma de Querétaro como al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo y el financiamiento durante la investigación.

Contenido

Índice de tablas	v
Índice de figuras	vii
Sinopsis.....	xi
Abstract	xiii
Resumen ejecutivo	xv
Introducción.....	1
1 Antecedentes	3
1.1 Puente Mezcala.....	5
1.2 Sistema de monitoreo estructural del puente Mezcala	5
2 Revisión bibliográfica	11
2.1 Método de elementos finitos.....	11
2.2 Análisis modal experimental	12
2.3 Análisis de sensibilidad	13
2.4 Métodos de optimización implementados.....	14
3 Metodología	21
3.1 Formulación del modelo de elementos finitos para el puente Mezcala	22
3.2 Análisis modal del puente Mezcala	28
3.3 Análisis de sensibilidad	44
3.4 Calibración del modelo de elementos finitos	48
4 Resultados	53
Conclusiones.....	59
Bibliografía	61
Anexos 1 Cálculo de las propiedades geométricas de los elementos estructurales.....	67
Anexo 2 Análisis de una señal dinámica en MATLAB	69
Anexo 3 Análisis de la varianza estadística y generación de superficies de Respuesta en el programa R.....	71
Anexo 4 Función objetivo e implementación de los AG y PSO en MATLAB	79
Anexo 5 Comparación de tensiones en tirantes	81

Índice de tablas

Tabla I.1	Puentes atirantados de la red federal de carreteras	2
Tabla 2.1	Factores utilizados para el DCC.....	17
Tabla 3.1	Propiedades de los elementos barra y viga	26
Tabla 3.2	Propiedades de los elementos placa.....	26
Tabla 3.3	Propiedades de los materiales	27
Tabla 3.4	Frecuencias naturales del modelo preliminar	28
Tabla 3.5	Parámetros modales identificados	41
Tabla 3.6	Parámetros estructurales	45
Tabla 3.7	Valores del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales.....	49
Tabla 3.8	Combinaciones de parámetros estructurales	50
Tabla 4.1	Parámetros estructurales identificados	56
Tabla 4.2	Comparación de las frecuencias naturales	56
Tabla A5.1	Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 4	81
Tabla A5.2	Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 3	82
Tabla A5.3	Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 2	83

Índice de figuras

Figura 1.1	Puente Mezcala	5
Figura 1.2	Acelerómetro instalado en tirante de sujeción del puente Mezcala....	6
Figura 1.3	Inclinómetro instalado en el estribo del puente Mezcala.....	7
Figura 1.4	Extensómetro instalado en la viga principal	7
Figura 1.5	Extensómetro instalado en torre	8
Figura 1.6	Sistema de adquisición de datos del puente Mezcala.....	9
Figura 1.7	Instrumentación de la torre 2 del puente Mezcala.....	9
Figura 1.8	Instrumentación de la torre 3 del puente Mezcala.....	9
Figura 1.9	Instrumentación de la torre 4 del puente Mezcala.....	10
Figura 1.10	Simbología de instrumentación	10
Figura 3.1	Esquema de la metodología desarrollada	21
Figura 3.2	Ejes y dimensiones del puente Mezcala	22
Figura 3.3	Grados de libertad del elemento barra	22
Figura 3.4	Grados de libertad del elemento viga.....	23
Figura 3.5	Grados de libertad del elemento placa.....	23
Figura 3.6	Sección transversal del tablero	24
Figura 3.7	Modelo de elemento finito del puente Mezcala	24
Figura 3.8	Mallado del tablero (eje sobre pila 3)	25
Figura 3.9	Modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero.....	29
Figura 3.10	Señal típica de un extensómetro ante excitaciones ambientales y vehiculares	30
Figura 3.11	Señal típica de un extensómetro ante excitaciones solamente ambientales.....	30
Figura 3.12	Señal típica de un acelerómetro en un pilón ante excitaciones ambientales.....	31
Figura 3.13	Señal típica de acelerómetro en tirante ante excitaciones ambientales.....	32
Figura 3.14	Metodología implementada para el análisis de señales	32
Figura 3.15	Respuesta libre amortiguada obtenida a través de la correlación	

de la señal.....	33
Figura 3.16 Ubicación del sensor de referencia	34
Figura 3.17 Respuesta libre amortiguada filtrada en el rango de frecuencias de interés	35
Figura 3.18 Espectro de frecuencias de Fourier	36
Figura 3.19 Pseudoespectro de frecuencias MUSIC.....	36
Figura 3.20 Espectro de frecuencias MUSIC para un bloque de datos.....	37
Figura 3.21 Espectro de frecuencias promediado	37
Figura 3.22 Espectro de frecuencias (excitaciones vehiculares).....	38
Figura 3.23 Espectro de frecuencias promediado (excitaciones vehiculares).....	38
Figura 3.24 Comparación de la forma modal del modo 1.....	39
Figura 3.25 Comparación de la forma modal del modo 2.....	39
Figura 3.26 Comparación de la forma modal del modo 3.....	40
Figura 3.27 Comparación de la forma modal del modo 4.....	40
Figura 3.28 Comparación de la forma modal del modo 5.....	40
Figura 3.29 Comparación de la forma modal del modo 6.....	41
Figura 3.30 Comparación de la forma modal del modo 7.....	41
Figura 3.31 Modo 1 (flexión del tablero).....	42
Figura 3.32 Modo 2 (torsión del tablero)	42
Figura 3.33 Modo 3 (flexión del tablero).....	43
Figura 3.34 Modo 4 (flexión del tablero).....	43
Figura 3.35 Modo 5 (flexión del tablero).....	43
Figura 3.36 Modo 6 (flexión del tablero).....	44
Figura 3.37 Modo 7 (flexión del tablero).....	44
Figura 3.38 Sensibilidad de la primera frecuencia natural.....	46
Figura 3.39 Sensibilidad de la segunda frecuencia natural.....	46
Figura 3.40 Sensibilidad de la tercera frecuencia natural.....	46
Figura 3.41 Sensibilidad de la cuarta frecuencia natural.....	47
Figura 3.42 Sensibilidad de la quinta frecuencia natural	47
Figura 3.43 Sensibilidad de la sexta frecuencia natural	47
Figura 3.44 Sensibilidad de la séptima frecuencia natural	48
Figura 3.45 FSR de la primera frecuencia natural.....	51

Figura 4.1	Convergencia del módulo de elasticidad del tablero	53
Figura 4.2	Convergencia del módulo de elasticidad de las vigas	53
Figura 4.3	Convergencia del módulo de elasticidad de las torres	54
Figura 4.4	Convergencia de la densidad efectiva del tablero	54
Figura 4.5	Convergencia de la densidad de las torres	54
Figura 4.6	Convergencia de la función objetivo utilizando AG	55
Figura 4.7	Convergencia de la función objetivo utilizando PSO	55
Figura 4.8	Comparación de tensiones aguas arriba.....	57
Figura 4.9	Comparación de tensiones aguas abajo	57
Figura 4.10	Comparación de los desplazamientos del tablero por los efectos de la carga muerta del modelo calibrado y las tensiones obtenidas del pesaje	58
Figura A1.1	Esquema utilizado para asignar las propiedades geométricas de un elemento que soporta una losa	67

Sinopsis

Hoy en día, es de vital importancia garantizar la seguridad y el desempeño adecuado de las estructuras civiles, especialmente de aquellas —como los puentes atirantados— cuya falla o degradación generaría efectos desfavorables para la sociedad. Ante las acciones de eventos naturales más frecuentes, el aumento del flujo vehicular y las degradaciones propias de los materiales que constituyen la estructura, es necesario generar metodologías para evaluar la integridad estructural de los puentes. Por ello, en esta investigación se propone y se formula una metodología con la que se busca evaluar la condición estructural basada en el análisis modal y la actualización del modelo de elemento finito del puente Mezcala.

Este trabajo se divide en dos partes: la primera que consistió en la obtención de las respuestas dinámicas reales de la estructura, como son las frecuencias naturales y formas modales a través del análisis de señales dinámicas en dominio de la frecuencia, y la segunda que comprendió la actualización y calibración del modelo de elemento finito, en la cual se evaluaron tres métodos de optimización distintos. Con el modelo de elemento finito calibrado es posible evaluar y predecir las respuestas de la estructura ante diversos tipos de cargas y modificaciones estructurales.

(Palabras clave: *puentes atirantados, análisis de señales, calibración de modelos de elemento finito, puente Mezcala*)

Abstract

Nowadays, it is vital to guarantee the safety and adequate performance of civil structures —such as cable-stayed bridges—, especially those whose failure or degradation would generate unfavorable effects for society. In order to address the impacts of increasingly frequent natural events, growing vehicular flow and wearout inherent to materials in any structure, it is necessary to develop approaches to diagnose and improve structural health of bridges. This research, therefore, develops a methodology aimed at assessing the Mezcala bridge's structural condition based on the modal analysis and updating the finite element model.

This work is divided into two parts: the first one consisting in obtaining the structure's actual dynamic responses, such as natural frequencies and mode shapes through the analysis of dynamic signals in the frequency domain, and the second one consisting in updating or calibrating the finite element model, where three different optimization methods were discussed. The calibrated finite element model allows to predict and assess the response of the structure under various types of loading and structural modifications.

(Key words: *Cable-Stayed Bridges, Signal Analysis, Finite Element Model Updating, Mezcala Bridge*)

Resumen ejecutivo

La inspección y la evaluación de las estructuras civiles dentro de la Red Federal de Carreteras de México son una prioridad de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), por lo que se han puesto en marcha programas como el Sistema de Puentes de México (SIPUMEX), cuya finalidad es establecer un inventario de la totalidad de los puentes de dicha red, en el que se incluyen sus características físicas, atributos geométricos, ubicación y estado estructural. La evaluación de la condición estructural de los puentes del SIMPUMEX es realizada en una primera etapa por supervisores calificados, quienes realizan una inspección visual de cada puente. Por ello es imposible detectar a partir de este examen el daño estructural en una etapa temprana, dado que el daño aún no es visible para los inspectores y, por lo tanto, se obtiene una evaluación parcial del estado estructural en el que se encuentran los puentes; de ahí la necesidad de complementar estos programas con técnicas y metodologías a través de pruebas experimentales, ensayos no destructivos de los materiales constitutivos de la estructura y modelos matemáticos para obtener más información de su estado real.

En el presente estudio, se analizó el comportamiento estructural del puente Mezcala para evaluar su integridad, utilizando datos provenientes de un sistema de monitoreo remoto implementado por el Instituto Mexicano del Transporte (IMT) y el seguimiento de los parámetros estructurales relevantes para calibrar un modelo de elemento finito del puente.

La primera fase del trabajo que se expone en esta investigación consistió en el análisis de las respuestas dinámicas obtenidas de los sensores de deformación (extensómetros) y evaluadas en el dominio de la frecuencia a través de la transformada de Fourier. Las señales se obtuvieron mediante vibración ambiental, por lo que fue necesario aplicar técnicas especiales para el procesamiento de las respuestas dinámicas.

En la segunda fase se desarrolló un modelo de elemento finito del puente Mezcala, cuyos parámetros modales (frecuencias naturales y formas modales) presentaron diferencias significativas en comparación con su contraparte experimental. Con el fin de mejorar los valores reales de los parámetros estructurales relevantes como los módulos de elasticidad y la densidad de los materiales de la estructura, se llevó a cabo un refinamiento en el procedimiento de calibración a través del algoritmo Gauss-Newton y se analizó la aplicación de un procedimiento de calibración utilizando algoritmos genéticos y enjambre de partículas a través de la aplicación de superficies de respuesta.

Por último, se validaron los valores de los parámetros estructurales por medio de la

comparación de las tensiones de los tirantes de un pesaje con dispositivos hidráulicos en 2007 y las simuladas con el modelo de elemento finito calibrado.

Introducción

“El modelo es la solución” (Doyle, 2004). En esta cita reside el gran potencial para la evaluación y predicción de sistemas del mundo real a través de modelos matemáticos. No obstante, al concebirse, estos modelos están incompletos en el sentido de que son incapaces de representar adecuadamente la realidad del fenómeno en estudio. En el caso de estructuras mecánicas y civiles, el modelo matemático predilecto es el método de elementos finitos (MEF), que permite analizar el comportamiento dinámico o estático de una estructura ante la acción de cualquier tipo de carga; sin embargo, cualquier modelo de EF de una estructura real también es incompleto, debido al gran número de consideraciones o simplificaciones propias del MEF, como lo son el tipo de elementos, el comportamiento de los materiales, la homogeneidad de propiedades a través de la estructura, condiciones de frontera, etcétera. Si a esto se agrega que a un modelo de EF inicialmente se atribuyen diversas propiedades de materiales como el módulo de elasticidad, densidad y coeficiente de Poisson, basados en los valores promedio que aparecen en la literatura y las imperfecciones de la misma construcción de la estructura, al final se obtiene un modelo de EF con una representación muy pobre de los efectos que en realidad ocurren en la estructura o el prototipo real. La solución para que este modelo matemático represente adecuadamente la estructura real consiste en la de un problema de tipo inverso; es decir, se desconoce parte de las propiedades o condiciones de frontera del sistema, pero se conoce información de su respuesta estructural, generalmente a través de mediciones experimentales. La solución de este problema inverso brinda los mejores valores de los parámetros del modelo matemático con los cuales es posible simular el comportamiento real de la estructura para posteriormente simular la respuesta ante fuertes cargas accidentales (sismo y viento), así como realizar prognosis estructural, evaluar cambios en la respuesta dinámica, detectar daños y planificar acciones de mantenimiento.

A fin de alcanzar un desarrollo sostenible para la sociedad, es de gran importancia realizar inversiones en mantenimiento para que la infraestructura pueda utilizarse durante toda su vida útil (Schulne, 2008). Desde el año 1990 y a raíz del auge de puentes de gran envergadura en México, se ha recurrido a un sistema de administración de puentes denominado SIPUMEX, con el cual se mantiene una base de datos completa y actualizada de todo el inventario de puentes en la Red Federal de Carreteras del país, así como se evalúa la condición de dichas estructuras y se elaboran programas anuales de conservación.

Sin embargo, los actuales métodos de inspección, detección de daño y confiabilidad estructural implementados se basan en inspecciones visuales, las cuales no permiten detectar daños internos o comportamientos anormales de operación,

además de no facilitar la obtención de una estimación cuantitativa del daño o de la capacidad estructural remanente (Carrión, 2006). De ahí se deriva la necesidad y la motivación para formular metodologías orientadas a evaluar la condición y confiabilidad estructural de manera objetiva y precisa (Brownjohn y Xia, 2001).

Resolver el problema inverso de la detección de daños es una acción muy similar a la identificación de parámetros para calibrar un modelo. Se puede decir que detectar daños es resultado de la calibración del modelo (Friswell y Mottershead, 1995), ya que las técnicas basadas en búsquedas globales como el Método de Búsqueda Global (MBG) (Quintana, 2012) y la teoría de perturbaciones de rango mínimo (Carrión, 2001) requieren de un modelo de EF previamente calibrado que sirva de referencia del estado actual de la estructura.

En México existen alrededor de 8,000 puentes inventariados por el SIPUMEX, de los cuales diez se pueden considerar de carácter especial por ser del tipo atirantado, en la tabla I.1 se muestran estos puentes, con su información más relevante (longitud del claro y edad).

Tabla I.1 Puentes atirantados de la red federal de carreteras

Nombre del Puente	Estado	Longitud del claro principal (m)	En servicio desde
Baluarte	Sinaloa	520	2012
El Carrizo	Sinaloa	217	2013
Tampico	Tamaulipas	360	1988
Mezcala	Guerrero	311	1993
Dovalí Jaime	Veracruz	288	1984
Quetzapalapa	Guerrero	213	1993
Río Papaloapan	Veracruz	203	1995
Barranca El Zapote	Guerrero	176	1993
Barranca El Cañón	Guerrero	166	1993
Grijalva	Tabasco	116	2001

Fuente: Carrión, 2005.

De los puentes atirantados, el puente Baluarte, El Carrizo, Mezcala y Río Papaloapan cuentan con un sistema de monitoreo estructural remoto (SMER) que tiene la función de dar seguimiento en tiempo real a las condiciones normales de operación, a través de diversos tipos de sensores (acelerómetros, extensómetros, inclinómetros, medidores de desplazamiento, sensores de temperatura, estaciones climatológicas, cámaras de video), distribuidos estratégicamente sobre la estructura. En este esquema, disponer de un modelo calibrado de referencia es de vital importancia, ya que es el *enlace* entre la información del SMER y cualquier análisis de confiabilidad estructural (Okasha, 2012).

1 Antecedentes

Hoy en día, los sistemas de monitoreo estructural remoto se han convertido en una herramienta importante en el análisis y la evaluación de estructuras civiles. Esta importancia subyace en la capacidad del sistema de monitoreo estructural remoto (SMER) de proveer características dinámicas de una estructura como son las frecuencias naturales, formas modales y factores de amortiguamiento, y utilizarlas como una referencia para monitorear la estructura y detectar cambios debidos a daño o para calibrar un modelo de elemento finito. Esta tecnología se ha utilizado ampliamente en el análisis modal de puentes atirantados porque permite evaluar aspectos cruciales como las fuerzas de tensión en los tirantes que, de otra manera, conllevarían la necesidad de emplear procedimientos más costosos (Carrión, 2007). Brownjohn (1998) describe el análisis modal de un puente atirantado, donde la respuesta dinámica se obtuvo utilizando acelerómetros colocados en el tablero. En este estudio se mostró que las pruebas de vibración ambiental fueron más eficientes que las pruebas de vibración forzada debido a que esta última presentaba una baja relación señal-ruido. Wilson (1991) describe el procedimiento de vibración ambiental, estudio en el que se identifica un total de 25 modos en un rango de frecuencias de 0 a 2 Hz. Chang (2001), por otra parte, utilizó acelerómetros localizados en el tablero y en los pilones de un puente atirantado con lo que identificó un total de 38 modos en un rango de 0 a 4 Hz, estudio en el que se concluye que los puentes atirantados se caracterizan por tener modos muy cercanos en frecuencia y modos acoplados. Ren (2008) utilizó un total de 15 acelerómetros para medir el comportamiento dinámico de un puente atirantado e identificó un total de 12 frecuencias naturales en un rango de 0 a 1 Hz. En este estudio se discute la importancia de la configuración inicial de equilibrio del puente, la cual se describe a partir de un análisis estático de carga muerta. Cunha (2001) describe la prueba de vibración ambiental como un procedimiento certero para estimar las frecuencias naturales y formas modales. No obstante, en los trabajos previamente descritos se emplearon acelerómetros para medir las respuestas dinámicas y el empleo de dispositivos, como las galgas extensométricas para el análisis modal de puentes atirantados, no ha sido ampliamente cubierto hasta ahora. Las ventajas de emplear extensómetros es que pueden utilizarse para análisis dinámicos y estáticos, con lo que se ahorra en instrumentación y se generan la posibilidad de que éstos queden embebidos en estructuras y faciliten las tareas de monitoreo desde las etapas constructivas (Marques, 2014). Calcada (2001) utilizó galgas extensométricas para medir y comparar las respuestas dinámicas y estáticas a fin de obtener los factores de amplificación dinámicos. Wang (2016) comparó las frecuencias y los factores de amortiguamiento utilizando extensómetros y acelerómetros, concluyendo que existen pocas diferencias entre ambas. En la presente investigación se utilizaron galgas extensométricas para obtener las frecuencias naturales del puente Mezcala, mismas que se utilizarán para calibrar el modelo de elemento finito del puente. Los

antecedentes de calibración de modelos de elemento finito se describen a continuación.

La calibración de un modelo de elemento finito puede definirse como un proceso cuyo objetivo es afinar el modelo matemático de una estructura física para que refleje el comportamiento estructural observado experimentalmente (Friswell y Mottershead, 1995). Esta disciplina se remonta a la publicación de Rodden (1967), quien utilizó pruebas de vibración para mejorar la correlación entre la teoría y lo experimental. En los últimos años se han formulado métodos para resolver este problema inverso de identificación de parámetros, donde se presentan dos grandes ramas: los métodos directos y los iterativos. Los primeros se basan en reconstruir los cambios en las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez en un solo paso, a través de la identificación de fuerzas desconocidas (Doyle, 2004). Este método se ha utilizado ampliamente para la detección de daño y destaca los métodos de perturbación de rango mínimo (Carrión, 2002; Friswell y Mottershead, y Bernal, 2002), donde el daño puede detectarse mediante mediciones estáticas, vibraciones dinámicas o propagación de ondas.

Los métodos inversos iterativos se basan en la identificación de los parámetros desconocidos implícitos en el modelo de manera iterativa, a través de algoritmos como el de Newton-Raphson de mínimos cuadrados, conocido también como Gauss-Newton. En este método, el más empleado en la actualidad para la calibración de modelos de elemento finito, las derivadas del modelo de elemento finito con respecto a los parámetros se conocen como sensibilidades. Schulne (2008) presenta la evaluación de varios puentes carreteros, cuya calibración se realiza a través de este método. Quintana (2012b) utilizó pruebas dinámicas experimentales controladas sobre el puente Río Papaloapan, donde la calibración del modelo se realizó a través del programa inverso Strident (Doyle, 2004), basado en un algoritmo Gauss-Newton. Por otra parte, Huynh (2016) utilizó este algoritmo para identificar los cambios en los parámetros estructurales del puente atirantado Hwamyung después de la acción de dos tifones. Se destacan los trabajos de Grip (2016), Brownjohn *et al.* (2001) y Mottershead (2010), junto con los trabajos pertinentes al tema de regularización de Friswell y Mottershead (2001) y Doyle (2004).

Sin embargo, a pesar de la gran aceptación de los métodos basados en la sensibilidad, éstos tienen la posibilidad de caer en mínimos locales, suponen un costo muy elevado en términos computacionales (Zong, 2015) y es necesaria la previa implementación de un análisis de sensibilidad para evitar utilizar parámetros que no influyen en la respuesta a calibrar (Mottershead, 2011). Una opción para disminuir el tiempo de calibración de un modelo de elemento finito es utilizar un meta-modelo, es decir, el modelo de un modelo, que represente de manera sencilla —con polinomios— la relación que existe entre la respuesta de un modelo de elemento finito y sus principales parámetros (Zong, 2015, y Marwala, 2004). Este meta-modelo tiene la ventaja de converger más rápido, y las derivadas de la función objetivo respecto a los parámetros se muestran explícitamente. Si bien el tiempo de ejecución de los métodos basados en la sensibilidad se reducen en forma

considerable, es recomendable utilizar métodos de optimización inteligentes, como los algoritmos genéticos o el enjambre de partículas. Deng y Cai (2010), utilizaron la metodología de la superficie de respuesta y algoritmos genéticos para calibrar un puente carretero. Zong (2015) puntualiza el reto de aplicar la superficie de respuesta a estructuras más complejas.

1.1 Puente Mezcala

El puente Mezcala es un puente del tipo atirantado, ubicado en el kilómetro 221 de la Autopista del Sol, en el estado de Guerrero, México (figura 1.1), el puente Mezcala se inauguró en 1993, tiene una longitud total de 940 metros, está formado por seis claros y el claro mayor tiene una longitud de 312 m. Debido a su localización geográfica, flujo vehicular e importancia económica, el puente Mezcala es uno de los puentes más importantes en México. Éste se localiza en la zona sísmica denominada como “D”, la cual presenta los eventos sísmicos más intensos en México, además de ubicarse en la zona de influencia de los vientos huracanados del Pacífico.



Figura 1.1 Puente Mezcala

1.2 Sistema de monitoreo estructural del puente Mezcala

Debido a la importancia en la actividad económica de México del puente Mezcala, su costo y tipo de estructura, así como la longitud total del puente y de su claro principal y el hecho de que el puente se ubique en una zona de alta actividad sísmica, se seleccionó esta estructura como uno de los puentes donde instrumentar y llevar a cabo tareas de monitoreo en tiempo real desde el Centro de Monitoreo de Puentes y Estructuras Inteligentes (CMPEI) del Instituto Mexicano del Transporte. El sistema de monitoreo estructural está compuesto de sensores de fibra óptica tipo FBG, que incluye extensómetros, sensores de temperatura, acelerómetros en tirantes y torres, inclinómetros, cámaras de video, estación meteorológica y estación sísmológica. El sistema se encuentra energizado a través de celdas fotovoltaicas.

El sistema de monitoreo del puente Mezcala consta de 36 acelerómetros, 16 inclinómetros, 10 extensómetros de concreto, 48 extensómetros de acero, 11 sensores de temperatura, un medidor de desplazamiento, dos cámaras de video, una estación climatológica, un interrogador, un multiplexor y una unidad de control. Cada uno de los sensores y equipos instalados persigue objetivos particulares para el monitoreo de la integridad estructural del puente Mezcala.

Los acelerómetros se seleccionaron con el objetivo de medir las respuestas dinámicas de las pilas y de algunos de los tirantes, y la información proporcionada por éstos permitirá conocer el desempeño estructural de las torres bajo condiciones de operación, además de evaluar su integridad estructural después de sismos, ráfagas de viento o accidentes. Por otro lado, los acelerómetros instalados en algunos de los tirantes se utilizarán para determinar la tensión de los cables, y conocer de manera indirecta tanto los pesos asociados a los vehículos que transitan sobre el puente y como el comportamiento estructural bajo condiciones de operación normal. En la figura 1.2 se muestra un acelerómetro instalado sobre un tirante.



Figura 1.2 Acelerómetro instalado en tirante de sujeción del puente Mezcala

Los inclinómetros tienen la finalidad de dar seguimiento a la inclinación de las pilas en el tiempo y determinar si existe una inclinación permanente posterior a un evento sísmico. En la figura 1.3 se muestra un inclinómetro instalado en un estribo del puente Mezcala.



Figura 1.3 Inclinómetro instalado en estribo del puente Mezcala

La función de los extensómetros de acero y concreto es conocer la dinámica del puente y asociar las deformaciones con la carga de vehículos y aquellas derivadas de cambios de temperatura durante el día o estación del año. La información proporcionada por estos sensores es fundamental para la calibración de modelos de elemento finito, así como para la implementación de técnicas de detección de daño. En las figuras 1.4 y 1.5 se muestran los extensómetros instalados en las vigas principales y en las torres.



Figura 1.4 Extensómetro instalado en la viga principal



Figura 1.5 Extensómetro instalado en torre

La información adquirida mediante los extensómetros (deformaciones) fue utilizada en esta investigación para determinar las frecuencias naturales y formas modales del puente bajo excitaciones naturales (vehículos, viento y sismos).

Los sensores de temperatura persiguen el objetivo de proporcionar información de los cambios térmicos en diferentes secciones del puente y correlacionar la información con las deformaciones para poder asociar el nivel de deformación por incremento de temperatura.

El medidor de desplazamiento se utiliza para conocer la deformación de la junta de expansión por cambios de temperaturas globales y condiciones normales de operación. Para adquirir la información de cada uno de los sensores, es necesario un sistema de adquisición de datos, el cual consta de una computadora que controla la frecuencia de adquisición de datos del sistema, el tamaño de los archivos y la visualización de la información, además de controlar un equipo que adquiere el valor de cada sensor en intervalos iguales de tiempo. Denominado interrogador, este equipo instalado tiene capacidad para interrogar hasta cuatro canales de fibra óptica y se puede extender hasta 16 canales cuando se usa un multiplexor. Para el caso del sistema del puente Mezcala se instaló un interrogador con un multiplexor (figura 1.6).

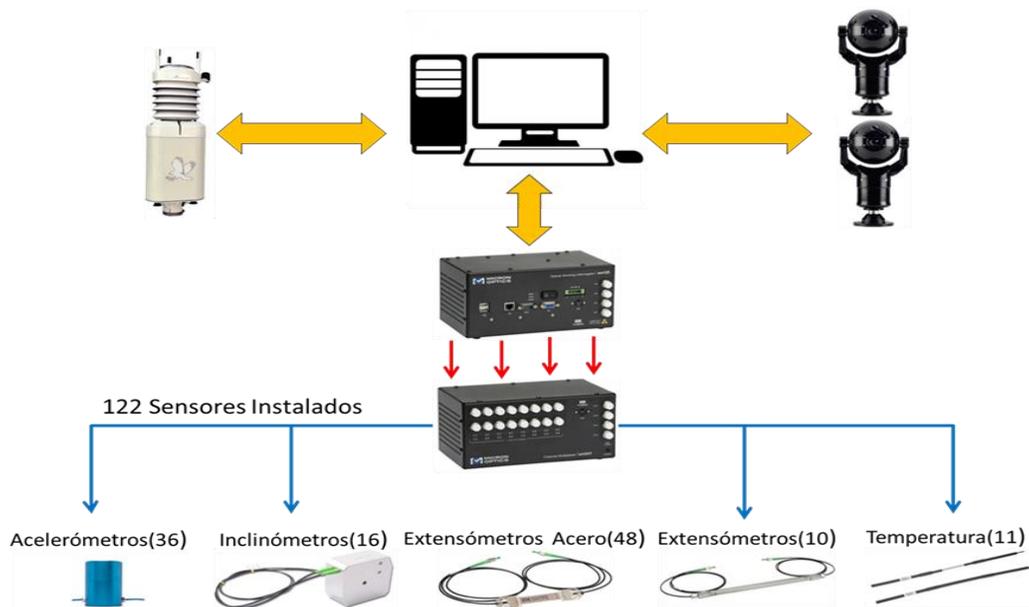


Figura 1.6 Sistema de adquisición de datos del puente Mezcala

Fuente: IMT, *Informe de investigación*, 2016.

En las figuras 1.7 a 1.10 se muestra la instrumentación de las torres del puente Mezcala, cuyo arreglo se repite tanto en el lado aguas arriba como en el lado aguas abajo.

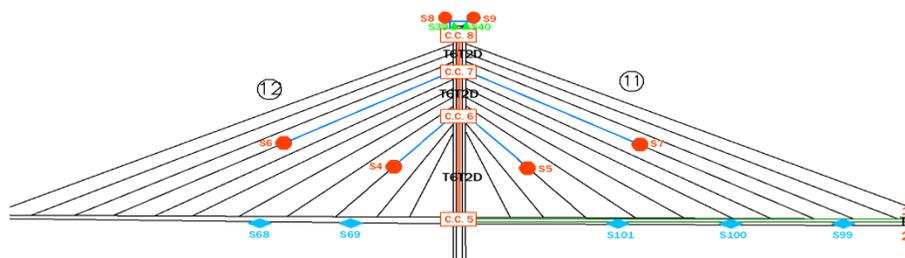


Figura 1.7 Instrumentación de la torre 2 del puente Mezcala

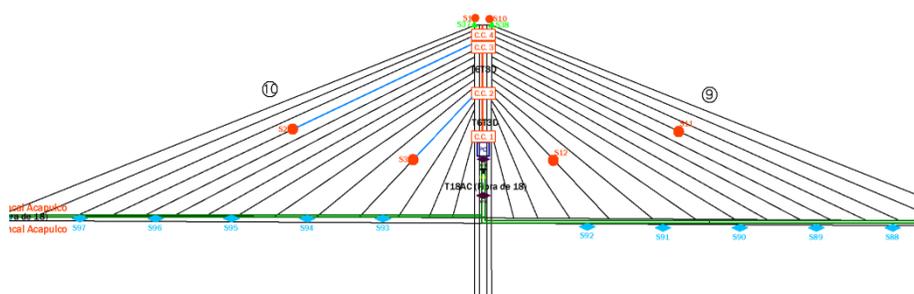


Figura 1.8 Instrumentación de la torre 3 del puente Mezcala

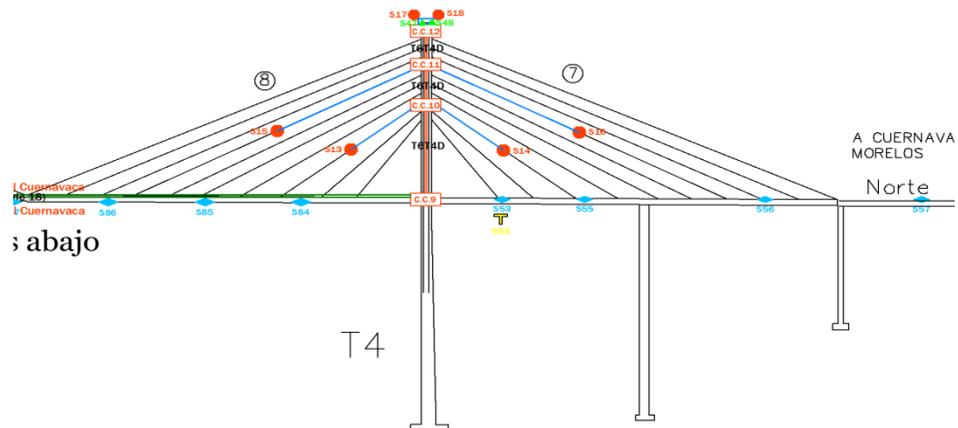


Figura 1.9 Instrumentación de la torre 4 del puente Mezcala

SIMBOLOGÍA			
	ACELERÓMETRO		CABLE SIMPLEX
	INCLINÓMETRO		CABLE TRONCAL DE 18 FIBRAS
	CAJA DE EMPALME		CABLE TRONCAL DE 6 FIBRAS
	PANEL DE CONTROL		CABLE TRONCAL DE 2 FIBRAS
	EXTENSÓMETRO ACERO		CAJA DE CONEXIÓN
	EXTENSÓMETRO CONCRETO	C#	NÚMERO DE CLARO
	SENSOR DE DESPLAZAMIENTO		NÚMERO DE ARPA
	SPLITTER		SENSOR DE TEMPERATURA
			CONECTOR

Figura 1.10 Simbología de instrumentación

2 Revisión bibliográfica

2.1 Método de elementos finitos

Originalmente introducido por Turner en 1956, el método de elementos finitos (MEF) representa una técnica computacional para aproximar soluciones de una gran variedad de problemas del mundo real con dominios complejos sujetos a condiciones de frontera generales (Madenci, 2006). En el MEF, el continuo o cuerpo en estudio —tal como un sólido, líquido o gas— está representado como un conjunto de subdivisiones pequeñas llamadas elementos finitos. Estos elementos se consideran interconectados en puntos llamados nodos, los cuales usualmente yacen en las fronteras de los elementos donde los elementos adyacentes se consideran conectados. Al usar propiedades esfuerzo-deformación del material del que se compone la estructura, se puede determinar el comportamiento (respuesta estructural) de un nodo, en función de los términos de las propiedades de los elementos de la estructura.

El conjunto total de ecuaciones que describen el comportamiento de cada nodo deriva en una serie de ecuaciones que se expresan usualmente en la siguiente forma matricial (Doyle, 1991).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (2.1)$$

Donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente. Estas matrices contienen la información de las propiedades del material de la estructura (parámetros estructurales). El $\{u\}$ es el vector de desplazamiento, cuyas derivadas $\{\dot{u}\}$ y $\{\ddot{u}\}$ son los vectores de velocidad y aceleración, respectivamente, y $\{P\}$ es el vector de fuerzas. Por otra parte, la ecuación que describe el comportamiento dinámico de un sistema no amortiguado es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (2.2)$$

Al considerar la ecuación 2.2 como homogénea (vibración libre) y adoptar una solución para $u(t) = \{\hat{u}\}e^{i\omega t}$, dado que el movimiento es armónico, se obtiene el siguiente problema de valores y vectores característicos:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\hat{u}\} = 0 \quad (2.3)$$

Donde los valores propios ω son las frecuencias naturales del sistema y $\{\hat{u}\}$ son los vectores propios asociados a cada frecuencia natural, conocidos como *formas modales*.

2.1.1 Programa de elemento finito StaDyn

Para obtener las matrices $[K]$ y $[M]$, así como las soluciones del problema de valores característicos de la ecuación 2.3, en esta investigación se utilizó el programa de elemento finito StaDyn (Doyle, 1991). Este programa tiene la ventaja de que se pueden programar y generar rutinas de análisis y pos procesamiento de datos. El programa utilizado para generar y compilar las rutinas fue MATLAB.

El programa utilizado para la generación del modelo de EF fue GenMesh (*ikayex Software Tools*, 2008), cuya función principal estriba en generar mallados, reducir anchos de banda y asignar propiedades a los diversos elementos del modelo. Una vez generado el modelo de elemento finito en forma de un archivo de texto con extensión.sdf (*structural data file*), éste se analiza mediante el programa StaDyn.

2.2 Análisis modal experimental

Este método consiste en un procedimiento utilizado para conocer las propiedades fundamentales de una estructura (frecuencias naturales, formas modales, amortiguamientos) con el fin de compararlas con sus contrapartes de un modelo analítico. Esta aplicación nace de la necesidad de validar estos modelos teóricos para posteriormente utilizarlos en la predicción de la respuesta de la estructura ante excitaciones complejas (Ewins, 1985).

La respuesta estructural (aceleración, velocidad, desplazamiento o deformación) se obtiene a través de sensores distribuidos en la estructura en el dominio del tiempo. Por la dificultad que supone interpretar o entender la información en este dominio, ésta se transforma al dominio de la frecuencia mediante la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) (Cooley y Tukey, 1965).

Además de emplear la FFT para obtener los parámetros modales, en esta investigación se implementó la técnica MUSIC (del inglés: *Multiple Signal Classification*), una transformada de alta resolución que permite identificar frecuencias muy cercanas unas de otras que exhibe una buena precisión cuando la señal viene acompañada de ruido (Amezquita *et al.*, 2013).

2.2.1 Pruebas de vibración ambiental

En este tipo de pruebas, la excitación sobre la estructura puede ser de carácter vehicular, peatonal o por eventos ambientales como el viento, sismos, oleaje, etcétera. Este método de excitación se utiliza ampliamente para conocer el comportamiento de la estructura bajo condiciones normales de operación, y los datos de respuesta pueden utilizarse para identificar parámetros modales como las frecuencias naturales y las formas modales (Nalitolela, 1990).

Debido al tamaño de la estructura —como en el caso de los puentes atirantados— y a la necesidad de interrumpir el tráfico se efectúan pruebas de vibración ambiental, el único método práctico para estudiar su respuesta dinámica (Farrar, 1997). En

esta investigación, éste fue el método de excitación utilizado para identificar las propiedades modales del puente Mezcala.

2.2.2 Relación desplazamiento-deformación

La relación que existe entre desplazamientos y deformaciones puede expresarse como (Doyle, 1991):

$$\epsilon = -y \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} = -y \cdot \frac{d\theta}{dx} \quad (2.4)$$

Esta relación es válida para pequeños desplazamientos, situación que se cumple en el análisis modal, por lo cual podemos expresar las formas modales de deformación como (Marques, 2015):

$$\varphi = -y \cdot \theta' \quad (2.5)$$

Donde φ es el vector propio relacionado con las formas modales de deformación, θ' es la derivada del vector propio relacionado con las formas modales de rotación y y es la distancia del centro de masa del elemento al punto donde se desea conocer la deformación unitaria.

2.3 Análisis de sensibilidad

De entre los métodos más populares y efectivos para la calibración de modelos de EF destacan aquellos basados en la sensibilidad (Brownjohn, 2001). A fin de identificar los mejores parámetros en función de las mediciones experimentales, es necesario realizar un análisis de sensibilidad, donde típicamente los parámetros son la rigidez de los elementos y las fronteras (Schlune, 2008). La sensibilidad es la razón de cambio de una respuesta (frecuencias naturales, formas modales, esfuerzos, etcétera) con respecto al cambio de algún parámetro estructural (módulo de elasticidad, densidad y momentos de inercia, entre otros), que se calcula aplicando un pequeño incremento a los parámetros (uno a la vez) y resolviendo la ecuación 2.3.

$$S_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial a_j} \approx \left[\frac{u_i(a_j + h) - u_i(a_j)}{h} \right] \quad (2.6)$$

Donde u_i es la respuesta del modelo de EF utilizando un parámetro estructural a_j y h es un incremento de dicho parámetro. El subíndice $i = 1, \dots, N$ es por N respuestas y $j = 1, \dots, M$ para M parámetros. La ecuación 2.6 estima la sensibilidad con las unidades de la respuesta y del valor del parámetro, situación que conllevaría a problemas de mal condicionamiento numérico (Friswell y Mottershead, 1995), por lo cual es necesario normalizar esta sensibilidad de acuerdo con los valores iniciales de los parámetros estructurales, tal que:

$$\psi_{i,j} = [S_{i,j}][\bar{a}_j] \quad (2.7)$$

Donde $[\bar{a}_j]$ es una matriz con los valores iniciales de los parámetros estructurales en la diagonal principal. Más allá, la sensibilidad puede normalizarse de acuerdo con las respuestas de interés mediante:

$$\Psi_{i,j} = [u_i^0]^{-1}[S_{i,j}][\bar{a}_j] \quad (2.8)$$

Donde $[u_i^0]$ es una matriz con las respuestas iniciales del MEF en la diagonal principal. Graficar la sensibilidad normalizada de la ecuación 2.8 puede ser una herramienta útil para decidir qué parámetro puede estimarse en función de las respuestas experimentales disponibles (Schlune, 2008).

2.4 Métodos de optimización implementados

Los métodos de optimización en la calibración de modelos de EF tienen por objetivo actualizar los parámetros geométricos o físicos y las condiciones de frontera basados en las frecuencias, formas modales, desplazamientos, esfuerzos y otros elementos, con el fin de reproducir el desempeño dinámico o estático de una estructura con una precisión adecuada (Brownjohn, 2001). En esta sección se describen los métodos de optimización utilizados en la presente investigación.

2.4.1 Algoritmo Gauss-Newton

Éste establece que las respuestas experimentales \mathbf{d} pueden representarse mediante un modelo de EF con un conjunto de parámetros “reales” \mathbf{a}_j^k , de tal manera que:

$$\mathbf{d} = \mathbf{u}(\mathbf{a}_j^k) \quad (2.9)$$

Entonces la diferencia entre la respuesta de $\mathbf{u}(\mathbf{a}_j^k)$ y un modelo de EF con parámetros “iniciales” \mathbf{a}_j^0 puede expresarse a través de la siguiente serie de Taylor:

$$\mathbf{u}(\mathbf{a}_j^k) = \mathbf{u}(\mathbf{a}_j^0) + \sum_j^M \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{a}_j)}{\partial a_j} \Delta a_j + \frac{1}{2} \sum_j^M \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{a}_j)}{\partial a_j^2} \Delta a_j^2 + \dots \quad (2.10)$$

Mediante la normalización de la matriz de sensibilidades (ecuación 2.10) y el reemplazo de $\mathbf{u}(\mathbf{a}_j^k)$ por las mediciones experimentales \mathbf{d} , se obtiene la siguiente ecuación al aplicar el método de Newton-Raphson:

$$d_i \approx u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \frac{\Delta a_j}{\bar{a}_j} = u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \Delta \tilde{P}_j \quad (2.11)$$

Utilizando la igualdad $\Delta \tilde{P}_j = \tilde{P}_j - \tilde{P}_j^0$, se obtiene:

$$d_i \approx u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \quad (2.12)$$

En el caso de $M = N$, puede utilizarse el método de Newton-Raphson directamente en la ecuación 2.12 para obtener las escalas \tilde{P}_j . En el caso de $M \neq N$, se establece la siguiente función de error de mínimos cuadrados:

$$\chi^2 = W_i \left\{ d_i - u_i^0 - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \right\}^2 \quad (2.13)$$

Donde W_i es un peso asociado a los datos experimentales. Minimizando χ^2 con respecto a las escalas \tilde{P}_j , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales que resolverse iterativamente hasta la convergencia.

$$[[\psi]^T [W] [\psi]] \{\tilde{P}_j\} = [[\psi]^T [W]] \{d - u^0 + \psi \tilde{P}_j^0\} \quad (2.14)$$

2.4.2 Regularización

Una forma de solucionar el problema del mal-condicionamiento es con la adición de información acerca de la solución, que se logra mediante la regularización de Tikhonov, considerando la siguiente ecuación:

$$E = \chi^2 + \lambda \tau^2 = W_i \left\{ d_i - u_i^0 - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \right\}^2 + \lambda \{D_j \tilde{P}_j\}^2 \quad (2.15)$$

Donde el primer funcional χ^2 mide el error entre el modelo y los datos experimentales, mientras que el funcional τ^2 mide la suavidad de la solución y permite determinar un valor que refleja el conocimiento *a priori* del sistema.

Por tanto, minimizando el funcional E , se obtiene:

$$[[\psi]^T [W] [\psi] + \lambda [H]] \{\tilde{P}_j\} = [[\psi]^T [W]] \{d - u^0 + \psi \tilde{P}_j^0\} \quad (2.16)$$

Donde $[H] = [D]^T [D]$ y $\lambda \geq 0$. A diferencia de la ecuación 2.14, la 2.16 no corresponde a una mal-condicionada debido al efecto del funcional de regularización de Tikhonov. El valor de λ se determina en función del grado de suavización que produce en los resultados. Doyle (2004) propone el siguiente valor de inicio:

$$\lambda = \frac{\text{tr}[[\psi]^T [W] [\psi]]}{\text{tr}[H]} \quad (2.17)$$

2.4.3 Metodología de superficie de respuesta

La idea básica de la metodología de superficie de respuesta (MSR) consiste en utilizar una técnica llamada *función de superficie de respuesta* (FSR) para aproximar alguna otra función, la cual es usualmente implícita y difícil de expresar, como el caso de un modelo de EF (Deng y Cai, 2010). Para generar una FSR normalmente se utiliza el método de regresión lineal por mínimos cuadrados, y ésta tiene la forma de un polinomio que contiene las variables en consideración, lo que conlleva a que la FSR sea más fácil de evaluar que la función implícita original. A continuación, se muestra una típica superficie de respuesta de segundo orden con tres variables:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 \dots \quad (2.18)$$

Donde Y es la respuesta de interés, que puede ser una frecuencia natural, un desplazamiento o una deformación, por mencionar algunos elementos; x_1 , x_2 y x_3 son las variables, que pueden ser un módulo elástico, densidad, o alguna propiedad geométrica de los miembros estructurales, y por último, los coeficientes b que se estiman a partir del método de mínimos cuadrados.

Generalmente se utilizan FSR de segundo orden (Deng y Cai, 2010) o de tercer orden (Zong, 2015), con el fin de evitar problemas computacionales o conceptuales de las variables en estudio.

-Diseño central compuesto

Como uno de los diseños de la MSR más usados (Deng y Cai, 2010), al diseño central compuesto (DCC) se añade un punto central y dos puntos “estrella” adicionales a los puntos extremos de cada variable. Un punto estrella es aquel donde todos los factores, excepto uno, están en sus niveles centrales. La distancia entre un punto central y el punto estrella de una variable es denotada por α . La función de cada punto en el DCC se describe a continuación:

1. Puntos extremos. Este componente provee información acerca de los efectos lineales principales y de las interacciones entre dos variables. Las unidades para codificar estos puntos se toman de la forma $(\pm 1, \pm 1, \dots \pm 1)$.

2. Puntos estrella. Las combinaciones de este nivel permiten estimar todos los efectos cuadráticos. Las unidades para codificar estos puntos se toman de la forma $(\pm\alpha, 0, \dots 0)$.

En la tabla 2.1 se muestran los valores de DCC utilizando de dos a ocho factores.

Tabla 2.1 Factores utilizados para el DCC

	Número de factores						
	2	3	4	5	6	7	8
Diseño factorial	2^2	2^3	2^4	2^{5-1}	2^{6-1}	2^{7-1}	2^{8-2}
Puntos estrella	4	6	8	10	12	14	16
Puntos centrales	4	4	4	4	4	4	4
α	1.4142	1.6818	2	2.3784	2.8284	3.3636	4
Número total de corridas	12	18	28	30	48	82	84

Fuente: Deng y Cai (2010).

2.4.4 Algoritmos genéticos

Un algoritmo genético (AG) es una técnica probabilística basada en una población de individuos con una mayor probabilidad de converger con una solución óptima de un problema (Marwala, 2010). Se trata de un proceso análogo a la teoría de la evolución de Darwin, donde los miembros de una población compiten por sobrevivir y reproducirse, mientras que los más débiles van desapareciendo. Los principales operadores del algoritmo genético se muestran a continuación:

-Inicialización

Al principio un grupo de posibles soluciones se genera al azar para generar una población que sea una buena representación del espacio de búsqueda.

-Combinación

Este operador realiza una selección aleatoria de los cromosomas de los individuos y los intercambia para permitir alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no estaban cubiertas por los individuos de la población actual.

-Mutación

Este operador toma un dígito binario de cromosomas aleatoriamente y lo invierte. Esta operación tiene el potencial de introducir nueva información a la población y por ende previene que el algoritmo se estanque en un mínimo local.

-Selección

Para cada generación, se selecciona una porción de la actual población para generar una población nueva. Esta selección se basa en un proceso de desempeño, donde las mejores soluciones tienen mayor probabilidad de escogerse. La forma de evaluar las soluciones es a través de una función objetivo que se interesa minimizar. La ecuación (6) es un ejemplo de función objetivo, Deng y Cai (2010) proponen la siguiente función objetivo:

$$E(y_i^s) = \sqrt{\sum_i^N W_i (y_i^m - y_i^s)^2} \quad (2.19)$$

Donde y_i^m y y_i^s son las respuestas experimentales y las que predice el modelo, respectivamente. Por otra parte, Marwala (2010) propone la siguiente función objetivo:

$$E = W_i \left(\frac{\omega_i^m - \omega_i^s}{\omega_i^m} \right)^2 + \beta \sum_i (1 - \text{diag}(\text{MAC}(\phi_i^m), (\phi_i^s))) \quad (2.20)$$

Donde ω_i^m y ω_i^s son las frecuencias naturales medidas y simuladas, respectivamente. ϕ_i es la forma modal del i -ésimo modo; β es la función de pesos asociada con las formas modales, y MAC es el criterio de aseguramiento modal (Allemang, 1982).

-Terminación

El proceso se repite hasta que la condición de terminación se ha alcanzado ya sea porque la solución satisface la función objetivo o porque se ha alcanzado un máximo número de generaciones.

2.4.5 Enjambre de partículas

La optimización por enjambre de partículas (PSO) es un algoritmo estocástico basado en la evolución de una población formada por individuos generados aleatoriamente. Estos individuos se llaman partículas y cada una de ellas son capaces de recordar la posición donde tuvo mayor éxito en la función objetivo. Esta solución se llama *local best* y la información de cada solución se pone a disposición de sus partículas vecinas que, a su vez, observan la información de estos individuos. El proceso de movilización en el espacio de búsqueda se guía por estos sucesos y la población converge al final en una solución óptima (Marwala, 2010). Cada partícula está representada por dos vectores:

- $p_i(k)$ es la posición de la i -ésima partícula en el paso k .
- $v_i(k)$ es la velocidad de la i -ésima partícula en el paso k .

Las posiciones y velocidades iniciales de las partículas se generan aleatoriamente, y sus subsecuentes posiciones y velocidades se calculan utilizando la posición de la mejor solución encontrada por una partícula (llamada *pbest*) y la mejor partícula en el enjambre (llamada *gbest(k)*). Las subsecuentes velocidades de la i -ésima partícula pueden identificarse utilizando la siguiente ecuación:

$$v_i(k + 1) = \gamma v_i(k) + c_1 r_1 (pbest_i - p_i(k)) + c_2 r_2 (gbest(k) - p_i(k)) \quad (2.21)$$

Donde γ es la inercia de la partícula, c_1 y c_2 son los parámetros de confianza y r_1 y r_2 son números aleatorios entre 0 y 1. En la ecuación (17), el primer término corresponde al movimiento de la partícula, el segundo a la influencia de la memoria de la partícula y el tercero a la influencia del enjambre. La subsecuente posición de la i -ésima partícula puede calcularse utilizando la siguiente ecuación:

$$p_i(k+1) = p_i(k) + v_i(k+1) \quad (2.22)$$

La posición de la partícula se actualiza con base en el comportamiento social de la población de partículas y se adapta al ambiente al regresar continuamente a la región más prometedora.

2.4.6 Cálculo de las tensiones óptimas de los tirantes

La determinación de las fuerzas de tensión de los tirantes es una tarea crucial debido a que dichas fuerzas tienen la función de brindar un determinado perfil del puente ante la acción del peso propio (Chen, 1998). La configuración de equilibrio del puente, es decir, la acción de la carga gravitacional y las tensiones en los tirantes debe considerarse para los consecuentes análisis (Karoumi, 1998). La suma de los efectos de la carga gravitacional y de tensado de los tirantes brinda la configuración de equilibrio del puente (Sung, 2006) y los elementos mecánicos asociados a ésta, como lo son las tensiones de los tirantes.

Existen en la literatura diversos métodos para estimar estas fuerzas de tensión, como lo son el método de los desplazamientos cero (Wang, 1993) o el método del equilibrio (Chen, 1998); sin embargo, en esta investigación más que enfocarse en determinar la condición óptima del puente, la atención se ha centrado en obtener la condición real que se determina en función de las tensiones experimentales obtenidas mediante pruebas con pistones hidráulicos. Este método de pesaje es descrito por Cho *et al.* (2013).

3 Metodología

El principal objetivo de la metodología descrita en este trabajo es calibrar o actualizar un modelo de elemento finito de un puente atirantado utilizando como datos experimentales las tensiones obtenidas de pesajes en campo, las frecuencias naturales y las formas modales obtenidas del análisis de vibraciones.

No obstante, aunque en el presente trabajo se puso énfasis en el análisis modal, la metodología puede adaptarse a otro tipo de respuestas experimentales como desplazamientos, aceleraciones o propagación de ondas. En la figura 3.1 se muestra un esquema de la metodología formulada.

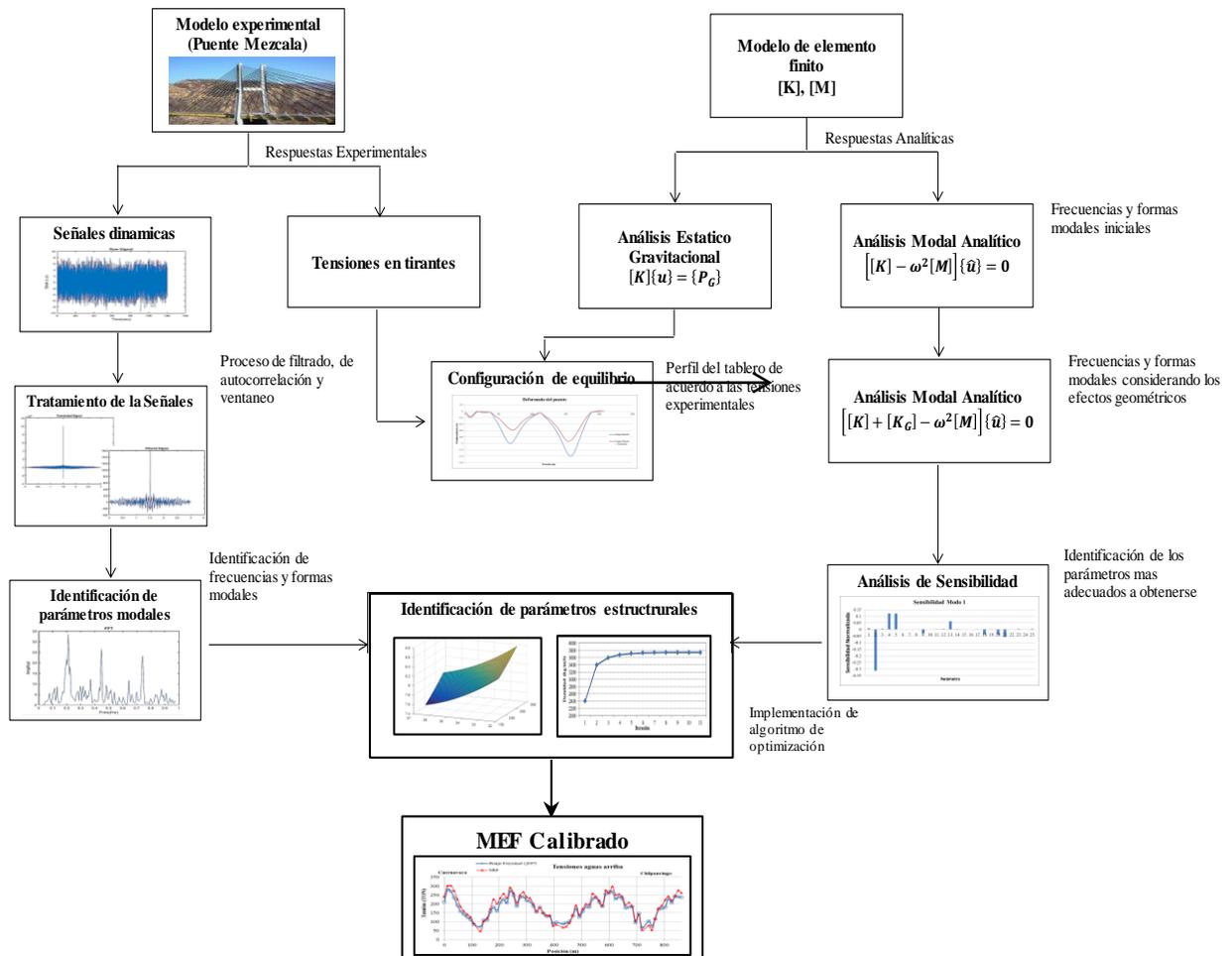


Figura 3.1 Esquema de la metodología formulada

3.1 Formulación del modelo de elementos finitos para el puente Mezcala

El modelo geométrico del puente Mezcala se concibió a partir de los planos estructurales y la información disponible emanada de las referencias *Puente Mezcala-Autopista México-Acapulco* (1994) y *Los puentes de México* (2014). Adicionalmente, con el fin de reducir el número de parámetros estructurales inciertos se realizó un levantamiento geométrico de las dimensiones de los miembros estructurales como vigas, pilas, pilones y apoyos. En la figura 3.2 se muestra una vista frontal del puente.

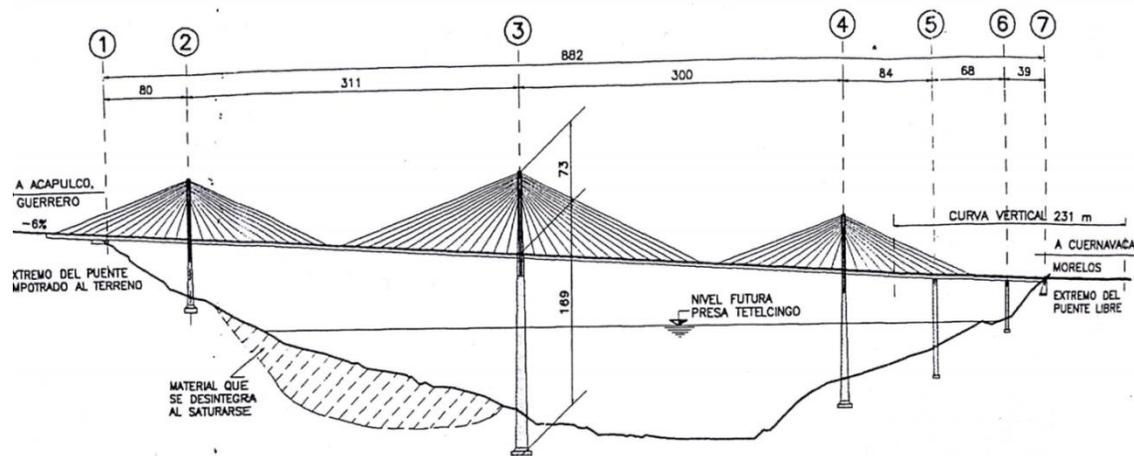


Figura 3.2 Ejes y dimensiones del puente Mezcala

3.1.1 Tipos de elementos finitos utilizados

A fin de representar los miembros estructurales del puente Mezcala se utilizaron tres tipos de elementos finitos distintos, descritos a continuación:

- a) **Elementos tipo barra:** Miembros esbeltos que soportan cargas axiales únicamente, es decir, en el ámbito local poseen sólo un grado de libertad (figura 3.3).

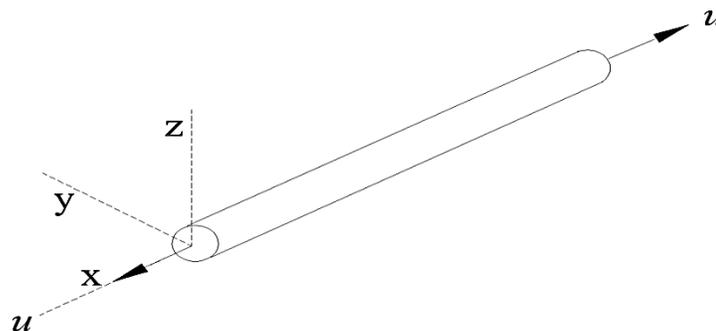


Figura 3.3 Grados de libertad del elemento barra

- b) Elementos tipo viga:** Se basan en la teoría de Bernoulli-Euler y poseen seis grados de libertad en cada nodo (figura 3.4).

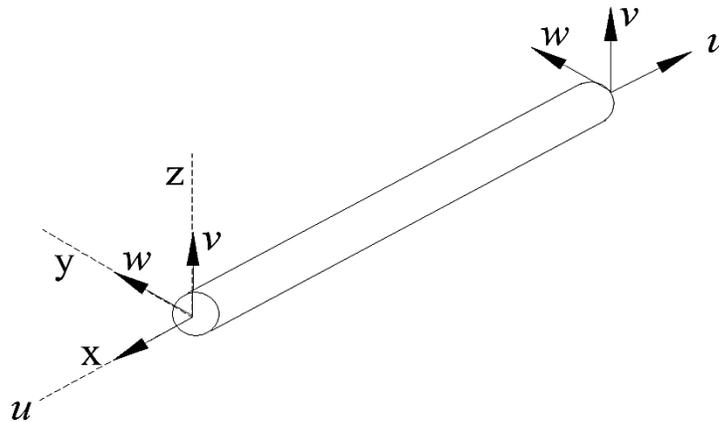


Figura 3.4 Grados de libertad del elemento viga

- c) Elementos tipo placa:** Implementados con el programa StaDyn, estos elementos son un tipo placa con grados de libertad rotacionales (Bergan y Felippa, 1985), además de poseer un comportamiento tanto en el interior del plano (membrana) como fuera del plano (flexión) (figura 3.5).

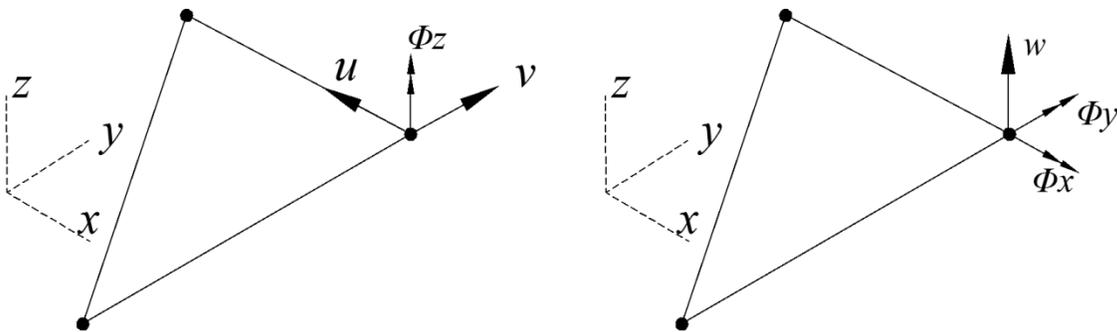


Figura 3.5 Grados de libertad del elemento placa

Para representar los 140 tirantes del puente Mezcala se utilizaron elementos tipo barra, donde un único elemento se emplea para modelar el tirante, ya que considerar un tirante con múltiples elementos deriva en un comportamiento estático indeseable (deflexiones excesivas del tirante). Por cuanto al análisis modal, aparecen los modos asociados a la vibración de los tirantes (Brownjohn y Xia, 2001), por el momento irrelevantes. Por otra parte, para representar las vigas principales y secundarias, pilones, travesaños y las pilas de los ejes 5 y 6 se utilizaron elementos tipo viga. Por último, para representar el tablero y las torres 2, 3 y 4 se utilizaron elementos tipo placa triangulares.

-Mallado del modelo de elemento finito del puente Mezcala

La determinación del mallado del modelo de EF del puente Mezcala obedeció a la configuración requerida para simular fuerzas puntuales de vehículos sobre los carriles del puente, a la necesidad de nodos donde existen sensores, y a la limitación propia del software (que es de 11,000 nodos y 11,000 elementos).

En la figura 3.6 se muestra la sección transversal del tablero considerada para el mallado.

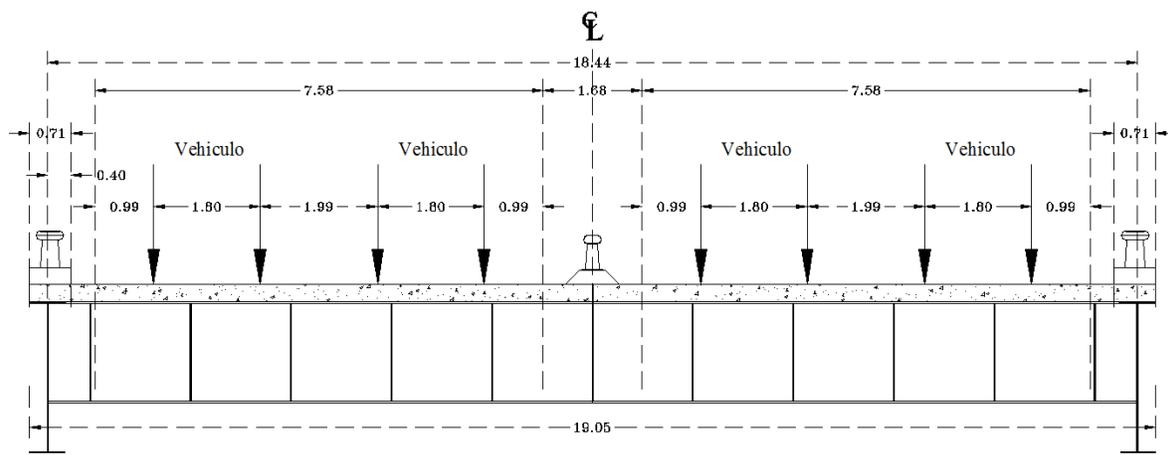


Figura 3.6 Sección transversal del tablero

En total, el modelo de EF del puente Mezcala consta de 7,646 elementos y 2,940 nodos. En las figuras 3.7a y 3.7b se muestran las vistas del modelo de EF.

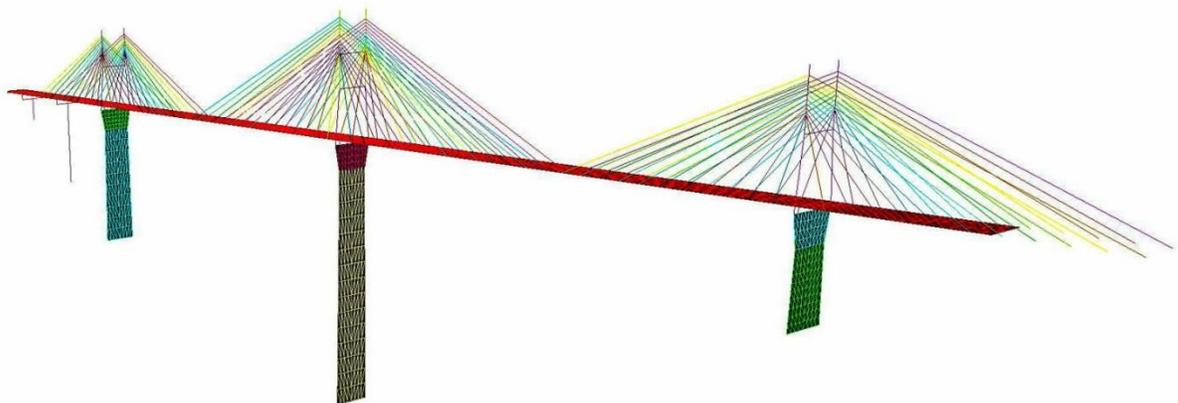


Figura 3.7 Modelo de elemento finito del puente Mezcala

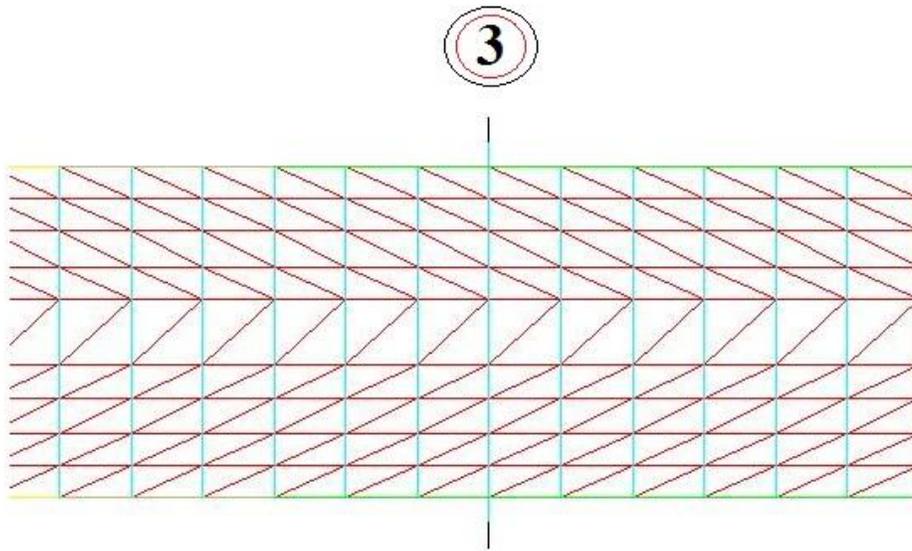


Figura 3.8 Mallado del tablero (eje sobre pila 3)

Una vez mallado el tablero, fue importante identificar los nodos de las vigas que están instrumentados con extensómetros, con el fin de obtener las respuestas estructurales de éstos y compararlas con su contraparte experimental. La localización de los nodos instrumentados se determinó a partir de los planos de instrumentación del puente Mezcala.

3.1.2 Propiedades geométricas de los miembros estructurales

Las propiedades geométricas asignadas a los diversos elementos finitos se calcularon a partir de los planos estructurales y las dimensiones recopiladas en el levantamiento geométrico. Cabe destacar que este levantamiento geométrico tiene por objetivo corroborar las dimensiones indicadas en los planos, detectar visualmente daños o modificaciones de la estructura y, de esta manera, mejorar el modelo y reducir la cantidad de parámetros estructurales desconocidos.

Considerando los ejes mostrados en la figura 3.4, en las tablas 3.1 y 3.2 se muestran las propiedades geométricas de las secciones de los miembros estructurales del puente Mezcala.

Tabla 3.1 Propiedades de los elementos barra y viga

Elemento	Área (m ²)	J (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Iz (m ⁴)
Tirante 19 torones	0.0026885	1.1504E-06	5.7519E-07	5.7519E-07
Tirante 23 torones	0.0032545	1.6857E-06	8.4287E-07	8.4287E-07
Tirante 27 torones	0.0038205	2.3230E-06	1.1615E-06	1.1615E-06
Tirante 31 torones	0.0043865	3.0623E-06	1.5311E-06	1.5311E-06
Vigas principales	0.0643	7.48E-06	0.1885	7.20E-04
Vigas secundarias	0.0443	5.10E-06	0.0677	2.19E-04
Pila 6	5.81	18.91	8.1262	25.4652
Pila 5	6.51	32.011	16.13	31.06
Pilón 4 y 2	4.93	4.19	6.20	3.22
Pilón 3 inferior	7.80	5.47	28	3.54
Pilón 3 superior	5.27	4.35	7.80	3.26
Travesaños	3.30	1.024	2.475	0.3328
Uniones 2, 3, 4 y 6	0.001	1	1	1
Unión 7	0.01	1	1	1
Resorte transversal	0.005	1	1	1

Tabla 3.2 Propiedades de los elementos placa

Elemento	Espesor (m)	I _p (m ⁴ /m)	I _a	I _b
Losa	0.20	0.001	1.50	0.50
Pila 4	1.10	8.18	1.50	0.50
Pila 3	1.28	18.17	1.50	0.50
Pila 2	1.2	7.60	1.50	0.50

Los detalles y consideraciones utilizadas para la obtención de las propiedades geométricas de los elementos estructurales del puente Mezcala se muestran en el anexo 1.

3.1.3 Propiedades de los materiales

El puente Mezcala está constituido principalmente por elementos de concreto reforzado, material con el que las pilas, pilones y travesaños están constituidos, mientras que la losa del tablero es de concreto pre-esforzado. De acuerdo con los planos estructurales del puente, el concreto posee una resistencia de diseño de 35 MPa, con lo que el módulo de elasticidad se calculó mediante (ACI-318):

$$E_c = w^{1.5} * 0.043 * \sqrt{f'c} \quad (3.1)$$

Donde w es la densidad del concreto que se tomó como $2\,400\text{ kg/m}^3$, lo que dio como resultado un módulo de elasticidad de 30 GPa . En la tabla 3.3 se muestran las propiedades mecánicas de los materiales:

Tabla 3.3 Propiedades de los materiales

Material	Módulo elástico (GPa)	Densidad (kg/m ³)	Coefficiente de Poisson
Concreto	30	2400	0.17
Acero	210	7850	0.30
Acero tirantes	195	7850-11400	0.30

El rango de variación de la densidad de los tirantes se debe al peso de las vainas de recubrimiento y a la cantidad de cera anticorrosiva de cada tirante.

3.1.3.1 Modificación de las propiedades de los tirantes de sujeción

Los tirantes o cables inclinados suelen exhibir un comportamiento no lineal producto de la tensión y de la deflexión por peso propio del tirante (Wilson, 1991). Una forma de considerar este comportamiento no lineal de los tirantes es a través de un módulo de elasticidad equivalente (Ernst, 1984), descrito en la ecuación 3.2.

$$E_{eq} = E \left[1 + \frac{(wL)^2 EA}{12T^3} \right]^{-1} \quad (3.2)$$

Donde E y A son el módulo de elasticidad del material y el área del tirante, w es el peso por unidad de longitud del tirante, L es la longitud del tirante proyectada horizontalmente y T es la tensión del tirante. Esta situación conllevó a asignar un material único a cada tirante del modelo de EF. Las tensiones utilizadas para obtener los módulos elásticos equivalentes para cada tirante fueron las obtenidas mediante pesajes empleando gatos hidráulicos.

3.1.4 Condiciones de frontera

Debido al anclaje del tablero al terreno mediante torones de pre-esfuerzo, el estribo del eje 1 (figura 3.2), se consideró completamente empotrado. Esta situación conllevó a que no fuera necesario modelar la zona del tablero existente antes del estribo 1 debido a que se encuentra sobre el terreno; por lo tanto, los tirantes 7-11 de las semi-arpas 1 y 12 se consideraron empotrados en sus anclajes inferiores, además de que todas las torres del puente se consideraron con la misma condición de empotramiento en su base. En cuanto al estribo sobre el eje 7, éste se consideró como un apoyo móvil restringido únicamente en el sentido vertical.

Con el propósito de unir el tablero con el punto de apoyo que proveen las torres se utilizó un elemento tipo viga con las propiedades mecánicas de un elemento de acero sin masa. El área de estos elementos de "unión" se determinó en función de las tensiones por carga muerta producidas en los tirantes más próximos a las torres.

Las áreas de los elementos de unión que mejor representan el comportamiento de tensión de los tirantes son las mostradas en la tabla 3.1.

3.2 Análisis modal del puente Mezcala

Utilizando el modelo preliminar de EF se estableció un rango de búsqueda de las posibles frecuencias naturales. La importancia de este rango estriba en la necesidad de establecer un filtro para eliminar las frecuencias bajas y altas debidas al ruido. Las primeras 15 frecuencias en un rango de 0-1 Hz obtenidas del modelo de EF se muestran en la tabla 3.4.

Tabla 3.4 Frecuencias naturales del modelo preliminar

Modo	Frecuencia (Hz)	Descripción del modo
1	0.2382	Flexión del tablero
2	0.3626	Flexión lateral del tablero
3	0.4150	Torsión del tablero
4	0.5130	Flexión lateral del tablero
5	0.5217	Flexión del tablero
6	0.5901	Flexión del tablero
7	0.6284	Flexión lateral del tablero
8	0.6298	Flexión lateral del tablero
9	0.7374	Flexión del tablero
10	0.7614	Flexión lateral del tablero
11	0.7837	Torsión del tablero
12	0.8101	Flexión del tablero
13	0.8880	Flexión del tablero
14	0.8910	Torsión del tablero
15	0.9127	Torsión del tablero

A partir de estas frecuencias calculadas utilizando el modelo de EF, se estableció un rango de búsqueda de frecuencias de 0.15-1.10 Hz. En la figura 3.8 se muestran los primeros 10 modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero. Estos modos de vibrar son los detectables a partir de la información de los extensómetros, los cuales miden deformación unitaria.

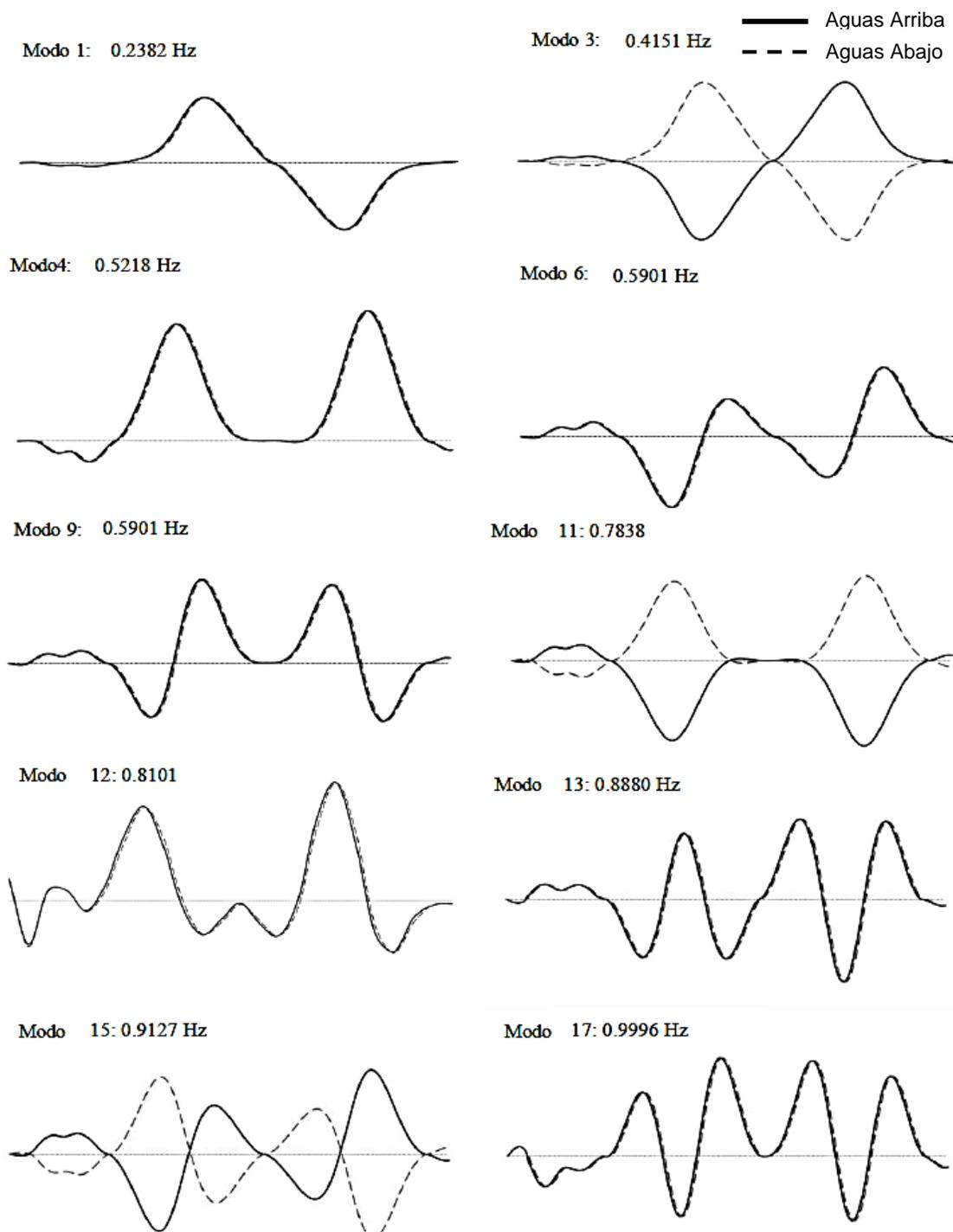


Figura 3.9 Modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero

3.2.1 Tipos de señales analizadas

El puente Mezcala se encuentra instrumentado con 48 extensómetros **MicronOptics os3155**, ubicados en las vigas longitudinales (24 aguas arriba y 24 aguas abajo), como se muestra en las figuras 1.7-1.9. El sistema de adquisición de datos obtiene las respuestas dinámicas de los extensómetros en tiempo real a una frecuencia de adquisición de 125 Hz.

Las señales analizadas corresponden a bloques de datos de 2 minutos de duración, mismos que contienen datos de señales que corresponden a excitaciones vehiculares y ambientales —o solamente ambientales—, en un periodo que corresponde al mes de junio del año 2016. La respuesta típica debida a una excitación vehicular se muestra en la figura 3.10.

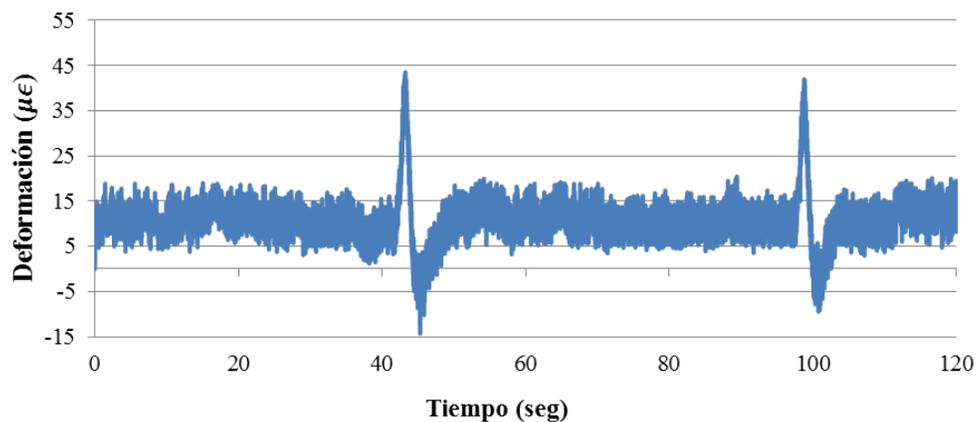


Figura 3.10 Señal típica de un extensómetro ante excitaciones ambientales y vehiculares

A su vez, la señal dinámica típica ante excitaciones solamente ambientales, como el viento, se muestra en la figura 3.11.

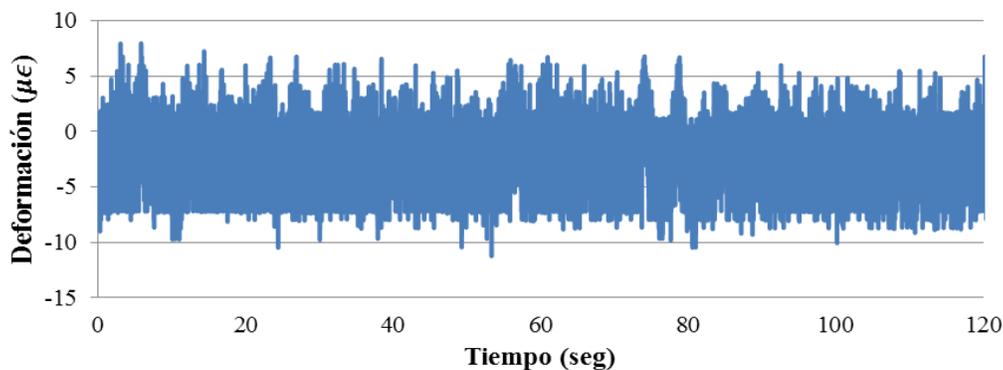


Figura 3.11 Señal típica de un extensómetro ante excitaciones solamente ambientales

Si bien, la información de estos sensores (deformaciones) sirve para establecer niveles de alarma, generar distribuciones estadísticas de los esfuerzos de la superestructura y otras actividades, en esta investigación se utilizaron las señales de deformación para identificar las frecuencias y formas modales, lo que conlleva un ahorro en términos de instrumentación. Además, como una forma alternativa de medición y para validar los resultados del procedimiento antes descrito, se analizaron las señales de los acelerómetros instalados en el puente sobre los pilones y los tirantes.

Las señales dinámicas de los tirantes se emplean comúnmente para identificar los modos de vibración locales del propio tirante con el fin de estimar la fuerza de tensión a la que están sometidos (Carrión, 2007); sin embargo, esta señal suele contener las frecuencias asociadas a los modos del tablero que son de principal interés en esta investigación.

En las figuras 3.12 y 3.13 se muestran las señales de aceleración típicas de los pilones y los tirantes, respectivamente:

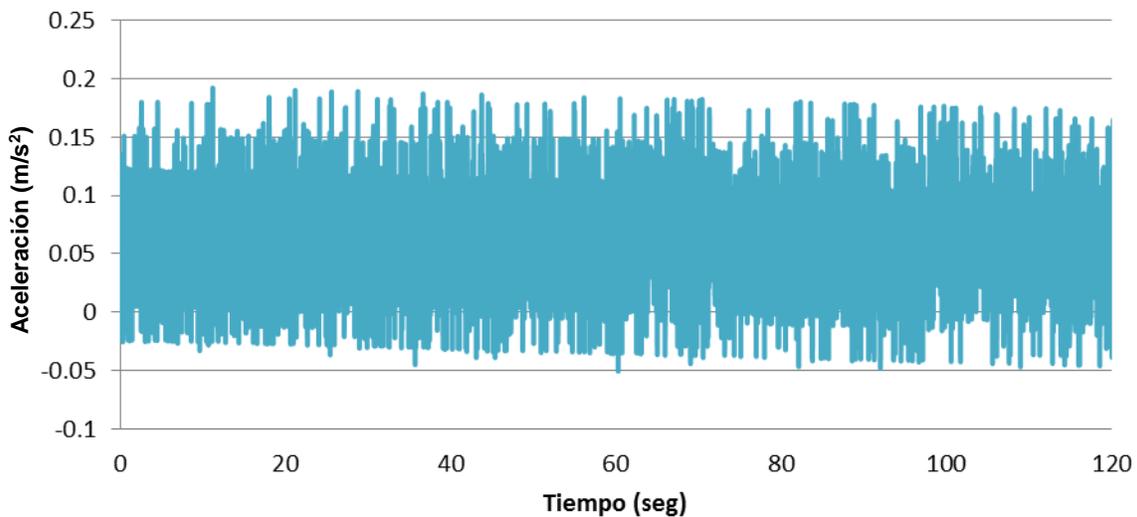


Figura 3.12 Señal típica de un acelerómetro en un pilón ante excitaciones ambientales

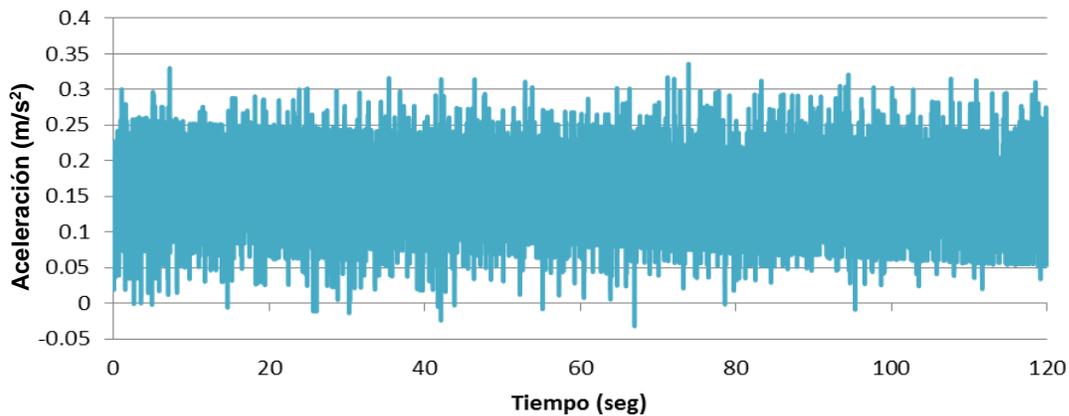


Figura 3.13 Señal típica de acelerómetro en tirante ante excitaciones ambientales

3.2.2 Procesamiento de señales

Las pruebas de vibración ambientales sobre una estructura se caracterizan por no utilizar ninguna excitación conocida, y la respuesta dinámica de la estructura se mide por la excitación producida por el ambiente, como el viento, el tráfico o microsismos. Las principales características de las señales analizadas son:

- Bajas amplitudes, por lo que la estructura se comporta en su rango lineal
- Respuesta producida por excitaciones de carácter aleatorio

En la figura 3.14 se muestra un diagrama de la metodología implementada para el análisis de señales.

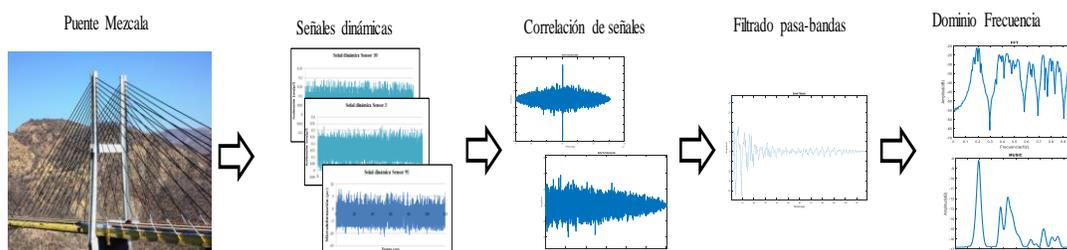


Figura 3.14 Metodología implementada para el análisis de señales

El procedimiento comenzó con la obtención de las señales dinámicas de la estructura bajo excitaciones ambientales. De estas señales se identificaron dos tipos:

- Señales producto de excitaciones ambientales
- Señales producto de excitaciones ambientales y de tráfico

El principal objetivo de analizar estas señales fue identificar los modos que producidos a partir de excitaciones ambientales o vehículos. Los bloques analizados de 2 minutos de duración corresponden a los periodos de junio de 2016 y mayo de 2017. De esta manera se identificaron posibles cambios en los parámetros modales de la estructura dentro de un periodo de aproximadamente un año.

Los principales componentes en la metodología de análisis de señales dinámicas utilizada en esta investigación se describen a continuación:

3.2.3 Correlación cruzada y auto correlación

Se ha demostrado que la correlación cruzada entre dos señales de un sistema lineal sujeto a excitaciones aleatorias presenta la misma forma que un decaimiento de vibración libre o una respuesta a un impulso (James *et al.*, 1993). De esta manera, la señal de vibración ambiental mostrada en la figura 3.10 —al ser correlacionada con otra señal o consigo misma (auto correlación)— adquiere la forma de un decaimiento de vibración libre, como se muestra en la figura 3.15.

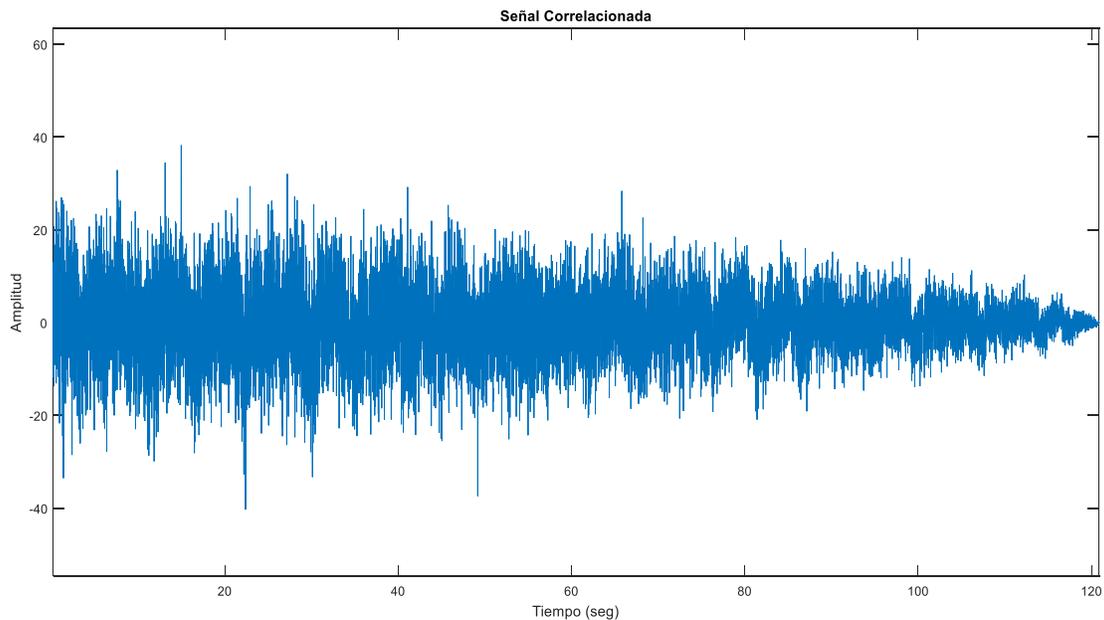


Figura 3.15 Respuesta libre amortiguada obtenida a través de la correlación de la señal

Matemáticamente la forma de correlación $R_y(\tau)$ entre dos señales estacionarias $x_i(t)$ y $x_j(t)$ se puede mostrar como (Chiang, 1999):

$$R_y(\tau) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir} A_{jr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\zeta_r \omega_r \tau) \sin(\omega_{dr} \tau + \theta_r) \quad (3.3)$$

Donde φ_{ir} denota el i -ésimo componente del r -ésima forma modal, A_{jr} es una constante y m_r es la r -ésima masa modal. La ecuación 3.3 muestra que la función $R_y(\tau)$ es la suma de funciones exponenciales complejas, la cual presenta la misma forma que un decaimiento de vibración libre o una respuesta a un impulso (figura 3.15). Por esta razón, las funciones correlacionadas pueden emplearse para identificar parámetros modales sin la necesidad de tener medición de las excitaciones. Ésta es la principal característica de las técnicas de excitación natural (NExT) (James *et al.*, 1993). Cabe destacar que el término $\varphi_{ir} A_{jr}$ representa las formas modales. En orden a eliminar el término A_{jr} y obtener las verdaderas formas modales, todos los sensores o canales se correlacionan con un canal de referencia x_j . Entonces los componentes identificados poseen el término común A_{jr} , el cual puede normalizarse para obtener las formas modales (Chiang, 2010).

El esquema utilizado para determinar el sensor de referencia para la correlación de las señales se muestra en la figura 3.16.

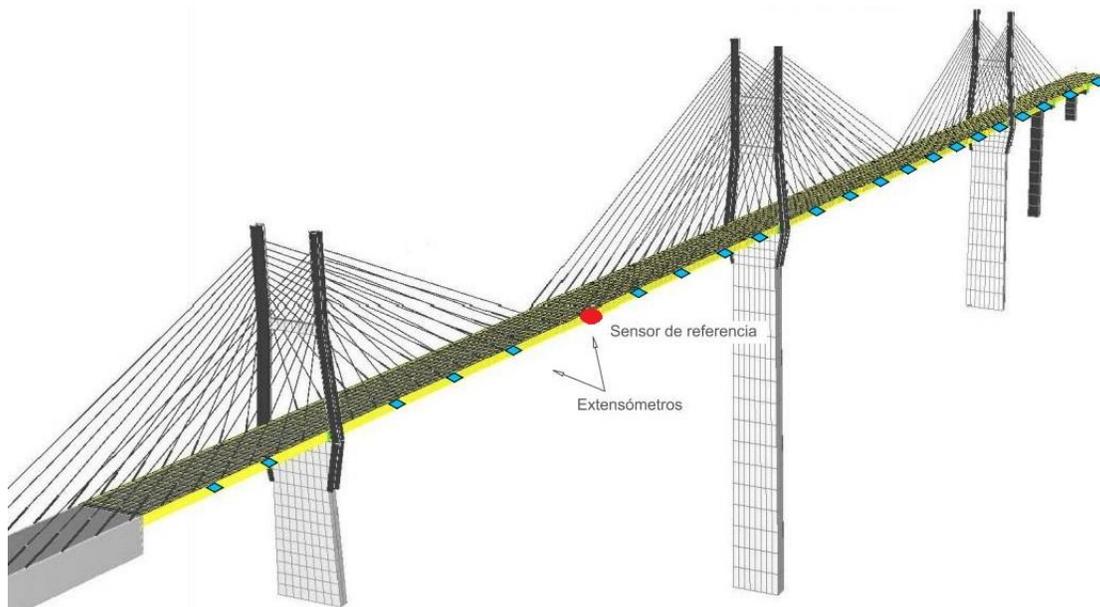


Figura 3.16 Ubicación del sensor de referencia

El sensor de referencia para correlacionar las señales de los extensómetros consiste en un extensómetro ubicado al centro del claro entre los ejes 2 y 3. La elección de este sensor obedeció a que el movimiento al centro del claro presenta las mayores amplitudes de los modos de vibración del tablero, por lo cual la señal de este sensor contiene las frecuencias naturales de interés.

3.2.4 Filtrado

Este proceso se llevó a cabo utilizando filtros Butterworth pasa-bandas, donde el rango de frecuencias fue de 0-1 Hz debido a que, de acuerdo con el modelo de EF, en este rango de frecuencias existen 20 modos asociados a la flexión biaxial y torsión del tablero. Al aplicar el filtro Butterworth pasa-bandas a la señal correlacionada de la figura 3.15, se obtiene la señal filtrada de la figura 3.17.

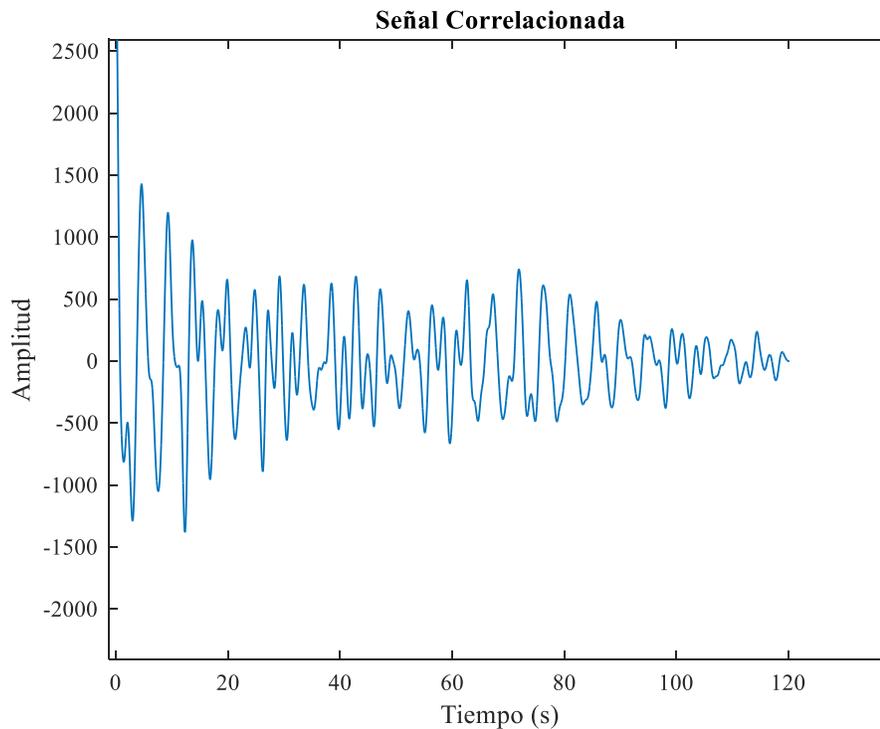


Figura 3.17 Respuesta libre amortiguada filtrada en el rango de frecuencias de interés

3.2.5 Identificación de frecuencias naturales y formas modales

El método utilizado para estimar las frecuencias naturales fue el *Peak Picking* (PP), donde las frecuencias naturales son aquellas que corresponden a los picos del espectro de frecuencias de la señal. El espectro se obtiene al transformar la señal dinámica en dominio del tiempo al dominio de la frecuencia mediante la FFT o MUSIC.

En las figuras 3.18 y 3.19 se muestra la señal de la figura 3.17 en el dominio de la frecuencia transformada, respectivamente, con los anteriores algoritmos. Como se puede apreciar en las anteriores figuras, la transformada MUSIC tiene una mejor precisión en la estimación de las frecuencias naturales que la FFT. Sin embargo, los datos obtenidos de la FFT son de suma importancia, ya que es la parte

imaginaria de la FFT la que contiene la información de las formas modales de la estructura (Richardson, 1997). Para obtener las formas modales asociadas a los modos de vibración se tomó la amplitud absoluta de la FFT multiplicada por el signo (1,-1) del coseno de su correspondiente ángulo de fase.

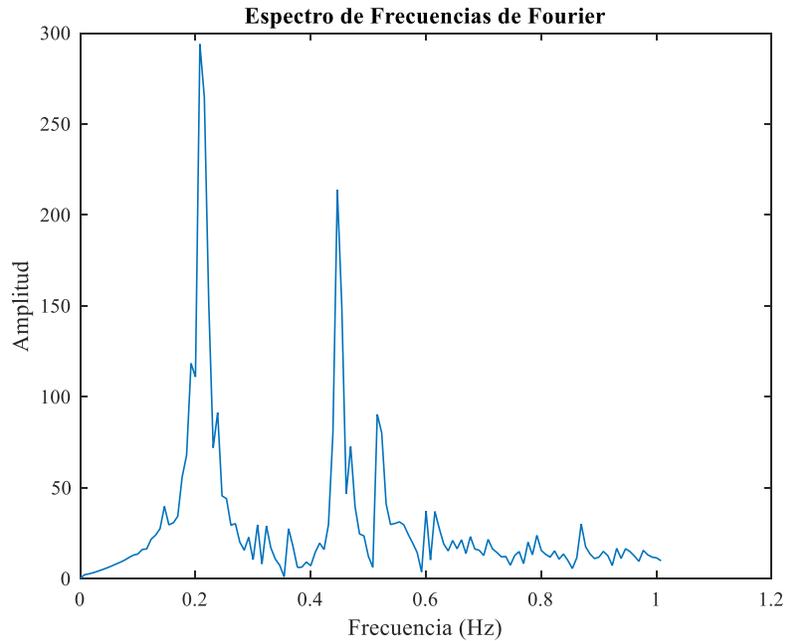


Figura 3.18 Espectro de frecuencias de Fourier

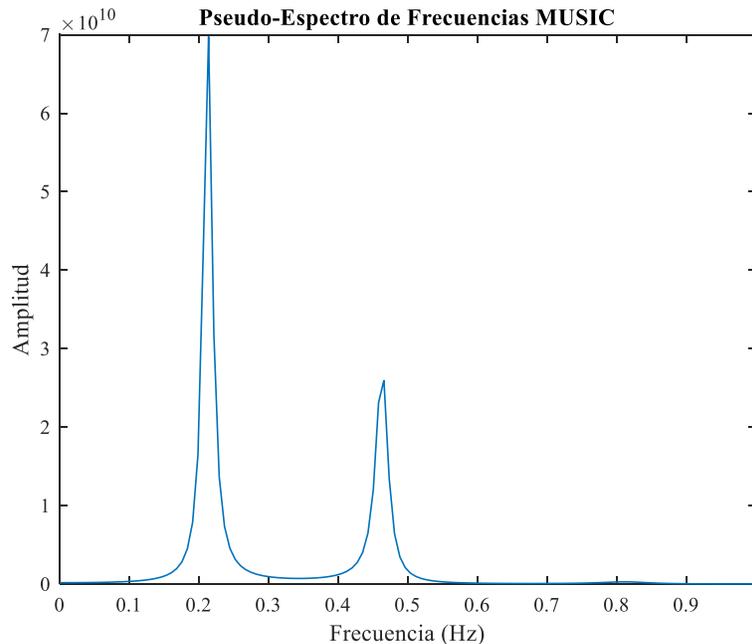


Figura 3.19 Pseudo espectro de frecuencias MUSIC

La forma de asociar las frecuencias naturales identificadas experimentalmente con aquellas del modelo de EF es a través de las formas modales. Estas formas modales experimentales se comparan directamente con los vectores propios asociados a cada frecuencia natural a través del criterio de aseguramiento modal (MAC) (Allemang, 1982). Los valores del MAC varían de 0 a 1, donde la unidad representa una perfecta correlación entre los vectores. Cabe destacar que las formas modales obtenidas experimentalmente, al haberse extraído de señales de deformación de extensómetros, están asociadas a las deformaciones por flexión del puente; por lo tanto, las formas modales de deformación del modelo de EF se determinaron a través de la ecuación 5.

3.2.6 Análisis de bloques de datos con MUSIC

Primero se analizaron los bloques de datos asociados a excitaciones únicamente ambientales de junio de 2016 a mayo de 2017. Cada señal de deformación y aceleración se analizó mediante el procedimiento antes descrito. El espectro MUSIC de las señales de deformación de un bloque se muestra en la figura 3.20.

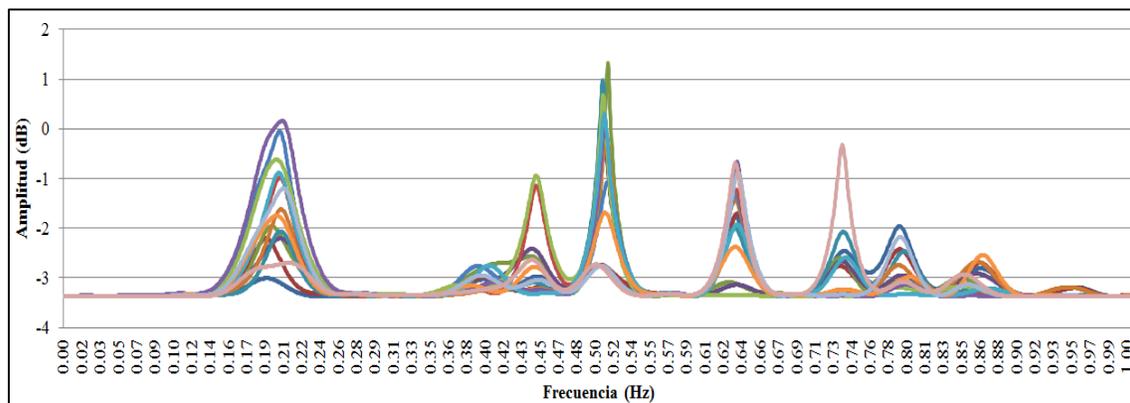


Figura 3.20 Espectro de frecuencias MUSIC para un bloque de datos

Al promediar los espectros normalizados de todas las mediciones de un bloque, se obtiene el espectro promediado de la figura 3.21.

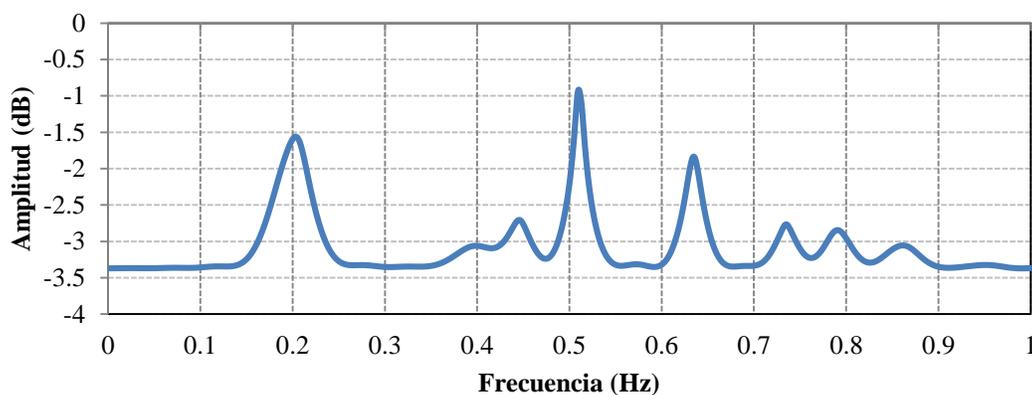


Figura 3.21 Espectro de frecuencias promediado

Por otra parte, el espectro MUSIC de las señales de excitaciones ambientales y vehiculares se muestra en la figura 3.22.

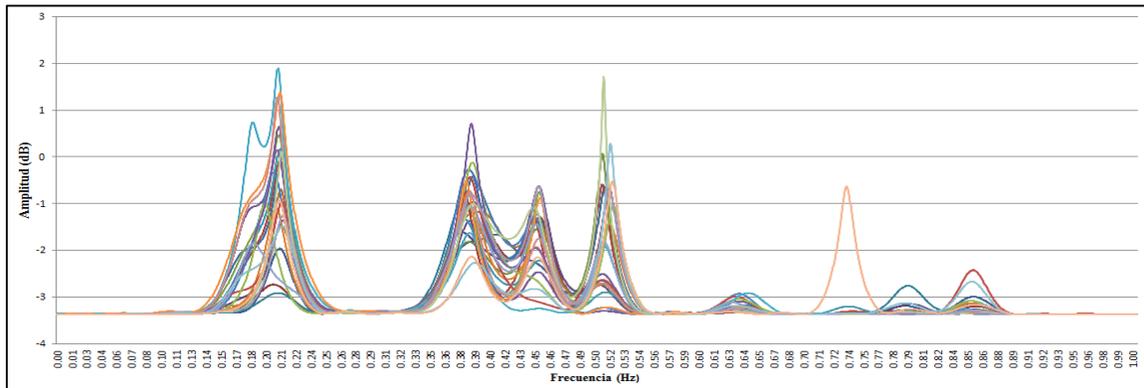


Figura 3.22 Espectro de frecuencias (excitaciones vehiculares)

A su vez, el espectro MUSIC promediado se muestra en la figura 3.23.

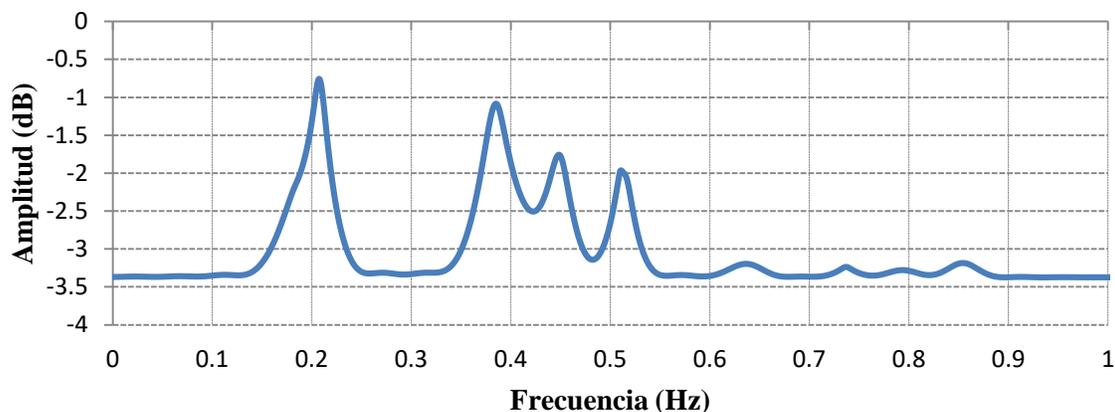


Figura 3.23 Espectro de frecuencias promediado (excitaciones vehiculares)

Ambos espectros promediados muestran las mismas frecuencias naturales, aunque se aprecia que las acciones vehiculares excitan más el segundo modo (segundo pico), así como producen mayores amplitudes que sólo las excitaciones ambientales. Se destaca que no existen diferencias significativas entre las frecuencias de junio del 2016 y mayo del 2017.

A su vez, para cada bloque de datos se obtuvo la parte imaginaria de la FFT de todas las señales de extensómetros, donde los picos de este vector corresponden al componente de la forma modal en la frecuencia donde se encuentran. Una vez obtenidas, las formas modales se normalizaron con respecto al componente de mayor magnitud con el fin de promediarse. Sin embargo, el programa de EF StaDyn normaliza los vectores propios con respecto a la matriz de masas (Doyle, 1991), por lo que la forma modal experimental se multiplicó por el factor de escala modal (MSF)

(Friswell y Mottershead, 1995), cuya función es la de escalar el vector experimental para fines comparativos.

$$MSF = \frac{\{\varphi_s\}^T \{\varphi_m\}}{\{\varphi_m\}^T \{\varphi_m\}} \quad (3.4)$$

Donde los vectores $\{\varphi_s\}$ y $\{\varphi_m\}$ son las formas modales del modelo y las obtenidas del análisis de señales, respectivamente.

Las formas modales identificadas se muestran en las figuras 3.24-3.30.

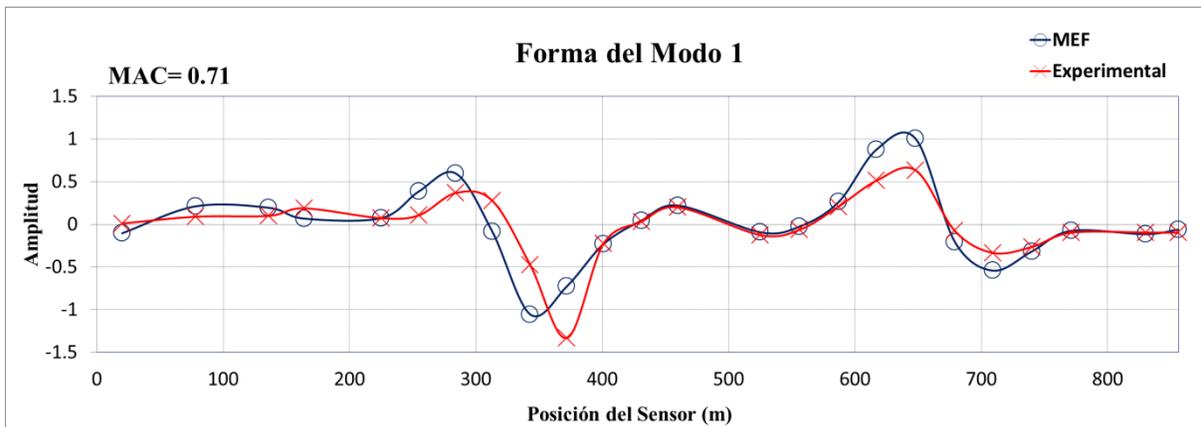


Figura 3.24 Comparación de la forma modal del modo 1

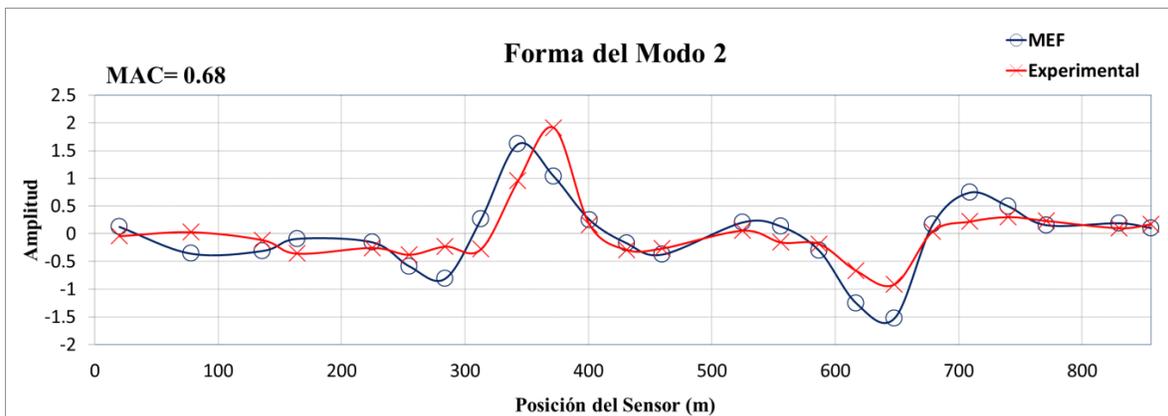


Figura 3.25 Comparación de la forma modal del modo 2

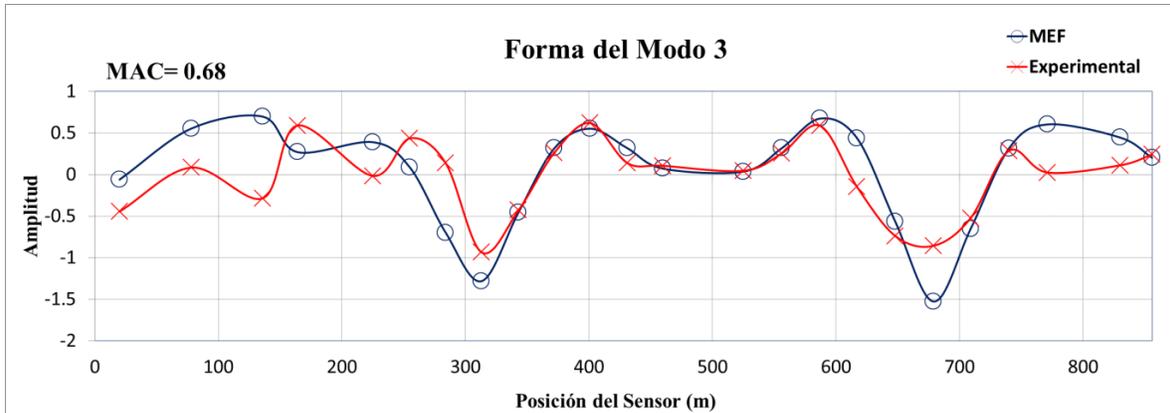


Figura 3.26 Comparación de la forma modal del modo 3

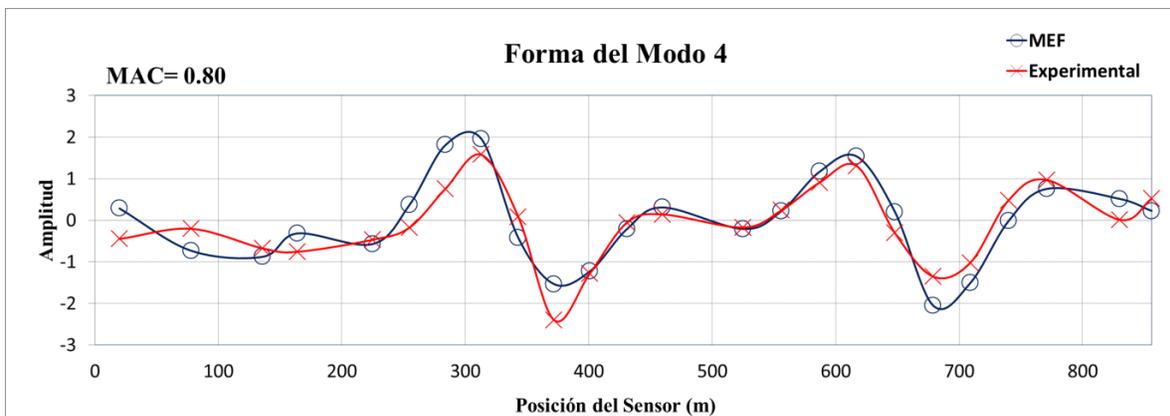


Figura 3.27 Comparación de la forma modal del modo 4

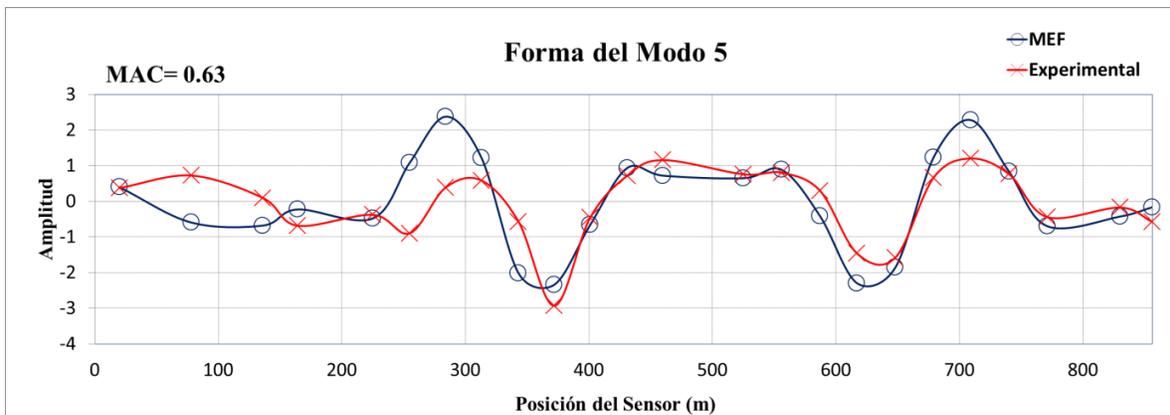


Figura 3.28 Comparación de la forma modal del modo 5

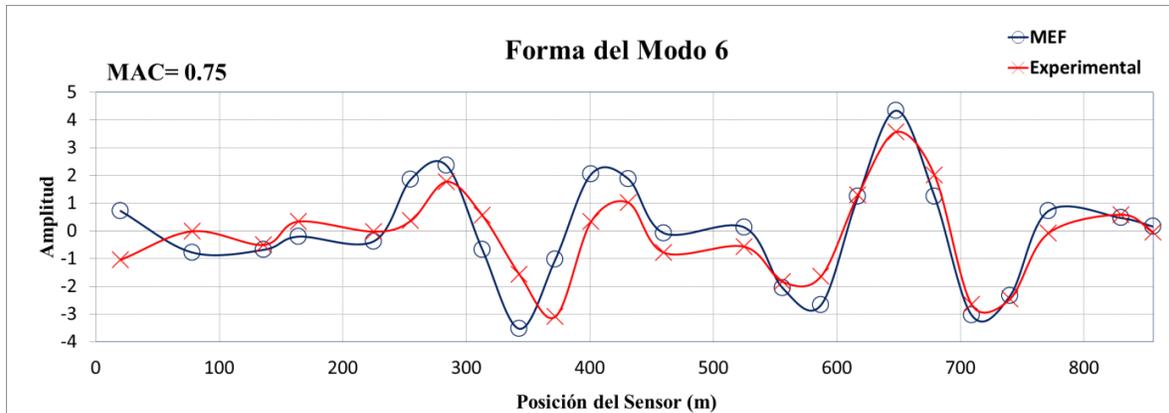


Figura 3.29 Comparación de la forma modal del modo 6

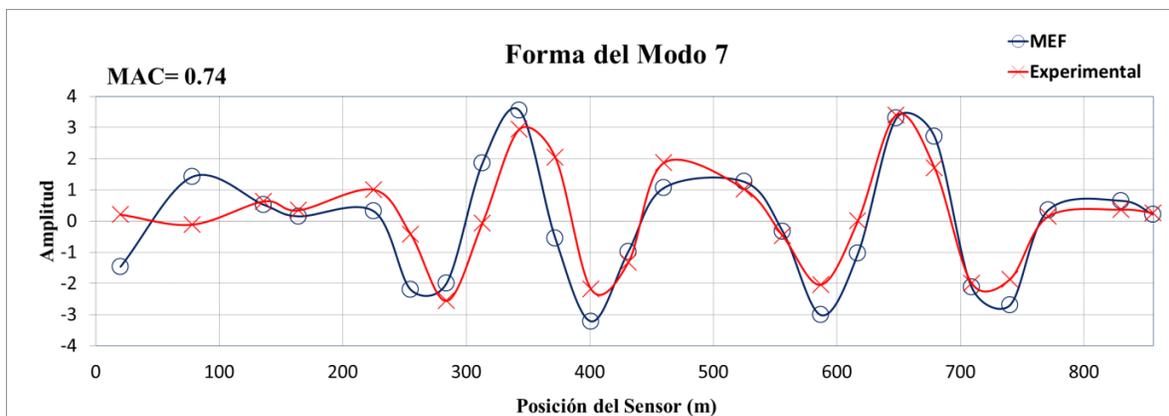


Figura 3.30 Comparación de la forma modal del modo 7

En total se identificaron siete modos en un rango de 0 a 1 Hz. En la tabla 3.5 se muestra el resumen de la fase experimental.

Tabla 3.5 Parámetros modales identificados

Modo	Frec. Exp. (Hz)	Frec. MEF (Hz)	Dif. (%)	MAC (%)
1	0.2080	0.2382	14.53	71
2	0.3805	0.4150	9.08	68
3	0.4425	0.5217	17.91	67
4	0.5080	0.5901	16.16	80
5	0.6313	0.7374	16.81	63
6	0.7831	0.8910	13.78	75
7	0.8510	0.9995	17.46	74

Las frecuencias naturales experimentales son el promedio de las frecuencias obtenidas de los bloques de datos. En general, se muestra que existe una diferencia considerable entre las frecuencias de los modos, por lo que es necesaria la calibración del modelo de EF, principal objetivo de la presente investigación. Se destaca que los valores del MAC son bajos en comparación con los obtenidos de señales de acelerómetros. La razón de esto obedece a una mayor sensibilidad de las galgas a los daños o efectos locales, a la mecánica del propio sensor o el procedimiento de instrumentación, así como a la misma localización del sensor, ya que los nodos del modelo se determinaron a partir de los planos de instrumentación y no se tiene la localización exacta del sensor en la estructura. Para más detalles acerca de la identificación experimental de parámetros modales, se puede consultar el anexo 2.

Por último, en las figuras 3.31 a 3.37 se muestran las formas globales de los modos de vibración identificados experimentalmente: en el rango de búsqueda 0-1 Hz se identificaron siete modos, de los cuales seis corresponden a la flexión del tablero y el modo restante corresponde a un torsional.

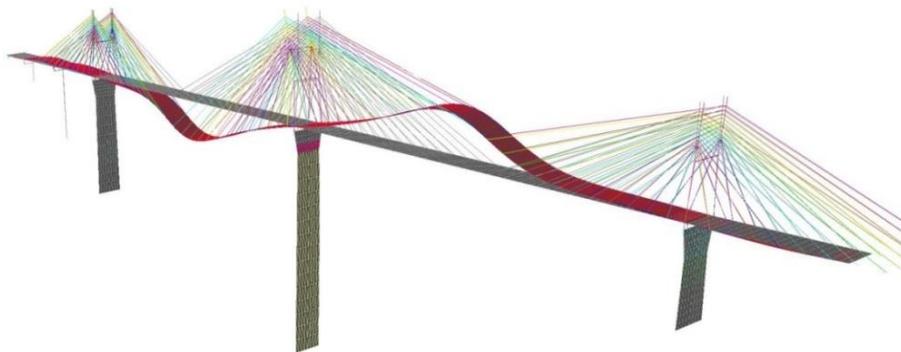


Figura 3.31 Modo 1 (flexión del tablero)

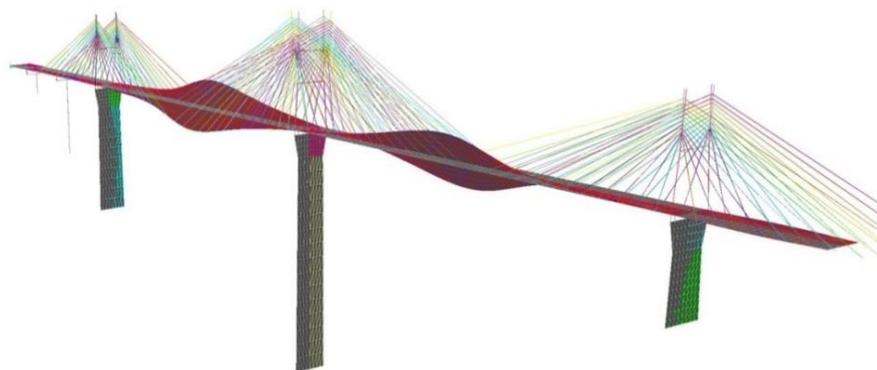


Figura 3.32 Modo 2 (torsión del tablero)

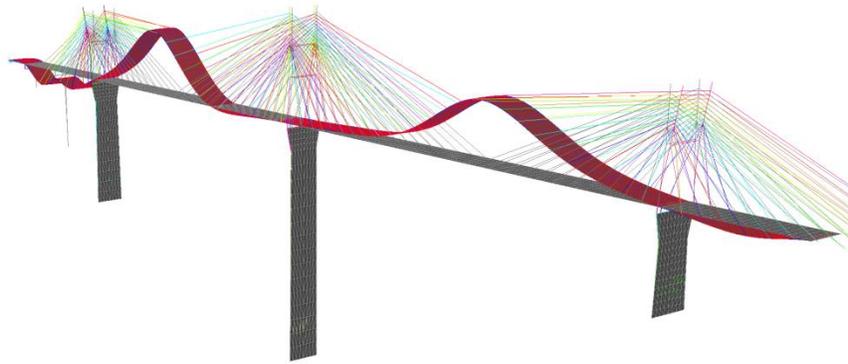


Figura 3.33 Modo 3 (flexión del tablero)

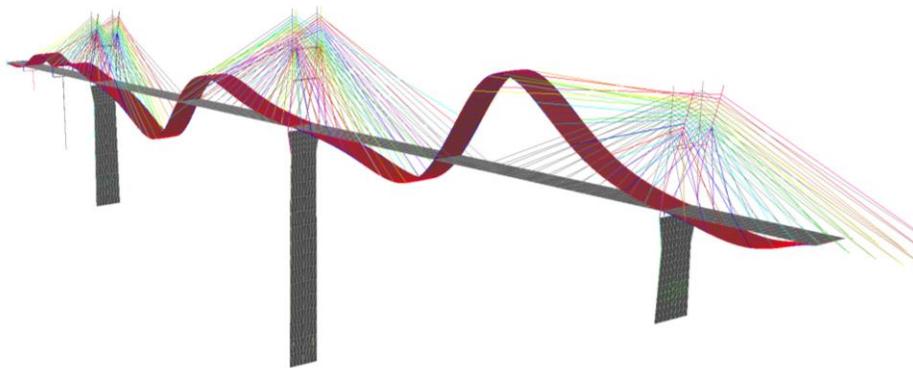


Figura 3.34 Modo 4 (flexión del tablero)

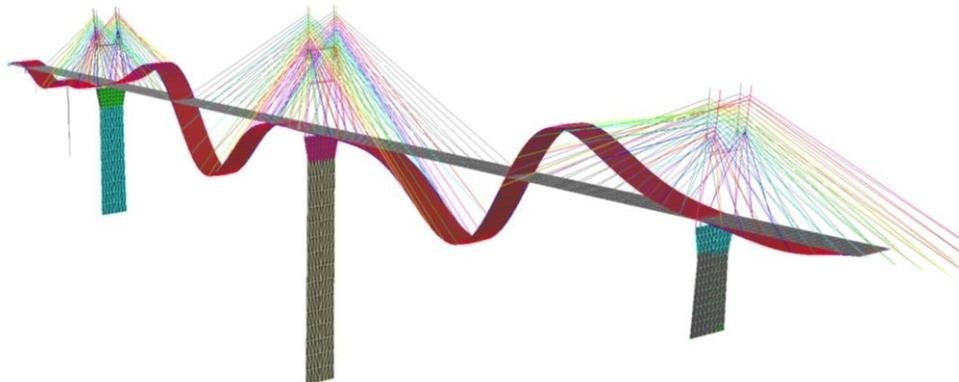


Figura 3.35 Modo 5 (flexión del tablero)

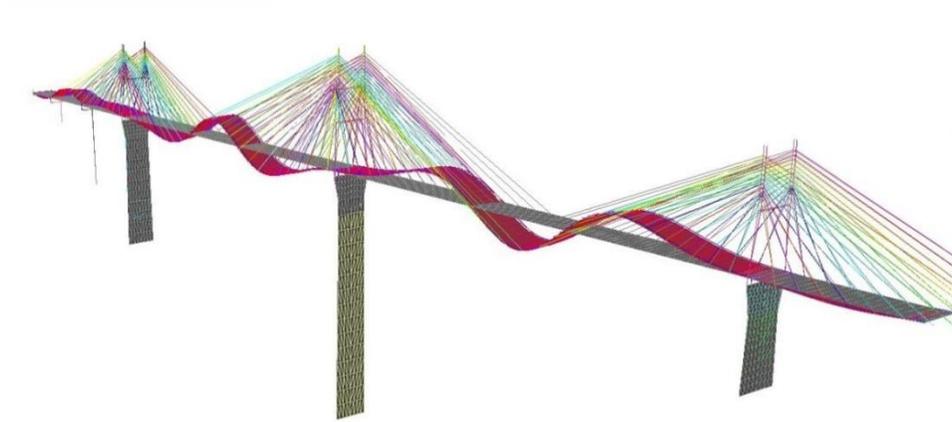


Figura 3.36 Modo 6 (flexión del tablero)

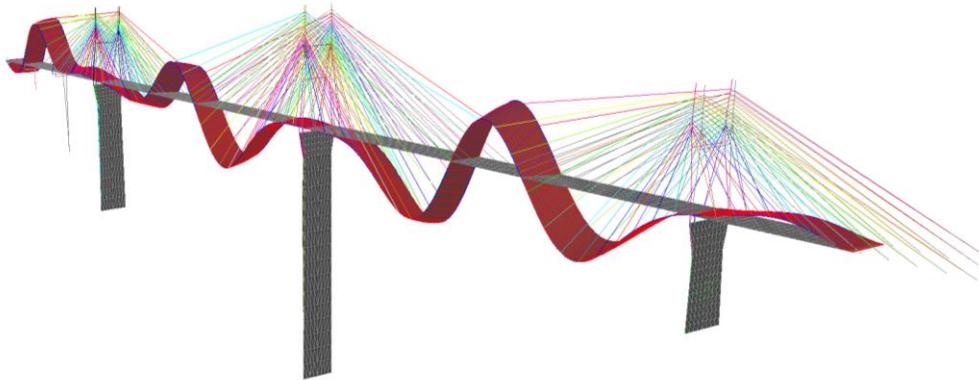


Figura 3.37 Modo 7 (flexión del tablero)

3.3 Análisis de sensibilidad

Con el objetivo de seleccionar los parámetros estructurales más adecuados para ajustar el modelo en función de las frecuencias naturales identificadas experimentalmente, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad en el que se consideraron sólo los parámetros de los cuales se tiene un grado elevado de incertidumbre. En la tabla 3.6 se muestran los parámetros estructurales de cuyas propiedades no se cuenta con una medida exacta, así como de algunos parámetros de los que sí se tienen medidas pero que podrían variar por daños o defectos.

Al aplicar un incremento h a cada uno de los parámetros estructurales (uno a la vez) del 5% del valor inicial de dicho parámetro, se estimó la sensibilidad de las frecuencias naturales a partir de la ecuación 8. En las figuras 3.38-3.44 se muestran las sensibilidades normalizadas de las frecuencias naturales de vibración.

Tabla 3.6 Parámetros estructurales

Número	Parámetro	Valor inicial
1	Módulo elástico losa	30 GPa
2	Densidad efectiva losa	2400 kg/m ³
3	Inercia losa	0.001 m ⁴ /m
4	Módulo elástico vigas principales	210 GPa
5	Inercia vigas principales	0.1637 m ⁴
6	Módulo elástico vigas secundarias	210 GPa
7	Inercia vigas secundarias	0.0451 m ⁴
8	Rigidez EA uniones	0.21 GN
9	Densidad tirantes	7850 kg/m ³
10	Módulo elástico torre 1	30 GPa
11	Módulo elástico torre 2	30 GPa
12	Módulo elástico torre 3	30 GPa
13	Módulo elástico torre 4	30 GPa
14	Módulo elástico torre 5	30 GPa
15	Densidad torre 1	2400 kg/m ³
16	Densidad torre 2	2400 kg/m ³
17	Densidad torre 3	2400 kg/m ³
18	Densidad torre 4	2400 kg/m ³
19	Densidad torre 5	2400 kg/m ³
20	Densidad vigas principales	7850 kg/m ³
21	Densidad vigas secundarias	7850 kg/m ³
22	Momento de inercia I_{yy} pilón 2	6.20 m ⁴
23	Momento de inercia I_{yy} pilón 3	28 m ⁴
24	Momento de inercia I_{yy} pilón 4	6.20 m ⁴
25	Rigidez EI uniones	210GN-m ²

De acuerdo con los gráficos de sensibilidad mostrados en las figuras 3.38 a 3.344, las frecuencias naturales son altamente sensibles a los parámetros estructurales del tablero, como son la rigidez de las vigas principales, el módulo de elasticidad y la densidad de la losa, y en un menor orden, a la rigidez de las pilas y tirantes de sujeción. El valor de estos parámetros tiene un alto nivel de incertidumbre debido a la calidad y degradación de las propiedades del material, en el caso de los módulos de elasticidad del acero y el concreto, y del espesor efectivo de la carpeta asfáltica, en el caso de la densidad de la losa. Por ello, estos parámetros serán los considerados para calibrar el modelo de EF.

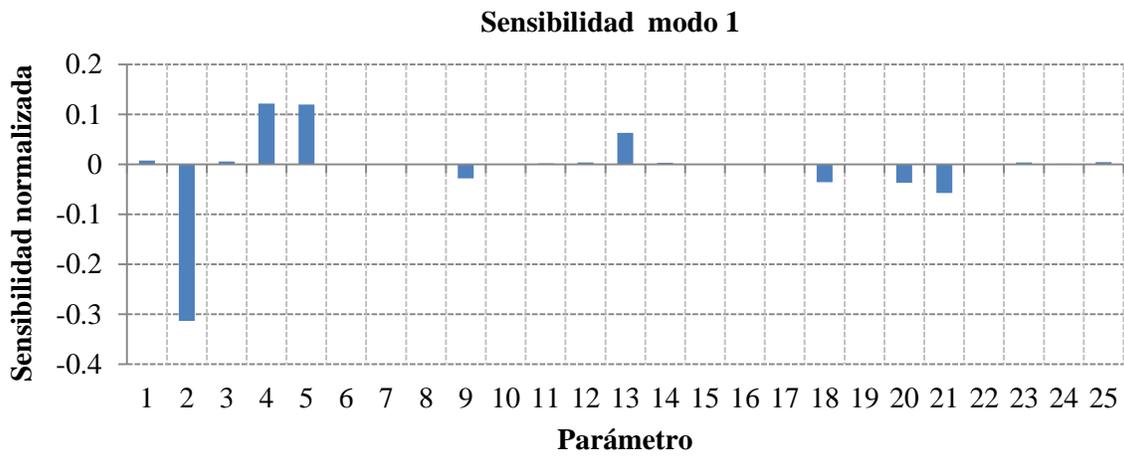


Figura 3.38 Sensibilidad de la primera frecuencia natural

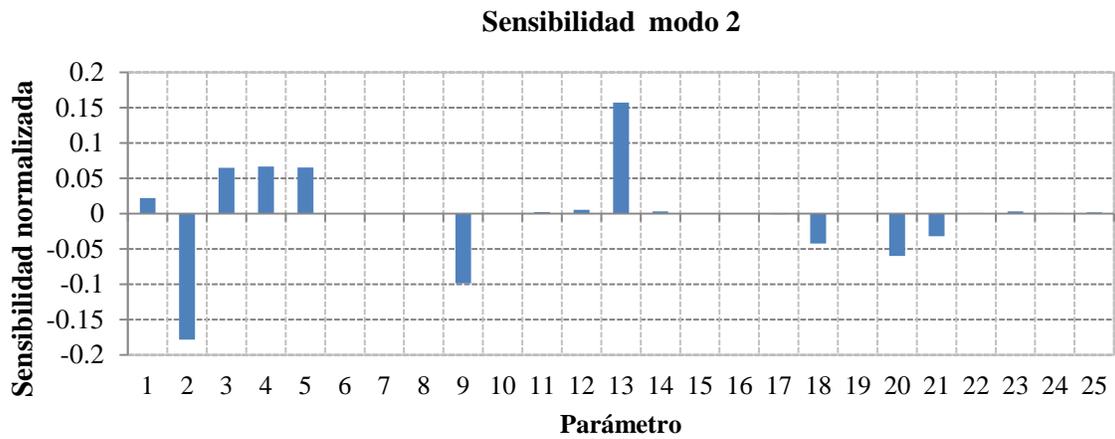


Figura 3.39 Sensibilidad de la segunda frecuencia natural

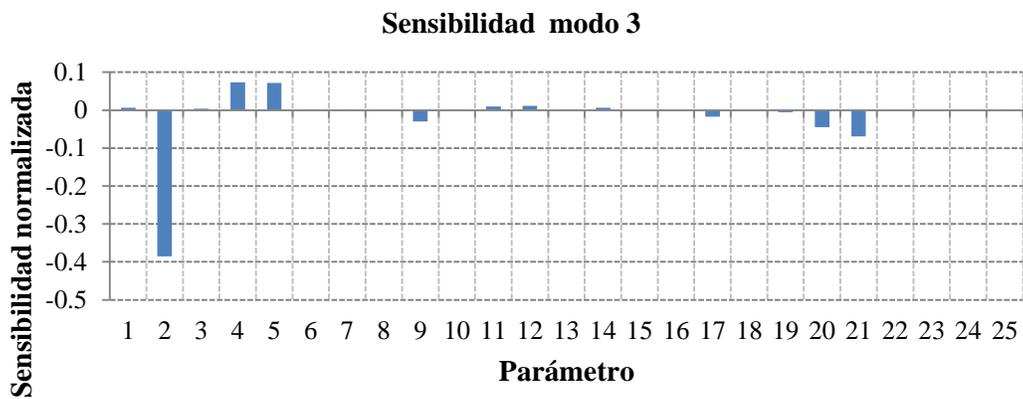


Figura 3.40 Sensibilidad de la tercera frecuencia natural

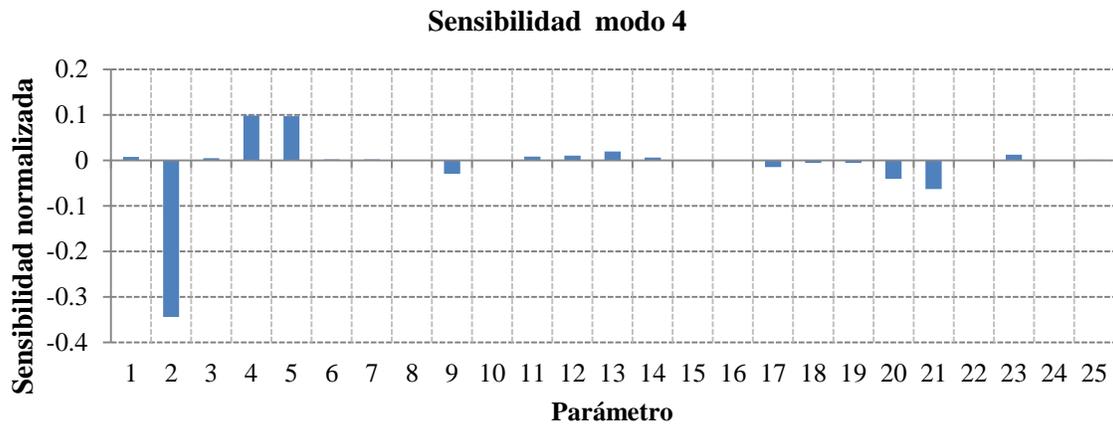


Figura 3.41 Sensibilidad de la cuarta frecuencia natural

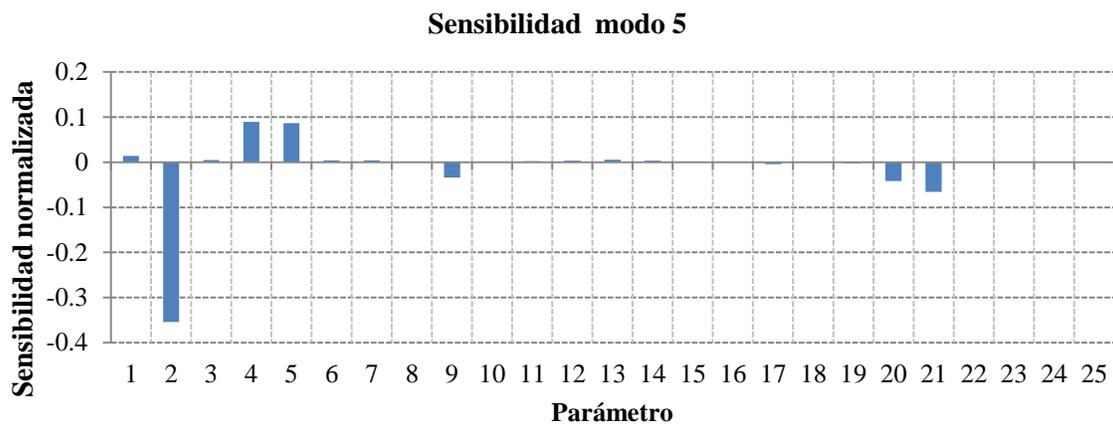


Figura 3.42 Sensibilidad de la quinta frecuencia natural

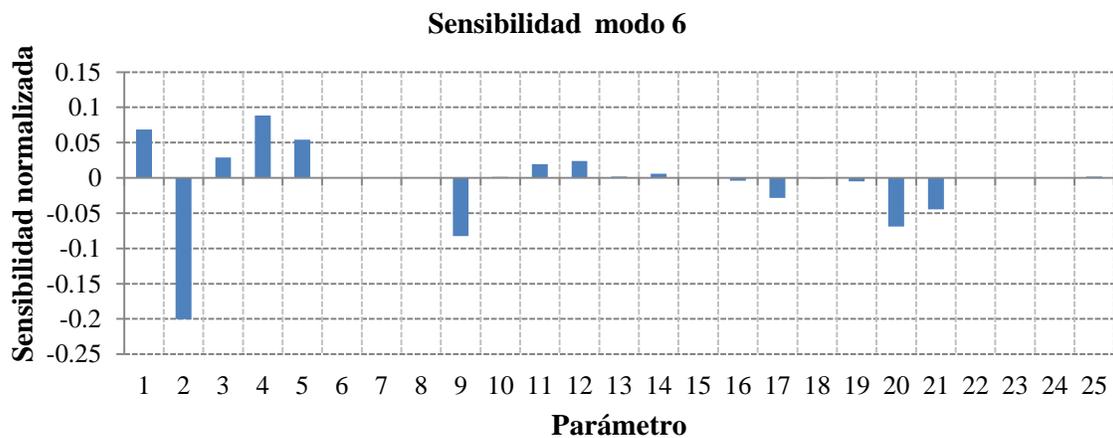


Figura 3.43 Sensibilidad de la sexta frecuencia natural

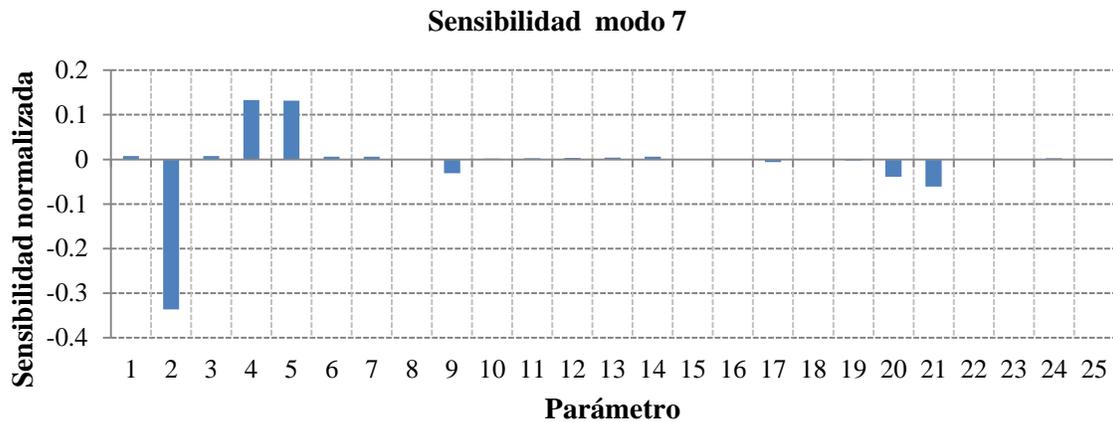


Figura 3.44 Sensibilidad de la séptima frecuencia natural

3.4 Calibración del modelo de elemento finito

3.4.1 Algoritmo Gauss-Newton

El proceso inverso de la identificación de parámetros estructurales se realizó inicialmente a través del método Gauss-Newton o Newton-Raphson mínimos cuadrados descrito en la sección 2.6.1. De los términos de la ecuación 16, el vector de respuestas experimentales \mathbf{d} contiene las siete frecuencias naturales identificadas experimentalmente en forma de eigenvalores, es decir, $\omega_{exp}^2 = (2 * \pi * f_{exp})^2$. El vector de respuestas iniciales \mathbf{u}_0 contiene los eigenvalores obtenidos del modelo de EF con parámetros iniciales \mathbf{a}^0 . El motivo de considerar los eigenvalores en vez de los valores de la frecuencia en Hz es para mejorar el condicionamiento numérico de la matriz de sensibilidades.

3.4.1.1 Matriz de sensibilidades y espacio de búsqueda

A fin de estimar la matriz de sensibilidad fue necesario establecer un espacio de búsqueda o rango de los posibles valores de los parámetros estructurales. Estos rangos deben establecerse en función de que los parámetros identificados tengan una significancia física. En la tabla 3.9 se muestran los límites superiores e inferiores del espacio de búsqueda y el incremento \mathbf{h} utilizado para estimar la sensibilidad que se tomó como un 5% del espacio de búsqueda.

3.4.1.2 Matriz de pesos W

Para incluir que algunas mediciones son más acertadas que otras y, a su vez, adicionar un escalamiento en las mediciones para igualar las amplitudes del vector residual (Mottershead, 2011), se optó por proponer una matriz W, como sugieren Friswell y Mottershead (1995), la cual está basada en las varianzas de las mediciones experimentales (ecuación 27).

$$W = \text{diag} \left(\frac{1}{V_1 \omega_1^2}, \dots, \frac{1}{V_7 \omega_7^2} \right) \quad (3.5)$$

Donde V es el coeficiente de variación de la medición. La razón para emplear el recíproco de las varianzas obedece a que los datos certeros tienen poca varianza, pero requieren un peso mayor en el algoritmo. Sin embargo, en esta investigación sólo se utilizaron valores de las frecuencias naturales con la misma varianza, de tal manera que se utilizó la matriz W de la ecuación 3.6.

$$W = \text{diag} \left(\frac{1}{\omega_1^2}, \dots, \frac{1}{\omega_7^2} \right) \quad (3.6)$$

Tabla 3.7 Valores del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior	Valor h
E Acero vigas	210 GPa	185 GPa	220 GPa	1.75 GPa
E Tablero	30 GPa	30 GPa	35 GPa	0.25 GPa
E Torres	30 GPa	30 GPa	35 GPa	0.25 GPa
ρ Tablero	2400 kg/m ³	2400 kg/m ³	3780 kg/m ³	69 kg/m ³
ρ Torres	2400 kg/m ³	2400 kg/m ³	2600 kg/m ³	10 kg/m ³

3.4.1.3 Matriz de regularización

La matriz de regularización utilizada corresponde a la propuesta por Friswell y Mottershead (1995) que tiene la función de reducir el mal condicionamiento de las ecuaciones de mínimos cuadrados mediante la adición de las varianzas de los parámetros estructurales, además de que restringe el parámetro a actualizarse dentro del espacio de búsqueda. La matriz de regularización H se muestra en la ecuación 3.7.

$$[H] = \text{diag} \left(\frac{1}{(V_j a_j)^2}, \dots, \frac{1}{(V_M a_M)^2} \right) \quad (3.7)$$

Normalizando la matriz H con respecto al valor inicial de cada parámetro, la ecuación 2.16 se expresa de la forma mostrada en la ecuación 3.8.

$$[[\psi]^T [W] [\psi] + \lambda [H]] \{\tilde{P}\} = [\psi]^T [W] \{d - u + \psi \tilde{P}^0\} + \lambda [H] \{\tilde{P}^0\} \quad (3.8)$$

3.4.2 Generación de superficies de respuesta

Con el propósito de generar las FSR de las frecuencias naturales del modelo de EF se utilizaron los parámetros estructurales definidos como los más significativos a través del análisis de sensibilidad realizado previamente. Para optimizar la generación de las FSR se utilizó el DCC para un diseño de cinco factores. En la

tabla 3.10 se muestran las 30 combinaciones de los parámetros estructurales definidas a través del DDC.

Tabla 3.8 Combinaciones de parámetros estructurales

E Tablero (GPa)	E Vigas (GPa)	E Torres (GPa)	ρ Tablero (kg/m ³)	ρ Torres (kg/m ³)
35	225	35	4000	2400
35	225	35	2400	2600
35	225	26	4000	2600
35	225	26	2400	2400
35	185	35	4000	2600
35	185	35	2400	2400
35	185	26	4000	2400
35	185	26	2400	2600
26	225	35	4000	2600
26	225	35	2400	2400
26	225	26	4000	2400
26	225	26	2400	2600
26	185	35	4000	2400
26	185	35	2400	2600
26	185	26	4000	2600
26	185	26	2400	2400
41.20	205	30.5	3200	2500
19.79	205	30.5	3200	2500
30.5	252.56	30.5	3200	2500
30.5	157.43	30.5	3200	2500
30.5	205	41.20	3200	2500
30.5	205	19.79	3200	2500
30.5	205	30.5	5102.72	2500
30.5	205	30.5	1297.28	2500
30.5	205	30.5	3200	2737.84
30.5	205	30.5	3200	2262.16
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500

Para cada una de estas combinaciones de parámetros, el análisis modal se realizó a través de un proceso automático con el programa StaDyn y se obtuvieron los valores de las siete frecuencias naturales de interés correspondientes a cada combinación. Una vez obtenidos los valores de las frecuencias naturales, se procedió a efectuar un análisis de la varianza estadística (ANOVA) a los modelos

de regresión lineal para cada frecuencia, utilizando el programa RStudio. Estos modelos se actualizaron hasta obtenerse valores de correlación adecuados ($R^2 > 0.95$). Los valores de significancia de cada parámetro y la correlación de las FSR se muestran en el anexo 3. Las FSR de la primera frecuencia natural se muestra en la figura 3.45. Las superficies se graficaron en el espacio de búsqueda del módulo de elasticidad de las vigas de acero y de la densidad efectiva del tablero manteniendo los valores de los módulos de elasticidad del tablero y del concreto en 30 GPa.

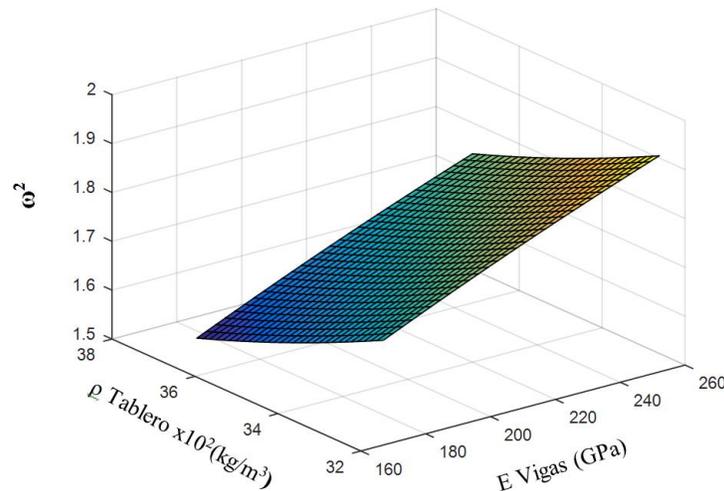


Figura 3.45 FSR de la primera frecuencia natural

3.4.3 Implementación de algoritmos genéricos y enjambre de partículas

El motivo principal por el cual se generaron las FSR para cada frecuencia natural fue utilizarlas en una función objetivo, la cual pueda optimizarse mediante algoritmos de optimización como lo son los AG y PSO. Las FSR tienen la ventaja de ser polinomios, por lo cual su evaluación es más rápida y menos complicada que un modelo de EF. Estas características permiten emplear esquemas como el método de fuerza bruta (Doyle, 2004) en el caso de que sean dos los parámetros estructurales desconocidos.

La función objetivo utilizada en la optimización de las FSR fue la ecuación 2.19, donde el peso W asignado a cada uno de los residuales obedeció a la matriz de pesos de la ecuación 3.6. El AG y PSO utilizados para optimizar la función objetivo fueron los implementados en el programa MATLAB. Dentro de las características del AG y PSO se implementaron las siguientes consideraciones:

- Cambio relativo en la función objetivo para detener el algoritmo: $1e-12$
- Tamaño de población: 50

- Los restantes parámetros corresponden a las características DEFAULT implementadas en *MatLab Optimization Toolbox*

4 Resultados

Utilizando el algoritmo Gauss-Newton se alcanzó una convergencia en 11 iteraciones. El valor del parámetro λ se definió como 0.12 debido a que valores por debajo de éste producían valores por fuera del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales. En las figuras 4.1 a 4.5 se muestran los diferentes valores de los parámetros estructurales durante cada iteración.

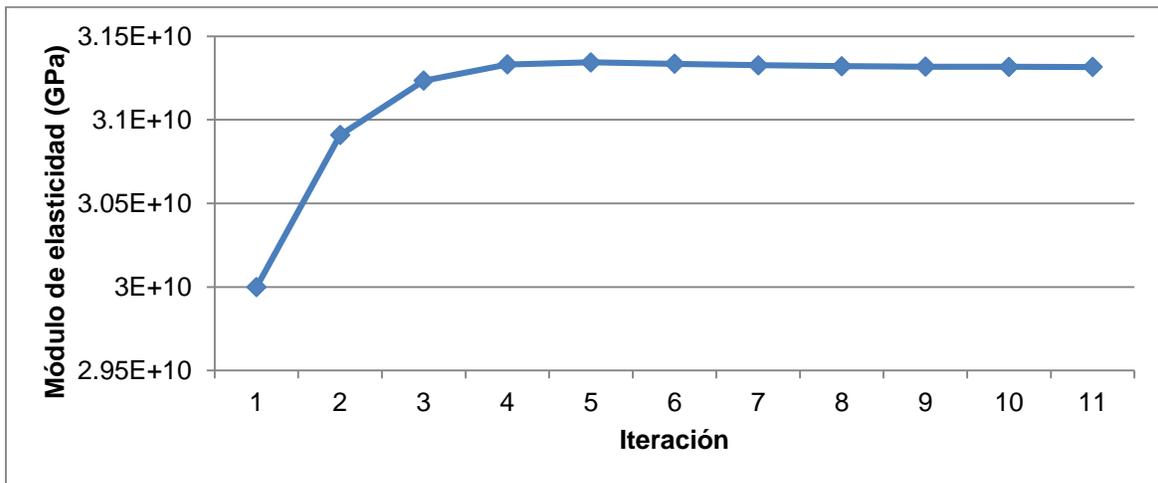


Figura 4.1 Convergencia del módulo de elasticidad del tablero

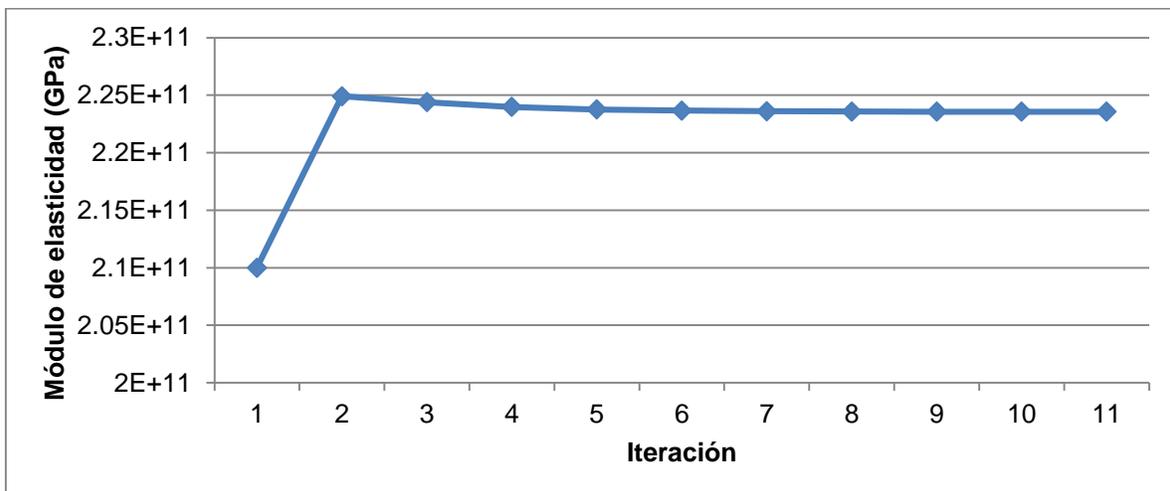


Figura 4.2 Convergencia del módulo de elasticidad de las vigas

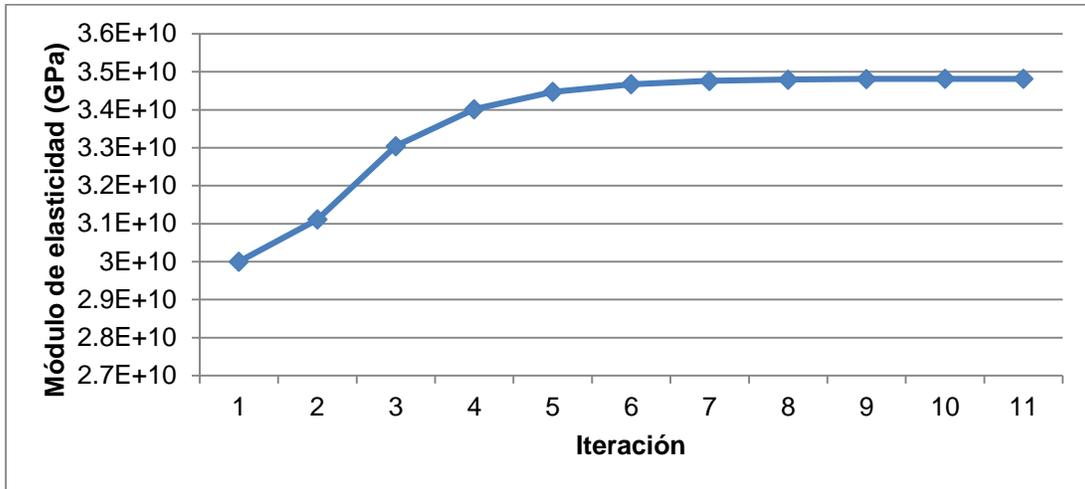


Figura 4.3 Convergencia del módulo de elasticidad de las torres

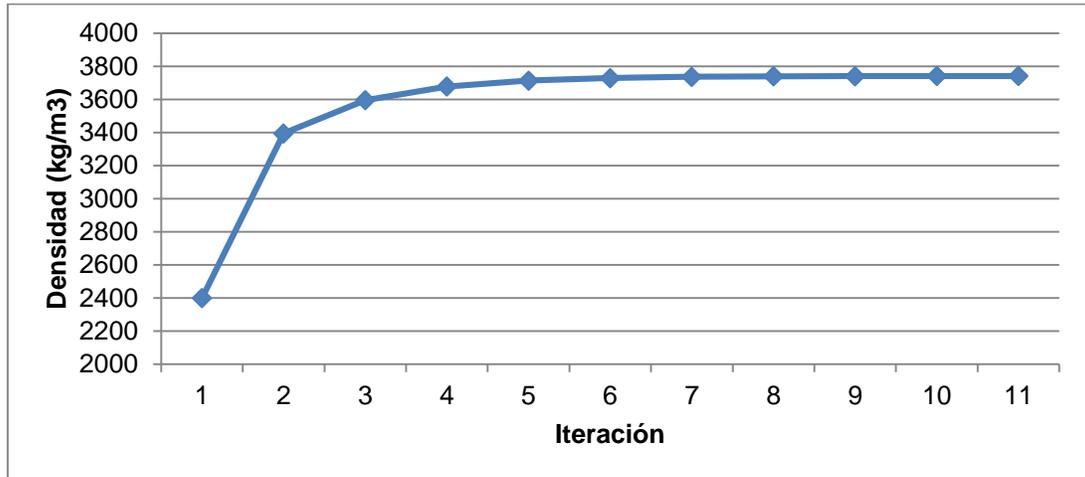


Figura 4.4 Convergencia de la densidad efectiva del tablero

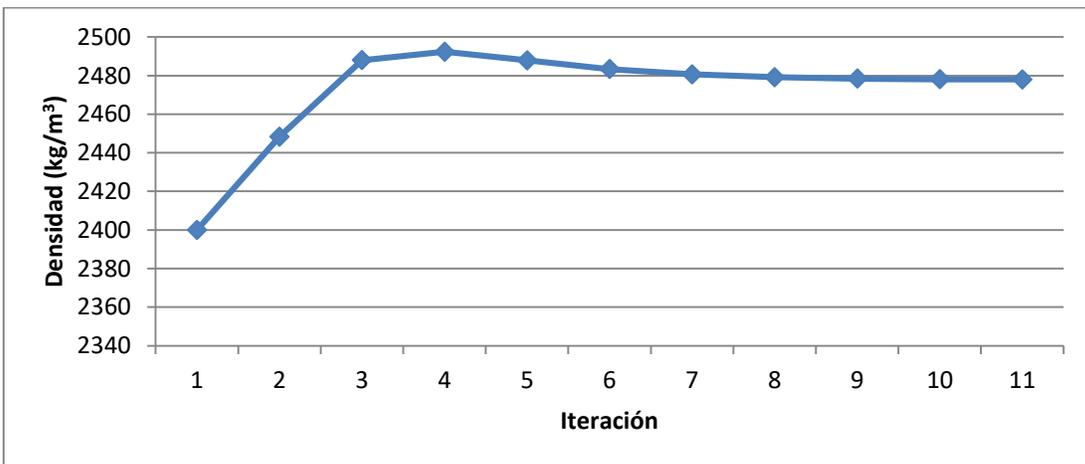


Figura 4.5 Convergencia de la densidad de las torres

Por otra parte, utilizando AG para optimizar la función objetivo se obtuvo una convergencia alrededor de las 50 generaciones y con un error final de 0.0924, mientras que utilizando PSO se obtuvo una convergencia alrededor de las 20 iteraciones y con un error final de 0.0915. En las figuras 4.6 y 4.7 se muestran los valores de la función objetivo a través del proceso de optimización utilizando AG y PSO, respectivamente. En el anexo 4 se muestran la función objetivo y las rutinas empleadas en MATLAB de optimización AG y PSO.

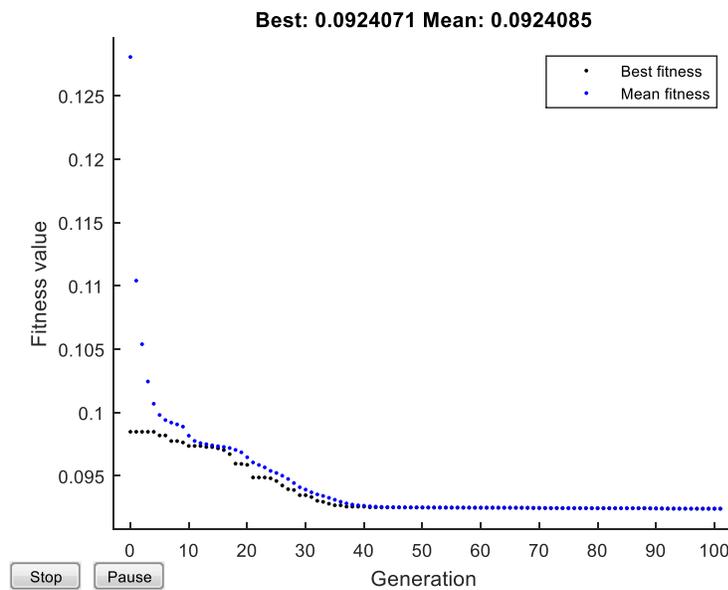


Figura 4.6 Convergencia de la función objetivo utilizando AG

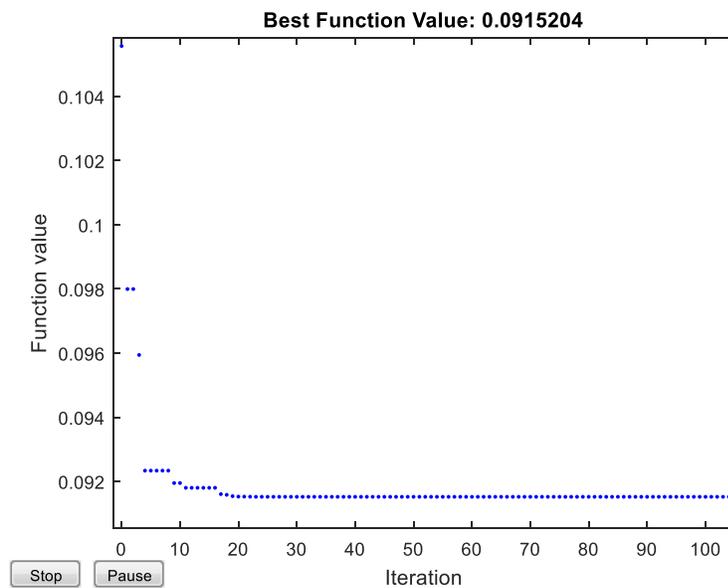


Figura 4.7 Convergencia de la función objetivo utilizando PSO

De los métodos de optimización implementados, se identificaron tres conjuntos de parámetros estructurales, que se muestran en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Parámetros estructurales identificados

Parámetro	Gauss-Newton	AG	PSO	Unidad
E Tablero	31.32	30.00	30.00	GPa
E Vigas	223.60	214.00	220.00	GPa
E Torres	34.82	35.00	35.00	GPa
ρ Tablero	3741.39	3413.49	3455.42	kg/m ³
ρ Torres	2477.95	2599.75	2400.00	kg/m ³

Se puede apreciar que los parámetros estructurales obtenidos a través de los métodos de optimización tienen valores similares. Las diferencias que existen entre dichos valores se deben principalmente al propio algoritmo de optimización y al empleo de las FSR en los AG y PSO, además de que en los parámetros obtenidos a través del método Gauss-Newton se aprecia el efecto de la regularización. Utilizando los valores de los parámetros estructurales obtenidos con los diversos métodos de optimización, se generaron tres modelos de EF, de los cuales se obtuvieron las frecuencias naturales que se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Comparación de las frecuencias naturales

Modo	f_{exp}	f_{GN}	f_{AG}	f_{PSO}	Diferencia GN	Diferencia AG	Diferencia PSO
	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(%)	(%)	(%)
1	0.208	0.206	0.212	0.212	-0.655	2.241	2.009
2	0.380	0.381	0.389	0.390	0.370	2.666	2.291
3	0.442	0.447	0.461	0.461	1.201	4.240	4.295
4	0.508	0.508	0.522	0.523	0.000	2.994	2.911
5	0.631	0.628	0.648	0.647	-0.390	2.600	2.702
6	0.783	0.777	0.797	0.799	-0.784	2.096	1.834
7	0.851	0.856	0.880	0.881	0.608	3.541	3.441

En la tabla 4.2 se aprecia que las frecuencias naturales obtenidas muestran valores similares y menores que el 5% de error relativo. Por último, se calcularon las tensiones en los tirantes de los tres modelos de EF y se obtuvieron las diferencias mostradas en el anexo 5. En las figuras 4.8 y 4.9 se muestra la comparación de las tensiones calculadas con el modelo calibrado mediante Gauss-Newton y las obtenidas mediante pesaje con gatos hidráulicos.

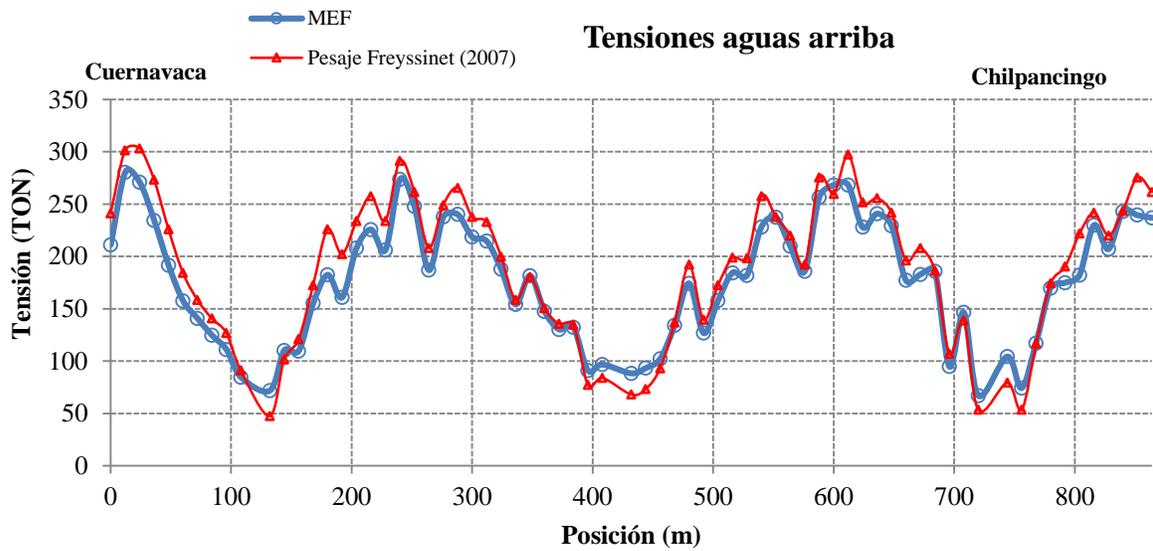


Figura 4.8 Comparación de tensiones aguas arriba

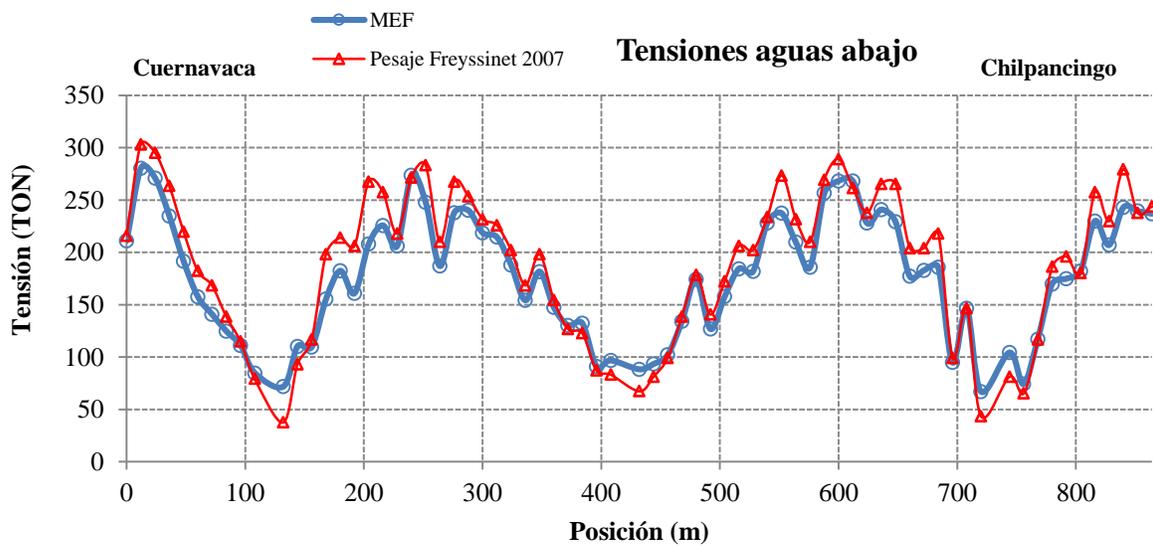


Figura 4.9 Comparación de tensiones aguas abajo

Al comparar los desplazamientos del tablero producidos por la carga muerta del modelo calibrado y las fuerzas de tensión iniciales obtenidas de los pesajes en los tirantes, se puede apreciar que los efectos se compensan y dan como resultado deflexiones mínimas del tablero.

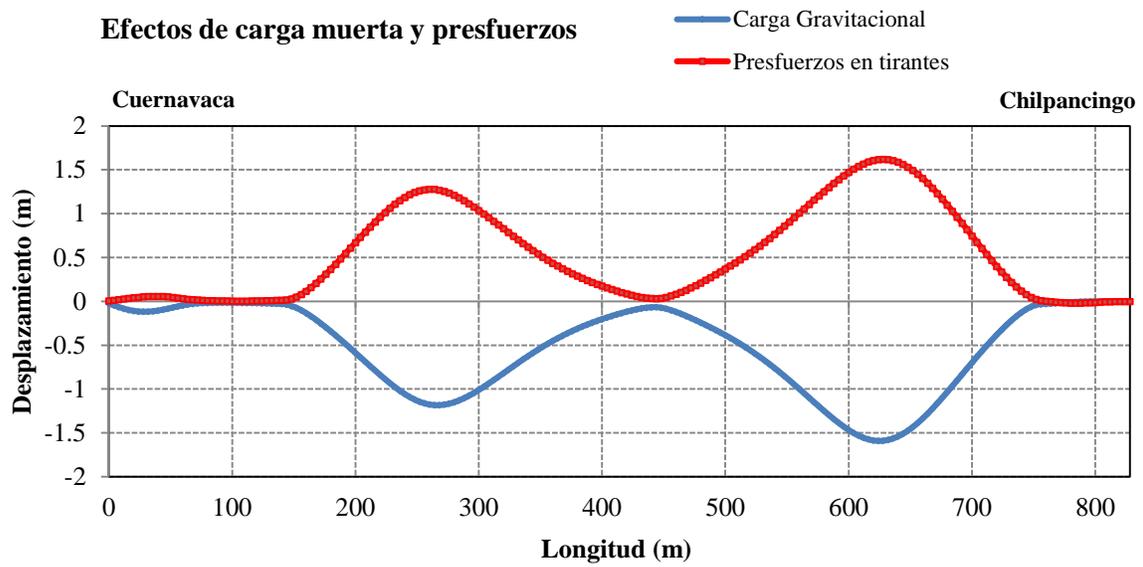


Figura 4.10 Comparación de los desplazamientos del tablero por los efectos de la carga muerta del modelo calibrado y las tensiones obtenidas del pesaje

5 Conclusiones

De los datos obtenidos del sistema de monitoreo remoto del puente Mezcala (aceleraciones y deformaciones), producto de excitaciones ambientales y vehiculares, fue posible identificar siete frecuencias naturales y formas modales de vibración en un rango de 0-1 Hz. Estas frecuencias identificadas presentaron errores relativos típicos con respecto a las obtenidas de un modelo inicial de elemento finito.

Del análisis de sensibilidad efectuado, se identificó que sólo las propiedades del tablero y, en menor orden, las de los apoyos (torres) del puente Mezcala son los parámetros estructurales con mayor sensibilidad para la calibración del modelo de EF en función de las frecuencias obtenidas experimentalmente. Los parámetros estructurales considerados para la calibración del modelo de EF fueron el módulo de elasticidad del tablero, el módulo de elasticidad de las vigas principales y transversales, el módulo de elasticidad de las torres y la densidad efectiva del tablero.

A través de la implementación de tres distintos algoritmos de optimización, Gauss-Newton, algoritmos genéticos y enjambre de partículas, utilizándose en estos dos últimos las funciones de superficies de respuesta de las frecuencias naturales en lugar de los datos secuenciales generados por el modelo de EF, se identificaron los parámetros estructurales más adecuados, que presentaron valores similares entre ellos, aunque las frecuencias obtenidas del modelo calibrado mediante el algoritmo Gauss-Newton presentan valores más cercanos a los obtenidos experimentalmente. Por último y a manera de validación, se calcularon las tensiones de los tirantes de los modelos actualizados y se compararon con el pesaje realizado en 2007, siendo las tensiones obtenidas del modelo actualizado mediante Gauss-Newton las que presentan menores errores, por lo que se definió este modelo como el más óptimo para representar el comportamiento estructural real del puente Mezcala.

De los parámetros actualizados con el algoritmo Gauss-Newton se puede interpretar que el aumento en la rigidez del concreto del tablero y las pilas obedece al aumento gradual de la resistencia del concreto en el tiempo, a la rigidez del refuerzo interno, el aumento en la rigidez de las vigas de acero puede deberse al aporte de elementos como los rigidizadores, contraventeos, etc., y el aumento de la densidad del tablero se debe al peso de la carpeta asfáltica que no fue considerada inicialmente.

Se concluye que con los datos provenientes de la instrumentación implementada en el Puente Mezcala bajo excitaciones ambientales y vehiculares es posible obtener las respuestas dinámicas para calibrar un modelo de elemento finito, aunque debido a la configuración de la instrumentación solo fue posible calibrar los parámetros que

influyen en la flexión y torsión del tablero, por lo cual, se propone realizar pruebas dinámicas de vibración ambiental utilizando acelerómetros para medir la flexión lateral del tablero, con el fin de obtener los parámetros modales relacionados a este movimiento para validar o refinar la calibración el modelo de elemento finito.

Bibliografía

ACI Committee 318. 1995. *Building Code Requirements for Structural Concrete: (ACI 318-95); and Commentary (ACI 318R-95)*. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 1995.

Aktan, A. E., Catbas, F. N., Grimmelsman, K., Pervizpour, M., Curtis, J., Shen, K., Qin, X. y Cinar, O. A. 2002. *Health monitoring for effective management of infrastructure*, in Balageas, D. L., Ed. Structural Health Monitoring 2002, Destech Publications, Lancaster, pp. 1245-1253.

Allemang, R. J. y Brown, D. L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis", Proceeding International Modal Analysis Conference, pp. 110-116, 1982.

Amezquita-Sanchez, J. P., Garcia-Perez, A., Romero-Troncoso, R., Osornio-Rios, R. y Herrera-Ruiz, G., 2013. *High-resolution spectral-analysis for identifying the natural modes of a truss-type structure by means of vibrations*. J. Vib. Control, vol. 19, núm. 16, pp. 2347-2356.

Bernal, D. 2002. "Load Vectors for Damage Localization". *Journal of Engineering Mechanics*.

Bergan, P. G. y Felippa, C. A. 1983. "A Triangular Membrane Element With Rotational Degrees of Freedom". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 50, pp. 25-29.

Brownjohn, J. M. W., Lee, J. y Cheong, B. 1998. "Dynamic Performance of a Curved Cable-stayed Bridge". *Engineering Structures*, vol. 21, p.p. 1015-1027.

Brownjohn, J. M. W., P. Q. Xia, H. Hao y Y. Xia. 2001. "Civil structure condition assessment by FE model updating: methodology and case studies". *Finite Elem. Anal. Des.* núm. 37, pp. 761-775.

Calcada, R., Cunha, A. y Delgado, R. 2001. "Experimental Analysis of Dynamic Effects of Road Traffic in a Cable-stayed Bridge Based on a Strain Measurement System". Proceedings of IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics, vol.1, pp. 479-503.

Carrión, F. J. y Lozano, A. 2001. "Evaluación y detección de daño en estructuras utilizando un método inverso por subdominios", Instituto Mexicano del Transporte, Publicación técnica núm. 166, 2001.

Carrión, F. J., Hernández, J. R. y Terán, J. 2005. "Estudio experimental de un puente atirantado", Instituto Mexicano del Transporte, Publicación técnica núm. 265.

Carrión, F. J., Quintana, J. A., López, J. A., Balankin, A. y Samayoa, D. 2006. Metodologías de inspección no destructiva aplicables a sistemas de gestión de puentes", Instituto Mexicano del Transporte, Publicación técnica núm. 302.

Carrión, F. J., López, J. A., Quintana, J. A. y Guzmán, A. 2007. "Nonlinear Assessment of Cable Vibration in a Stayed Bridge", *Experimental Mechanics*, vol. 48, pp. 153-161.

Chang, C. C., Chang, T. Y. P. y Zhang, Q. W. 2001. "Ambient Vibration of Long-span Cable-stayed Bridge", *Journal of Bridge Engineering*, vol. 6, pp. 46-53.

Chen, D. W., Au, F. T. K., Tham, L. G. y Lee, P. K. K. 1999. "Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable-stayed bridges for a given design deck profiles using the force equilibrium method", *Computers and Structures*, vol. 74, pp. 1-9.

Chiang, D. Y. y Cheng, M. S. 1999. Identification of Modal Parameters from Nonstationary Ambient Vibration Data Using Correlation Technique. *AIAA Journal*, vol. 46, núm. 11, pp. 2752-2759.

Cho, S., Yim, J., Shin, S. W., Juang, H., Yun, C. y Wang, M. 2013. "Comparative Field Study of Cable Tension Measurement for a Cable-Stayed Bridge". *Journal of Bridge Engineering*, pp. 748-757.

Cooley, J. W. y Tukey, J. W. 1965. An algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*, vol. 19, pp. 297-311.

Cunha, A., Caetano, E. y Delgado, R. 2001. "Dynamic Tests on a Large Cable-Stayed Bridge. An Efficient Approach". *Journal of Bridge Engineering*, ASCE.

Deng, L. y C. S. Cai. 2010. "Bridge model updating using response surface method and genetic algorithm". *J. Bridg. Eng.*, vol. 5, pp. 553-564.

Doyle, J. F. 1991. "Static and Dynamic Analysis of Structures". Kluwer Academic Publishers.

Doyle, J. F. 2004. "Modern Experimental Stress Analysis", John Wiley & Sons Ltd, Inglaterra.

Ernst, J. H. 1965. "Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges". *Bauingenieur*, vol. 40, núm. 2, pp. 52-55.

Ewins, D. J. 1985. *Modal testing: theory and practice*. Nueva York: John Wiley.

Farrar, C. R. y James, G. H. 1997. "System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge". *Journal of Sound and Vibration*, vol. 205, núm., pp. 1-18.

Friswell, M. I. y Mottershead, J. E. 1995. "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics," Springer Science.

Friswell, M. I., Mottershead, J. E. y Ahmadian, H. 2001. *Finite - element model updating using experimental test data: parametrization and regularization*.

Grip, N., Sabourova, N. y Tu, Y. 2016. "Sensitivity-based model updating for structural damage identification using total variation regularization". *Mechanical Systems and Signal Processing*.

Huynh, T., J. Park y J. Kim. 2016. "Structural identification of cable-stayed bridge under back-to-back typhoons by wireless vibration monitoring". *Measurement*, núm. 88, pp. 385-401.

Ikeyex Software Tools. 2008. *QED: Static, Dynamic, Stability and Nonlinear Analysis of Solids and Structures*. Lafayette, Indiana 47905.

IMT. 2016. Instrumentación y configuración del sistema de monitoreo del puente Mezcala. Informe de investigación. Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural, Instituto Mexicano del Transporte, Proyecto EE 41/15.

James, G. H., Carne, T. G. y Lauffer, J. P. 1993. *The Natural Excitation Technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines*. Sandia National Laboratory.

Madenci, E. 2006. *The Finite Element and Applications in Engineering using ANSYS*.

Marqués, F. L., Peeters, B., Van der Auweraer, H., Desmet, W. y Sandoval Goes, L. C. 2015. *Strain-Based Experimental Modal Analysis: Use of Mode Curvature and Strain-to-Displacement Relations*.

Marwala, T. 2004. "Finite element model updating using response surface method". Collection of technical papers—AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, vol. 7, pp. 5165-5173.

Marwala, T. 2010. "Finite element model Updating Using Computational Intelligence Techniques", *Applications to Structural Dynamics*. Springer: Londres y Nueva York.

Mottershead, J. E., M. Link y M. I. Friswell. 2011. "The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial". *Mech. Syst. Signal Process*, núm. 25, pp. 2275-2296.

Nalitolela, N. G., Penny, J. E. T. y Friswell, M. I. 1990. "Updating structural parameters of a finite element model by adding mass or stiffness to the system", Proe. 8th Int. Modal Analysis Conf., Kissimme, Florida, Estados Unidos, pp. 836-842.

Okasha, N. M., Frangopol, D. M. y Orcesi, A. 2012. "Automated finite element updating using strain data for the lifetime reliability assessment of bridges". *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 99, pp. 139-150.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. y Flannery, B. P. 2007. *Numerical Recipes in C The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press.

Programa Editorial del Gobierno de la República. 2015. *Los puentes de México*.

Quintana, J. A., Doyle, F. y Carrión, F. J. 2012. "Detección de daño en estructuras mediante análisis de propagación de ondas", Instituto Mexicano del Transporte, Publicación técnica núm. 358.

Quintana, J. A., Samayoa, D. y Carrión, F. J. 2012. "Análisis del método de búsqueda global para la detección de daño y monitoreo estructural de puentes", Instituto Mexicano del Transporte, Publicación técnica núm. 367.

Ren, W. y Peng, X. 2004. "Baseline finite element modeling of a large span cable-stayed bridge through field ambient vibration tests". *Computers and Structures*, vol. 83, pp. 536-550.

Ren, W., Liu, H. y Chen, G. 2008. "Determination of Cable Tensions Based on Frequency Differences". *Engineering Computations*, vol. 25, núm. 2, pp. 172-189.

Rodden, W. P. 1967. "A Method for Deriving Structural Influence Coefficients from Ground Vibration Tests". *AIAA Journal*, vol. 5.

Schlune, H. y M. Plos. 2008. *Bridge Assessment and Maintenance based on Finite Element Structural Models and Field Measurements*.

Secretaría de Comunicaciones y Transportes. 1994. Puente Mezcala Autopista México-Acapulco. Secretaría de Comunicaciones y Transportes, México.

Sung, Y., Chang, D. y Teo, E. 2006. "Optimum post-tensioning cable forces of Mau-Lo His cable stayed bridge". *Engineering Structures*, vol. 28, pp. 1407-1417.

Wang, P. H., Tseng, T. C. y Yang, C. G. 1991. "Initial Shape of Cable-Stayed Bridges". *Computers and Structures*, vol. 47, núm. 1, pp. 111-123.

Wilson, J. C. y Liu, T. 1991. "Ambient Vibration Measurements on a Cable-stayed Bridge". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, pp. 723-747.

Wilson, J. C. y Gravelle, W. G. 1991. "Modelling of a cable-stayed bridge for dynamic analysis". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, pp. 707-721.

Xu, Y. L. y Yu, Z. 1998. "Vibration of Inclined Sag Cables with Oil Dampers in Cable-stayed Bridges". *Journal of Bridge Engineering*, vol. 3, pp. 194-203.

Zong, Z., X. Lin y J. Niu. 2015. "Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring—Part I: response surface-based finite element model updating". *J. Traffic Transp. Eng. (English Ed.)*, vol. 2, pp. 258-278.

Anexo 1 Cálculo de las propiedades geométricas de los elementos estructurales

Las propiedades geométricas de los elementos estructurales del puente Mezcala, como los pilones y las pilas secundarias, se conocieron con respecto al centroide de la sección de cada elemento, aunque no es adecuado asignar las propiedades geométricas a las vigas principales y secundarias de acero de esta manera, ya que los elementos finitos que representan a estos miembros estructurales comparten nodos con los elementos que representan la losa. Al asignar sus propiedades geométricas con respecto al centroide, se simula una condición en la que la losa y las vigas están conectadas a través de sus centroides, y no una condición real de una losa sobre vigas; por lo tanto, las propiedades geométricas se calcularon con respecto al esquema mostrado en la figura A1.1.

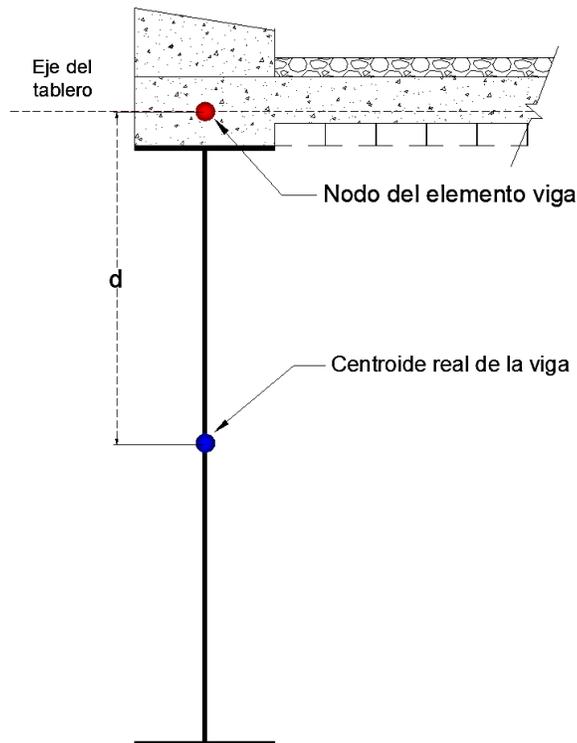


Figura A1.1 Esquema utilizado para asignar las propiedades geométricas de un elemento que soporta una losa

Por lo tanto, primero es necesario conocer las propiedades geométricas del tablero ($I_{y_{tab}}$ y $J_{x_{tab}}$) como una sección compuesta, de tal manera que, al restar la contribución de la losa a esta sección compuesta, se obtienen las propiedades geométricas equivalentes de las vigas que representan de manera más adecuada la rigidez del tablero:

$$I_{y_{vigas}} = I_{y_{tab}} - I_{y_{losa}} \quad (A1.1)$$

Este procedimiento se utilizó para asignar las propiedades geométricas modificadas a las vigas principales y transversales del puente Mezcala.

Por otra parte, para modelar las pilas principales se utilizaron elementos tipo placa debido a la necesidad de nodos en los puntos donde se apoya el tablero sobre las torres. Las propiedades geométricas de las placas se determinaron a partir de las propiedades de la pila mediante:

$$h_b = \sqrt[3]{\frac{I_{pila}}{21}} \quad (A1.2)$$

Donde h_b es el espesor de la placa utilizado para calcular su momento de inercia I_p . La razón por la cual se empleó la ecuación A1.2 obedece a que las pilas son huecas y fue necesario establecer un espesor efectivo de placa para simular el momento de inercia de la pila. En cuanto al espesor utilizado para calcular la masa h_m , éste se obtuvo de la siguiente manera:

$$h_m = \frac{A_{pila}}{21} \quad (A1.3)$$

Anexo 2 Análisis de una señal dinámica en MATLAB

```
clear all;close all;clc;
%%%%%%%%% Definición de la señal a analizar %%%%%%%%%%
A=load('Strain_Signal.txt');
A=A-mean(A);
B=load('Strain_Signal_Reference.txt');
B=B-mean(B);
fs=125; %Frecuencia de muestreo
N=3; %Orden del filtro
figure,plot(A);title('Raw Signal');

%%%%%%%%% Correlación de la señal%%%%%%%%%
A=xcov(A,B); %Correlación de la señal analizada con respecto a la de referencia
figure,plot(A);title('Correlated Signal');

%%%%%%%%% Definición del filtro pasa-bandas%%%%%%%%%
Fc=[0.15 1]; %Rango de frecuencias de interés
Wn=(2*Fc)/fs;
[b,a]=butter(N,Wn,'bandpass');
A=filtfilt(b,a,A); %Aplicación de filtro a la señal
figure,plot(A);title('Filtered Signal');

%%%%%%%%% Análisis en dominio de la frecuencia%%%%%%%%%
L=length(A);
NFFT=2^nextpow2(L);
Y=fft(A,NFFT); %Transformada de Fourier
f=(fs/ 2)*linspace(0,1,NFFT/2);
YY=2*abs(Y(1:NFFT/2))/NFFT; %Amplitud de Fourier
Fase=YY.*sign(cos(angle((Y(1:NFFT/2))))); %Espectro de Fourier con ángulo de fase
figure,plot(f,YY);title('FFT');
figure,plot(f,phz);title('Fase FFT');
[S,ff]=pmusic(A,10,NFFT,fs,150,149); %Transformada MUSIC
figure,plot(ff, (S));title('MUSIC');
```


Anexo 3 Análisis de la varianza estadística y generación de superficies de respuesta en el programa R

-1.ª frecuencia natural

Response: V6

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.00019	0.00019	0.1220	0.7306918
I(V2^2)	1	0.05774	0.05774	36.3177	8.490e-06 ***
I(V3^2)	1	0.06364	0.06364	40.0309	4.516e-06 ***
I(V4^2)	1	2.88715	2.88715	1816.1064	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.00097	0.00097	0.6112	0.4439702
V1	1	0.01628	0.01628	10.2415	0.0047118 **
V2	1	0.03121	0.03121	19.6296	0.0002871 ***
V3	1	0.05764	0.05764	36.2574	8.581e-06 ***
V4	1	0.61300	0.61300	385.5949	4.444e-14 ***
V5	1	0.00002	0.00002	0.0139	0.9074460
Residuals	19	0.03021	0.00159		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary(f1)

Call:

lm(formula = V6 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.081159	-0.011432	0.005785	0.008295	0.095045

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	2.498e+00	4.229e+00	0.591	0.562
I(V1^2)	-6.366e-05	2.965e-04	-0.215	0.832
I(V2^2)	-5.731e-06	1.501e-05	-0.382	0.707
I(V3^2)	-1.901e-04	2.965e-04	-0.641	0.529
I(V4^2)	1.091e-03	9.381e-05	11.633	4.37e-10 ***
I(V5^2)	-8.137e-04	6.004e-03	-0.136	0.894
V1	4.856e-03	1.816e-02	0.267	0.792
V2	4.716e-03	6.166e-03	0.765	0.454

V3 2.285e-02 1.816e-02 1.258 0.224
 V4 -1.134e-01 6.079e-03 -18.653 1.13e-13 ***
 V5 3.538e-02 3.003e-01 0.118 0.907

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.03987 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.992**, Adjusted R-squared: **0.9877**

F-statistic: 234.5 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

-2.^a frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V7

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.0245	0.0245	6.5036	0.019550 *
I(V2^2)	1	0.3528	0.3528	93.6341	8.916e-09 ***
I(V3^2)	1	2.6111	2.6111	692.9729	< 2.2e-16 ***
I(V4^2)	1	16.2165	16.2165	4303.7915	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.0219	0.0219	5.8021	0.026321 *
V1	1	0.0503	0.0503	13.3518	0.001688 **
V2	1	0.1026	0.1026	27.2393	4.885e-05 ***
V3	1	0.3257	0.3257	86.4331	1.680e-08 ***
V4	1	2.1637	2.1637	574.2373	1.163e-15 ***
V5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.999347
Residuals	19	0.0716	0.0038		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f2)

Call:

lm(formula = V7 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
 V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.095059	-0.016445	0.002535	0.010107	0.104187

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	6.801e+00	6.510e+00	1.045	0.30928
I(V1^2)	-5.234e-05	4.564e-04	-0.115	0.90991
I(V2^2)	-1.049e-05	2.311e-05	-0.454	0.65487
I(V3^2)	-3.645e-04	4.564e-04	-0.799	0.43443

```

I(V4^2)  1.748e-03  1.444e-04  12.103  2.24e-10 ***
I(V5^2)  -5.520e-04  9.243e-03  -0.060  0.95300
V1       1.045e-02  2.797e-02  0.374  0.71274
V2       1.010e-02  9.492e-03  1.064  0.30068
V3       9.209e-02  2.797e-02  3.293  0.00383 **
V4      -2.134e-01  9.359e-03  -22.807  2.89e-15 ***
V5       3.834e-04  4.623e-01  0.001  0.99935

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.06138 on 19 degrees of freedom
Multiple R-squared: **0.9967**, Adjusted R-squared: **0.995**
F-statistic: 580.4 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

-3.^a frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V8

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.050	0.050	2.2238	0.1523143
I(V2^2)	1	0.494	0.494	22.0100	0.0001589 ***
I(V3^2)	1	2.368	2.368	105.5661	3.396e-09 ***
I(V4^2)	1	49.901	49.901	2224.7009	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.032	0.032	1.4480	0.2436237
V1	1	0.276	0.276	12.2932	0.0023620 **
V2	1	0.415	0.415	18.5023	0.0003851 ***
V3	1	1.231	1.231	54.8605	5.161e-07 ***
V4	1	9.594	9.594	427.7135	1.731e-14 ***
V5	1	0.000	0.000	0.0075	0.9319800
Residuals	19	0.426	0.022		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f3)

Call:

```
lm(formula = V8 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
  V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.29007	-0.03209	0.01258	0.02683	0.33262

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.025e+01	1.588e+01	0.645	0.5266

```

I(V1^2)  -4.078e-04  1.114e-03  -0.366  0.7182
I(V2^2)  -1.984e-05  5.638e-05  -0.352  0.7288
I(V3^2)  -1.455e-03  1.114e-03  -1.306  0.2070
I(V4^2)   4.193e-03  3.524e-04  11.901  2.98e-10 ***
I(V5^2)  -2.592e-03  2.255e-02  -0.115  0.9097
V1       3.592e-02  6.823e-02  0.526  0.6047
V2       1.509e-02  2.316e-02  0.652  0.5225
V3       1.568e-01  6.823e-02  2.298  0.0331 *
V4      -4.488e-01  2.283e-02 -19.657  4.36e-14 ***
V5       9.756e-02  1.128e+00  0.086  0.9320

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1498 on 19 degrees of freedom
Multiple R-squared: **0.9934**, Adjusted R-squared: **0.99**
F-statistic: 286.9 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

-4.ª frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V9

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.005	0.005	0.0686	0.7962708
I(V2^2)	1	1.215	1.215	15.9456	0.0007782 ***
I(V3^2)	1	0.645	0.645	8.4702	0.0089721 **
I(V4^2)	1	119.846	119.846	1573.2273	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.011	0.011	0.1495	0.7033359
V1	1	0.800	0.800	10.4976	0.0043095 **
V2	1	1.303	1.303	17.1025	0.0005623 ***
V3	1	2.090	2.090	27.4384	4.683e-05 ***
V4	1	27.407	27.407	359.7754	8.327e-14 ***
V5	1	0.002	0.002	0.0203	0.8883147

Residuals 19 1.447 0.076

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f4)

Call:

lm(formula = V9 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.57734	-0.14979	0.05088	0.09867	0.68272

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.760e+01	2.927e+01	0.601	0.555
I(V1^2)	-4.767e-04	2.052e-03	-0.232	0.819
I(V2^2)	-2.679e-05	1.039e-04	-0.258	0.799
I(V3^2)	-8.102e-04	2.052e-03	-0.395	0.697
I(V4^2)	7.446e-03	6.494e-04	11.466	5.57e-10 ***
I(V5^2)	-6.233e-03	4.156e-02	-0.150	0.882
V1	3.485e-02	1.257e-01	0.277	0.785
V2	2.196e-02	4.268e-02	0.514	0.613
V3	8.664e-02	1.257e-01	0.689	0.499
V4	-7.578e-01	4.208e-02	-18.009	2.12e-13 ***
V5	2.959e-01	2.079e+00	0.142	0.888

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.276 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9906**, Adjusted R-squared: **0.9857**

F-statistic: 201.3 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

-5.^a frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V10

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	1.009	1.009	1.9169	0.182248
I(V2^2)	1	3.223	3.223	6.1238	0.022933 *
I(V3^2)	1	1.204	1.204	2.2866	0.146947
I(V4^2)	1	310.184	310.184	589.3250	9.161e-16 ***
I(V5^2)	1	0.069	0.069	0.1312	0.721142
V1	1	3.973	3.973	7.5491	0.012802 *
V2	1	4.238	4.238	8.0519	0.010524 *
V3	1	6.937	6.937	13.1790	0.001781 **
V4	1	84.918	84.918	161.3378	9.862e-11 ***
V5	1	0.027	0.027	0.0513	0.823190

Residuals 19 10.000 0.526

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f5)

Call:

lm(formula = V10 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max
 -1.3723 -0.3776 0.1549 0.2630 1.7888

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	14.2602136	76.9432058	0.185	0.855
I(V1^2)	-0.0033943	0.0053947	-0.629	0.537
I(V2^2)	-0.0000845	0.0002731	-0.309	0.760
I(V3^2)	-0.0024757	0.0053947	-0.459	0.652
I(V4^2)	0.0136404	0.0017069	7.991	1.70e-07 ***
I(V5^2)	-0.0256011	0.1092419	-0.234	0.817
V1	0.2563311	0.3305171	0.776	0.448
V2	0.0525954	0.1121879	0.469	0.645
V3	0.2033788	0.3305171	0.615	0.546
V4	-1.3294819	0.1106114	-12.019	2.52e-10 ***
V5	1.2378581	5.4638588	0.227	0.823

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7255 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9765**, Adjusted R-squared: **0.9642**

F-statistic: 79 on 10 and 19 DF, p-value: 2.597e-13

-6.^a frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V11

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.28	0.28	0.8574	0.3660727
I(V2^2)	1	13.22	13.22	41.0846	3.803e-06 ***
I(V3^2)	1	15.43	15.43	47.9716	1.329e-06 ***
I(V4^2)	1	591.11	591.11	1837.3115	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.12	0.12	0.3674	0.5516161
V1	1	3.97	3.97	12.3510	0.0023184 **
V2	1	4.89	4.89	15.1927	0.0009677 ***
V3	1	12.67	12.67	39.3888	5.022e-06 ***
V4	1	105.00	105.00	326.3721	2.006e-13 ***
V5	1	0.00	0.00	0.0032	0.9558275

Residuals 19 6.11 0.32

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f6)

Call:

lm(formula = V11 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.02055	-0.13567	0.02197	0.13632	1.15434

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	3.316e+01	6.016e+01	0.551	0.5879
I(V1^2)	-3.839e-03	4.218e-03	-0.910	0.3741
I(V2^2)	-5.371e-05	2.135e-04	-0.252	0.8041
I(V3^2)	-4.847e-03	4.218e-03	-1.149	0.2647
I(V4^2)	1.353e-02	1.334e-03	10.140	4.20e-09 ***
I(V5^2)	-5.956e-03	8.541e-02	-0.070	0.9451
V1	2.183e-01	2.584e-01	0.845	0.4088
V2	5.754e-02	8.771e-02	0.656	0.5197
V3	4.708e-01	2.584e-01	1.822	0.0843 .
V4	-1.485e+00	8.648e-02	-17.177	4.96e-13 ***
V5	2.398e-01	4.272e+00	0.056	0.9558

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5672 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9919**, Adjusted R-squared: **0.9876**

F-statistic: 232.1 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

-7.^a frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V12

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.11	0.11	0.1916	0.6665246
I(V2^2)	1	18.94	18.94	33.0400	1.539e-05 ***
I(V3^2)	1	7.66	7.66	13.3619	0.0016823 **
I(V4^2)	1	964.60	964.60	1682.5119	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.04	0.04	0.0774	0.7838692
V1	1	5.67	5.67	9.8844	0.0053444 **
V2	1	11.02	11.02	19.2175	0.0003193 ***
V3	1	18.96	18.96	33.0684	1.531e-05 ***
V4	1	215.77	215.77	376.3550	5.537e-14 ***
V5	1	0.01	0.01	0.0167	0.8984489

Residuals 19 10.89 0.57

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f7)

Call:

lm(formula = V12 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.5691	-0.2402	0.1178	0.1635	1.8264

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	45.1259994	80.3033169	0.562	0.581
I(V1^2)	-0.0008876	0.0056302	-0.158	0.876
I(V2^2)	-0.0001040	0.0002850	-0.365	0.719
I(V3^2)	-0.0039237	0.0056302	-0.697	0.494
I(V4^2)	0.0207705	0.0017814	11.659	4.21e-10 ***
I(V5^2)	-0.0153060	0.1140125	-0.134	0.895
V1	0.0752573	0.3449508	0.218	0.830
V2	0.0855351	0.1170871	0.731	0.474
V3	0.3667437	0.3449508	1.063	0.301
V4	-2.1268984	0.1154418	-18.424	1.41e-13 ***
V5	0.7375507	5.7024657	0.129	0.898

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7572 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9913**, Adjusted R-squared: **0.9867**

F-statistic: 216.8 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

Anexo 4 Función objetivo e implementación de los AG y PSO en Matlab

function z=my_fun(x)

$z=0.3428*(1.71-(-6.366e-05*(x(1)^2)+-5.731e-06*(x(2)^2)+-1.901e-04*(x(3)^2)+1.091e-03*(x(4)^2)-8.137e-04*(x(5)^2)+4.856e-03*x(1)+4.716e-03*x(2)+2.285e-02*x(3)+-1.134e-01*x(4)+3.538e-02*x(5)+2.498))^2+...$

$0.03*(5.72-(-5.234e-05*(x(1)^2)+-1.049e-05*(x(2)^2)+-3.645e-04*(x(3)^2)+1.748e-03*(x(4)^2)-5.520e-04*(x(5)^2)+1.045e-02*x(1)+1.010e-02*x(2)+9.209e-02*x(3)+2.134e-01*x(4)+3.834e-04*x(5)+6.801))^2+...$

$0.0167*(7.73-(-4.078e-04*(x(1)^2)+-1.984e-05*(x(2)^2)+-1.455e-03*(x(3)^2)+4.193e-03*(x(4)^2)-2.592e-03*(x(5)^2)+3.592e-02*x(1)+1.509e-02*x(2)+1.568e-01*x(3)+-4.488e-01*x(4)+9.756e-02*x(5)+1.025e+01))^2+...$

$0.0096*(10.19-(-4.767e-04*(x(1)^2)+-2.679e-05*(x(2)^2)+-8.102e-04*(x(3)^2)+7.446e-03*(x(4)^2)-6.233e-03*(x(5)^2)+3.485e-02*x(1)+2.196e-02*x(2)+8.664e-02*x(3)+-7.578e-01*x(4)+2.959e-01*x(5)+1.760e+01))^2+...$

$0.00404*(15.73-(-0.0033943*(x(1)^2)+-0.0000845*(x(2)^2)+-0.0024757*(x(3)^2)+0.0136404*(x(4)^2)-0.0256011*(x(5)^2)+0.2563311*x(1)+0.0525954*x(2)+0.2033788*x(3)+-1.3294819*x(4)+1.2378581*x(5)+14.2602136))^2+...$

$0.0017*(24.21-(-3.839e-03*(x(1)^2)+-5.371e-05*(x(2)^2)+-4.847e-03*(x(3)^2)+1.353e-02*(x(4)^2)-5.956e-03*(x(5)^2)+2.183e-01*x(1)+5.754e-02*x(2)+4.708e-01*x(3)+-1.485e+00*x(4)+2.398e-01*x(5)+3.316e+01))^2+...$

$0.00122*(28.59-(-0.0008876*(x(1)^2)+-0.0001040*(x(2)^2)+-0.0039237*(x(3)^2)+0.0207705*(x(4)^2)-0.0153060*(x(5)^2)+0.0752573*x(1)+0.0855351*x(2)+0.3667437*x(3)+-2.1268984*x(4)+0.7375507*x(5)+45.1259994))^2;$

end

-Algoritmo genético

```
options=gaoptimset('TolFun',1E-6,'FitnessLimit',0.0001);  
[x, fval] = gamultiobj(@my_fun,4,[],[],[],[],[26 180 26 32],[45 210 45 37],options);
```

-PSO

```
options=optimoptions(@particleswarm,'TolFun',1E-12,'StallIterLimit',10000,...  
'MaxIter',10000000);  
[x,fval]=particleswarm(@my_fun,4,[26 180 26 32],[45 210 45 37],options);
```

Anexo 5 Comparación de tensiones en tirantes

A continuación, se muestra la comparación de las fuerzas de tensión de los tirantes del puente Mezcala obtenidas del pesaje realizado en 2007 en comparación con las estimadas utilizando los modelos actualizados de elemento finito. El primer bloque de las tablas A5.1-A5.3 corresponde a los tirantes con dirección a Cuernavaca y los del segundo bloque a los tirantes con dirección a Chilpancingo.

Tabla A5.1 Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 4

Tirante	Pesaje 2007 (ton)		GN (ton)		AG (ton)		PSO (ton)	
	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo
T10	241.03	216.01	223.08	202.28	218.65	197.52	217.15	196.05
T9	301.23	303.21	277.11	283.42	273.45	279.49	271.79	277.86
T8	303.21	295.28	270.40	266.48	268.04	263.88	266.25	262.11
T7	273.48	263.57	233.78	227.16	232.48	225.67	230.62	223.82
T6	225.92	219.97	189.60	185.77	188.59	184.69	186.97	183.05
T5	184.3	182.32	155.31	154.50	154.13	153.34	152.79	151.97
T4	158.54	168.45	133.21	144.10	132.00	143.00	130.70	141.68
T3	140.7	138.72	122.15	122.02	122.44	122.42	121.41	121.38
T2	126.83	114.94	108.76	100.28	113.26	105.00	112.29	104.07
T1	91.16	79.27	73.81	64.99	86.00	77.90	85.25	77.18
T1	47.56	37.65	60.21	51.65	69.37	61.66	69.22	61.55
T2	101.57	93.14	107.52	99.74	109.56	102.00	109.00	101.48
T3	120.89	116.92	110.30	104.28	109.19	103.23	108.23	102.28
T4	172.41	198.18	143.21	164.00	140.98	161.93	139.51	160.43
T5	225.92	214.03	189.06	171.99	186.86	169.89	185.26	168.26
T6	202.14	206.1	159.08	157.25	156.62	154.94	154.76	153.04
T7	233.85	267.54	189.61	217.98	187.01	215.56	184.97	213.49
T8	257.63	257.63	221.37	218.78	219.13	216.40	217.27	214.55
T9	233.85	217.99	207.37	191.08	205.46	188.78	203.90	187.26
T10	291.32	271.5	274.72	255.16	273.14	253.15	271.95	252.00

Tabla A5.2 Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 3

Tirante	Pesaje 2007 (ton)		GN (ton)		AG (ton)		PSO (ton)	
	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo
T14	261.59	283.39	244.32	263.73	240.55	260.28	238.48	258.20
T13	208.08	210.07	191.40	191.34	187.56	187.69	185.46	185.58
T12	248.91	267.54	231.40	248.40	227.58	244.71	225.41	242.53
T11	265.55	253.66	246.77	234.08	243.18	230.41	240.98	228.23
T10	237.81	231.86	220.92	214.56	217.90	211.42	215.98	209.52
T9	233.05	225.9	216.87	208.86	213.84	205.73	211.95	203.86
T8	199.88	202.14	185.96	186.09	182.76	182.89	180.94	181.06
T7	158.54	168.45	149.24	156.00	146.30	153.19	144.80	151.67
T6	180.34	198.18	173.27	187.34	170.25	184.51	168.79	183.01
T5	150.61	154.58	145.96	147.17	143.16	144.45	141.74	143.01
T4	135.55	126.83	133.87	124.58	132.38	123.00	131.26	121.90
T3	134.64	122.87	135.12	123.84	136.07	124.63	135.07	123.66
T2	77.29	87.2	78.48	88.43	85.02	94.85	84.27	94.11
T1	84.03	83.23	79.83	78.60	95.62	94.26	95.17	93.81
T1	68.17	67.38	66.59	65.33	81.88	80.46	81.58	80.14
T2	73.32	81.25	78.83	85.19	84.48	90.87	83.92	90.28
T3	93.14	99.09	95.31	100.22	95.48	100.44	94.63	99.56
T4	136.74	138.72	131.30	133.59	129.61	131.85	128.54	130.79
T5	192.23	178.36	179.67	167.01	177.11	164.27	175.70	162.90
T6	139.52	140.7	125.69	127.27	122.97	124.41	121.55	123.02
T7	172.41	172.41	157.93	156.95	155.27	154.21	153.82	152.78
T8	198.97	206.1	181.45	185.82	178.45	182.82	176.71	181.08
T9	198.18	202.14	180.70	180.65	177.77	177.77	175.98	175.98
T10	257.63	233.85	240.71	211.91	237.76	209.04	235.94	207.20
T11	237.81	273.48	220.02	249.00	216.44	245.73	214.38	243.61
T12	219.97	231.86	202.79	208.82	199.23	205.45	197.21	203.37
T13	192.23	210.07	173.43	187.33	170.15	184.13	168.16	182.12
T14	275.46	269.52	252.09	244.95	249.53	242.04	247.54	240.05

Tabla A5.3. Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 2

Tirante	Pesaje 2007 (ton)		GN (ton)		AG (ton)		PSO (ton)	
	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo	A. arriba	A. abajo
T11	259.61	289.34	261.43	284.35	258.69	281.90	257.35	280.56
T10	297.26	261.59	291.31	250.80	288.39	247.84	286.63	246.13
T9	251.68	237.81	237.91	219.89	234.82	216.61	232.72	214.56
T8	255.65	265.55	237.38	242.74	234.49	239.74	232.44	237.72
T7	241.77	265.55	218.79	236.29	215.67	233.19	213.50	231.01
T6	196.19	204.12	174.46	175.63	171.63	172.88	169.76	170.99
T5	208.08	204.12	186.23	174.30	183.47	171.66	181.65	169.81
T4	186.28	217.99	171.08	195.52	169.33	193.94	167.97	192.54
T3	107.01	99.09	97.88	83.73	98.10	84.03	97.04	82.95
T2	138.72	146.65	135.43	138.90	141.18	144.69	140.54	144.06
T1	53.51	43.6	53.65	41.04	69.28	56.78	69.15	56.69
T1	79.27	81.25	87.28	86.11	99.68	98.78	98.92	98.01
T2	53.51	65.4	64.18	71.64	66.88	74.61	65.92	73.61
T3	116.92	116.92	117.03	113.32	116.05	112.60	114.92	111.43
T4	174.39	186.28	163.47	173.31	162.05	172.09	160.81	170.82
T5	190.25	196.19	170.36	176.16	169.04	174.94	167.53	173.43
T6	221.96	180.34	200.85	160.52	199.82	159.46	198.37	158.03
T7	241.77	257.63	220.14	237.63	218.69	236.17	217.10	234.59
T8	219.97	229.88	200.58	212.26	198.86	210.50	197.33	208.98
T9	243.72	279.43	223.59	261.43	221.35	259.14	219.65	257.46
T10	275.46	237.81	257.04	221.75	254.68	219.19	253.05	217.57
T11	261.59	243.76	244.69	229.29	242.15	226.56	240.56	224.99



Km 12+000 Carretera Estatal 431 “El Colorado-Galindo”
Parque Tecnológico San Fandila
Mpio. Pedro Escobedo, Querétaro, México
CP 76703
Tel +52 (442) 216 9777 ext. 2610
Fax +52 (442) 216 9671

publicaciones@imt.mx

<http://www.imt.mx/>

Esta publicación fue desarrollada en el marco de un sistema de gestión de calidad
certificada bajo la norma ISO 9001:2015