



Certificación ISO 9001:2008 ‡

Aplicación de métodos markovianos en el modelado del deterioro de carreteras

José Ricardo Solorio Murillo
Zaydith Daniel Márquez Mendoza
Monserrat Montoya Ortega
Santa Ludinette Cárdenas Rodríguez
Roberto Israel Hernández Domínguez

Publicación Técnica No. 396
Sanfandila, Qro, 2014

SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES
INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

**Aplicación de métodos markovianos en el modelado
del deterioro de carreteras**

Publicación Técnica No. 396
Sanfandila, Qro, 2014

Este trabajo fue realizado en la Coordinación de Infraestructura del Instituto Mexicano del Transporte, por el M.C. José Ricardo Solorio Murillo, el M.C. Zaydith Daniel Márquez Mendoza, Monserrat Montoya Ortega, la M.I. Santa Ludinette Cárdenas Rodríguez y el M.I. Roberto Israel Hernández Domínguez.

Se agradecen las observaciones del Dr. Paul Garnica Anguas, Jefe de la División de Laboratorios de Infraestructura del IMT.

Contenido

| | |
|--|-----|
| Resumen | v |
| Abstract | vii |
| Resumen ejecutivo | ix |
| Capítulo 1. Introducción | 1 |
| Capítulo 2. Cadenas de Markov | 5 |
| Capítulo 3. Ejemplos de aplicación de cadenas de Markov homogéneas | 13 |
| Capítulo 4. Métodos alternativos para la obtención de las MPT | 33 |
| Capítulo 5. Métodos de Montecarlo con cadenas de Markov | 45 |
| Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro | 51 |
| Bibliografía | 53 |



Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de una investigación bibliográfica sobre la aplicación de métodos markovianos en el modelado del deterioro de carreteras. En primera instancia, se hace una clasificación de los modelos de deterioro existentes y se definen las principales características de las cadenas de Markov. Más adelante, se desarrollan ejemplos de aplicación de cadenas de Markov homogéneas para predecir el deterioro de carreteras mexicanas, usando datos de autopistas del Fondo Nacional de Infraestructura. Los ejemplos desarrollados corresponden a un tramo con pavimento asfáltico y a otro con pavimento de concreto hidráulico. Luego de puntualizar las principales limitaciones de las cadenas de Markov homogéneas, se muestran enfoques alternativos para el cálculo de las matrices de probabilidades de transición; en particular, la optimización de estas matrices mediante el empleo de información histórica y la conversión de modelos deterministas en probabilísticos ligada a la obtención de cadenas no homogéneas. En la última parte del trabajo, se presenta una descripción general de los métodos de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC), la cual se acompaña con un ejemplo reportado en la literatura referente a la actualización del modelo de deterioro de la AASHO. Finalmente, en las conclusiones, se identifica la línea vinculada a la optimización de las matrices de probabilidades de transición como la más promisoría para continuar con el estudio de la aplicación de métodos markovianos en la predicción del deterioro de carreteras en nuestro país.

Abstract

The results of a literature review on the application of Markov methods in modelling road deterioration are presented in this document. First, a classification of existing deterioration models is made and the main characteristics of Markov chains are defined. Then, examples of applying homogeneous Markov chains in predicting the deterioration of Mexican roads are developed using data from expressways managed by the National Infrastructure Fund. The examples were developed for an asphalt pavement section and for a PCC section. After pointing out the main limitations of the homogeneous Markov chains, alternative approaches for calculating the transition probability matrices are shown, particularly matrix optimization by the use of historical information and conversion of deterministic models into probabilistic models for obtaining non-homogeneous Markov chains. In the last part of the document, an overview of the Markov chain Monte Carlo methods (MCMC) is presented together with an application example reported in the literature, which refers to an update of the AASHO deterioration model. Finally, in the conclusions section, a research line dealing with the optimization of transition probability matrices is identified as the most promising to continue the study of the application of Markov methods in predicting road deterioration in our country.

Resumen ejecutivo

Existen dos tipos de métodos markovianos que han sido empleados en el modelado del deterioro de carreteras: las cadenas de Markov y los métodos de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC). El primero, se ha aplicado de manera amplia para desarrollar modelos probabilísticos de deterioro, en tanto que los métodos MCMC se han utilizado para aproximar formulaciones bayesianas relacionadas con la estimación de parámetros de modelos deterministas.

Para poner en contexto el primero de los métodos, conviene presentar una clasificación de los modelos de deterioro de carreteras. En general, estos modelos se dividen en dos categorías:

- a) *Modelos deterministas*. Estiman la condición mediante un valor preciso, calculado con funciones matemáticas que relacionan de una u otra forma un indicador de deterioro con un conjunto de variables explicativas.
- b) *Modelos probabilísticos*. El estado futuro del pavimento se estima como una función de probabilidad del rango de posibles estados a los que podría evolucionar el estado actual.

Se pueden utilizar dos tipos de funciones de probabilidad:

- i) *Función continua*. Expresa la probabilidad de que un índice de estado sea mayor que un cierto valor para una edad dada del pavimento. Este tipo de función se conoce como “curva de supervivencia”.
- ii) *Función discreta*. Conocida también como “función markoviana”, debido a que se basa en el concepto de “cadenas de Markov”, esta función divide el espacio de todas las condiciones posibles en una serie de “estados de condición”.

El modelo de cadenas de Markov se refiere a un proceso estocástico con las siguientes propiedades:

- a) Es discreto en el tiempo.
- b) Se define en un espacio finito de estados posibles.
- c) El cambio entre estados está determinado por un conjunto de probabilidades p_{ij} .

- d) La probabilidad de que el proceso pase del estado i al estado j (p_{ij}) depende únicamente del estado actual y no de los estados anteriores.

Para utilizar las cadenas de Markov, normalmente se parte de los siguientes supuestos:

- Los estados del proceso corresponden a los distintos niveles de deterioro del pavimento, definidos en términos de indicadores de daño como la irregularidad o el agrietamiento
- El nivel de deterioro se expresa a través de estados o bandas de condición definidos en términos de algún indicador de interés, por ejemplo, $1.5 \leq IRI < 3.5$.
- Los estados del proceso ocurren en ciclos de servicio con una duración fija, normalmente de un año.
- Se asume que el deterioro de carreteras cumple con la propiedad de Markov, es decir, que el estado futuro depende únicamente del estado actual.

Existen dos entidades básicas relacionadas con el uso de cadenas de Markov. La primera es el *vector de estado*, que representa la condición de un tramo o red como una colección de las fracciones que se encuentran en cada una de las bandas definidas. Este vector tiene la forma:

$$\mathbf{a}_t = (a_{t,1}, a_{t,2}, \dots, a_{t,n})$$

En la expresión anterior, $a_{t,i}$ es la fracción del tramo o red que se encuentra en el estado i durante el ciclo de servicio t .

La otra entidad es la *matriz de probabilidades de transición (MPT)*, la cual agrupa todas las probabilidades de que el estado de la carretera pase del estado i al estado j entre dos ciclos de servicio consecutivos. La MPT está dada por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

donde p_{ij} es la probabilidad de que el estado del pavimento cambie del estado i al estado j entre los ciclos de servicio t y $t + 1$.

En todo proceso de Markov debe verificarse que:

$$p_{ij} = 0 \quad \forall i > j$$

Esta condición establece que un pavimento no puede mejorar su condición, a menos que se ejecuten trabajos de conservación.

Adicionalmente, es usual suponer que el pavimento no puede deteriorarse en más de un estado durante un ciclo de servicio. Con las consideraciones anteriores, la MPT queda:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Para estimar el deterioro de carreteras por medio de cadenas de Markov, se parte de un vector de estado inicial \mathbf{a}_0 , que contiene las porciones del tramo o red de interés que se encuentran en cada uno de los estados de condición definidos al inicio del periodo de análisis:

$$\mathbf{a}_0 = [a_{0,1}, a_{0,2}, \dots, a_{0,n}]$$

El vector de estado que corresponde al primer año del periodo de análisis, \mathbf{a}_1 , se calcula entonces como:

$$\mathbf{a}_1 = [a_{0,1}, a_{0,2}, \dots, a_{0,n}] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = [a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}]$$

o, en notación matricial:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}$$

Si la MPT se mantiene constante en el segundo año del periodo de análisis y en los ciclos de servicio subsecuentes:

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^2$$

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^t$$

donde t se refiere a un ciclo de servicio cualquiera.

Cuando las matrices de probabilidades de transición no cambian en el tiempo, las cadenas de Markov resultantes se conocen como *cadenas homogéneas* y, en caso contrario, como *cadenas no homogéneas*.

Para el cálculo de los elementos p_{ij} de la MPT, normalmente se utilizan dos métodos. El primero de ellos consiste en obtenerlos como:

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}$$

Donde N_{ij} es el número de tramos que pasaron del estado i al estado j en un ciclo de servicio, y N_i el total de tramos que se encontraban en el estado i al inicio del ciclo. De lo anterior puede concluirse que bastan datos de dos años de datos para calcular las probabilidades de transición.

El segundo método consiste en estimar las p_{ij} con base en la opinión de un panel de expertos.

Para aplicar las cadenas de Markov homogéneas se requieren datos como los representados gráficamente en la Figura 1. En este caso, se trata de series de IRI medidas en los años 2008 y 2009. La figura también contiene las diferencias entre ambas series.

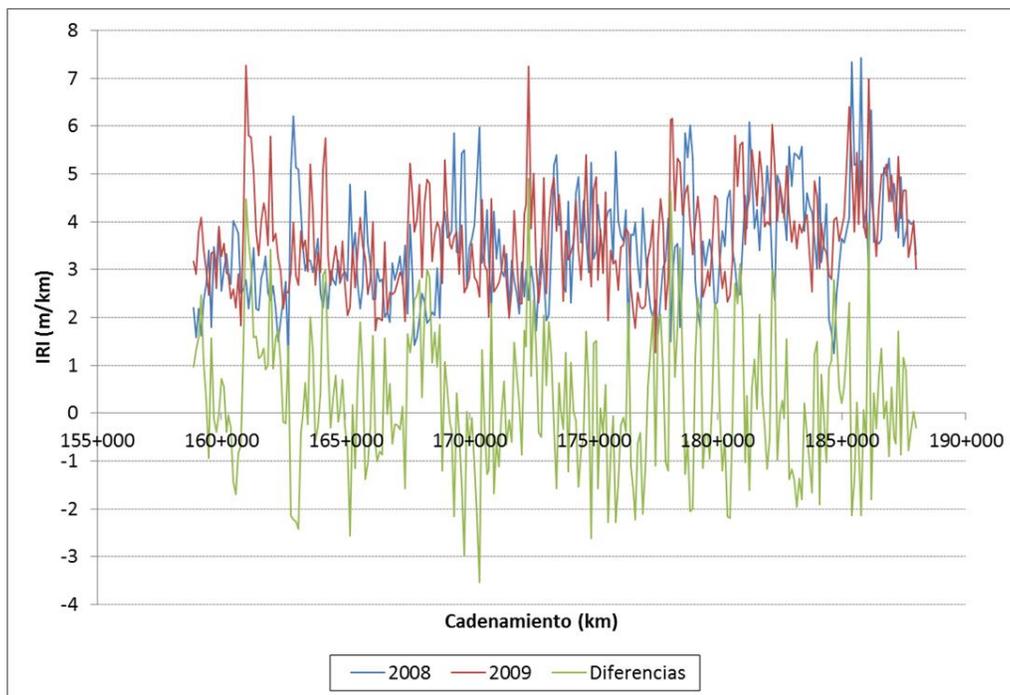


Figura 1. Datos necesarios para el uso de cadenas de Markov homogéneas.

Con frecuencia, como lo ilustra la Figura 1, las series de datos consecutivas presentan entre sí un porcentaje importante de diferencias negativas, lo cual resulta inaceptable cuando se desea utilizar la información para predecir el deterioro de un pavimento y obliga a someter los datos a procesos de filtrado y detección de valores atípicos con el propósito de eliminar las diferencias negativas y, adicionalmente, reducir en lo posible los niveles de dispersión. En la Figura 2

pueden apreciarse los efectos de la aplicación de procesos como los antes mencionados sobre los datos de la Figura 1.

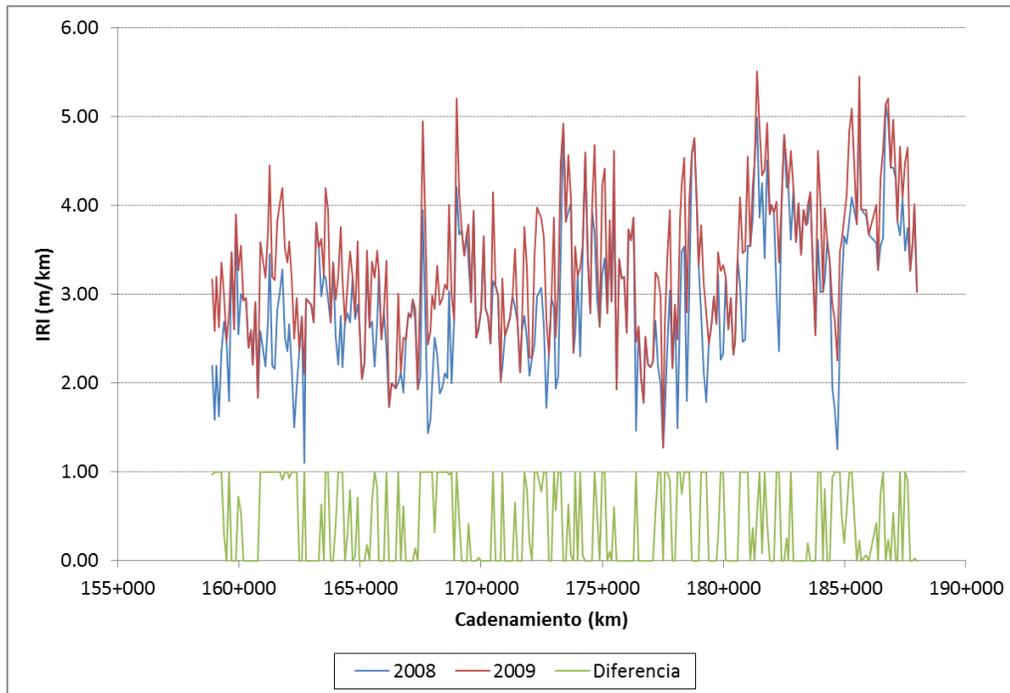


Figura 2. Efectos de los proceso de filtrado y detección de valores atípicos.

Con las cadenas de Markov homogéneas se pueden obtener predicciones del deterioro como las que se ilustran en la Figura 3. En esta figura, las barras representan los vectores de estado en cada ciclo de servicio, en tanto que la curva muestra la evolución del deterioro durante el periodo de análisis.

Una de las principales desventajas de las cadenas de Markov homogéneas es que pueden perder su capacidad predictiva conforme se avanza en el periodo de análisis, debido a dos factores principales: por una parte, las curvas de deterioro se vuelven asintóticas con respecto al valor máximo existente en las series originales; por otra, el método no toma en cuenta los cambios que experimentan en el tiempo variables explicativas de gran significación como el tránsito o la estructura del pavimento.

Para superar ésta y otras desventajas, se han desarrollado métodos alternativos para el cálculo de las matrices de probabilidades de transición. Uno de ellos, se refiere a la optimización de esas matrices utilizando información histórica.

Como parte de una mejora al sistema *MicroPAVER* efectuada en la década de los noventa, el método de optimización de las matrices fue aplicado siguiendo los pasos que se enumeran a continuación:

- a) Seleccionar un conjunto de tramos carreteros y clasificarlos en familias con características similares.

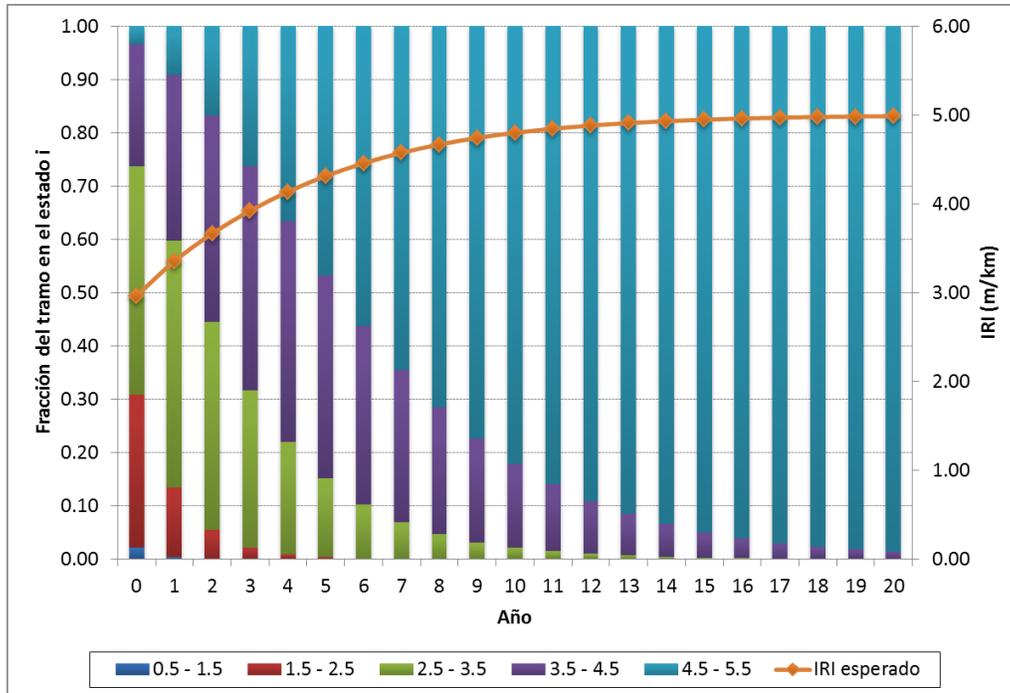


Figura 3. Resultados obtenidos con la aplicación de cadenas de Markov homogéneas.

- b) Preparar series de datos históricos de diez o más años para cada una de las familias.
- c) Someter las series del punto anterior a procesos de filtrado y análisis de valores atípicos.
- d) A partir de los datos históricos ya procesados, estimar una matriz de probabilidades de transición para cada familia.

La estimación de las MPT, se basó en un algoritmo de programación no lineal consistente en determinar p_1 a p_{K-1} parámetros, con K igual al número de estados de deterioro posibles, para minimizar las diferencias entre los datos originales y el pronóstico generado con las cadenas de Markov.

Por otro lado, con la finalidad de tomar en cuenta la evolución temporal de variables explicativas como las cargas de tránsito, el periodo de análisis se dividió en subperiodos o *zonas*. Para cada zona se obtuvo una cadena homogénea, y se asumió que el paso de una zona cualquiera a la siguiente obliga al uso de una nueva MPT, con lo que el proceso markoviano se convirtió en un proceso no homogéneo.

Otro método para la generación de las matrices de probabilidades de transición se refiere a la conversión de modelos deterministas en modelos probabilísticos para obtener matrices de transición no homogéneas. Este método comprende los siguientes pasos:

- a) Seleccionar un modelo de deterioro determinista, por ejemplo el del método de diseño de la AASHTO de 1993.
- b) Identificar las variables independientes consideradas y su relación con la variable dependiente (el *PCI* en el caso modelo de la AASHTO)
- c) Determinar la distribución de probabilidad de las variables independientes.
- d) Para cada año del periodo de análisis:
 - i) Generar conjuntos de variables independientes usando simulación Montecarlo y la distribución elegida para cada variable.
 - ii) Calcular valores de la variable dependiente para cada conjunto. Obtener la distribución de probabilidad de la variable dependiente.
 - iii) Determinar los elementos de la matriz de transición.

En lo que respecta a los métodos de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC), se trata de herramientas con una metodología y ámbito de aplicación muy diferentes a las antes descritos. En términos generales, estos métodos comprenden un conjunto de algoritmos para la aproximación numérica de distribuciones de probabilidad, empleando una cadena de Markov cuya distribución de equilibrio coincide con la distribución buscada. La distribución de equilibrio π es tal que:

$$\pi = \pi P; \text{ donde } P \text{ es la matriz de probabilidades de transición}$$

La aplicación inmediata más importante de los métodos MCMC es el cálculo numérico de integrales múltiples. Este tipo de integrales surgen con frecuencia durante la aplicación de métodos bayesianos de inferencia estadística.

Por lo que respecta a las aplicaciones de los métodos MCMC en ingeniería de carreteras, el que quizá es hasta ahora el único caso reportado en la literatura se refiere a la estimación de parámetros de modelos de deterioro deterministas empleando inferencia bayesiana.

En este caso, el procedimiento de análisis involucra lo siguiente:

- Considerar a los parámetros del modelo como variables aleatorias.
- Elegir una distribución de probabilidad *a priori* para cada parámetro.
- Definir la función de verosimilitud en términos de la evidencia experimental disponible y la distribución *a priori*.
- Aplicar el teorema de Bayes para obtener la distribución *a posteriori* de los parámetros.

- Aproximar la solución mediante métodos MCMC.

Un ejemplo interesante de aplicación de los métodos MCMC, tuvo por objeto actualizar los parámetros del modelo de deterioro obtenido a través de la prueba AASHO. Para ello, se utilizaron como evidencia experimental los resultados de la misma prueba. Los parámetros considerados en esta aplicación incluyeron los coeficientes de resistencia de las capas del pavimento, los factores de equivalencia de los ejes sencillos y tándem y el exponente del factor de daño.

El método de conversión de modelos deterministas en probabilísticos mediante matrices de transición no homogéneas presenta dificultades para su aplicación en México, principalmente por la necesidad de elegir un modelo de deterioro determinista adecuado para las condiciones nacionales.

Por otro lado, las aplicaciones de los métodos MCMC cobrarán relevancia para nuestro país en la medida en que se cuente con datos históricos confiables, que puedan compararse con los resultados de modelos adaptados apropiadamente para su uso en México.

De lo anterior, se concluye que la línea de investigación más promisoría para continuar con el estudio de la aplicación de cadenas de Markov en México, es la que se refiere al método de optimización de las matrices de probabilidad de transición.

1 Introducción

Un proceso markoviano se refiere a una secuencia de valores de un conjunto variables aleatorias, el cual representa los estados de un sistema en el tiempo y tiene la particularidad de que el estado actual del sistema depende únicamente del estado anterior y no de los estados previos.

En ingeniería de carreteras y, en particular, en el modelado de su deterioro en el tiempo, se han utilizado básicamente dos tipos de métodos basados en procesos markovianos: las cadenas de Markov simples y los métodos de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC por sus siglas en inglés). Aunque el primer método se encuentra implícito en el segundo, los enfoques que cada uno emplea son muy diferentes, al igual que sus aplicaciones en el modelado del deterioro de carreteras. Así, la aplicación de las cadenas de Markov simples (en lo sucesivo sólo *cadenas de Markov*) se ha orientado esencialmente al desarrollo modelos probabilísticos de deterioro, mientras que los métodos MCMC se han utilizado para estimar los parámetros de modelos deterministas mediante la aproximación numérica de formulaciones bayesianas.

El desarrollo de modelos de deterioro basados en cadenas de Markov se encuentra muy difundido en Estados Unidos y en otros países desarrollados. En México no parece existir evidencia del uso de este método, lo cual es de llamar la atención, ya que, por una parte, nuestro país carece de modelos de deterioro propios –lo que ha llevado a los profesionales mexicanos a adoptar modelos desarrollados en otros países– y, por otra, la aplicación de las cadenas de Markov es relativamente sencilla, si bien es cierto que requiere de información histórica confiable que en muchos casos no se encuentra disponible.

Las aplicaciones de MCMC en la estimación de los parámetros de modelos de deterioro deterministas responden a la incertidumbre vinculada con las variables no consideradas explícitamente en el desarrollo de estos modelos. Para la estimación se utiliza un procedimiento de inferencia bayesiana, que combina la percepción del analista con respecto a la distribución de probabilidad de los parámetros con la evidencia experimental disponible. La complejidad de la formulación matemática resultante hace necesaria la utilización de métodos como el de MCMC, dentro del cual las cadenas de Markov representan etapas de un procedimiento de aproximación numérica a la solución.

Sin duda, tanto el uso de cadenas de Markov para modelar el deterioro de carreteras como el de métodos MCMC para ajustar los parámetros de modelos deterministas, constituyen tareas de gran interés en el ámbito de la ingeniería

mexicana de carreteras. Por lo anterior, el Grupo de Gestión de Infraestructura del IMT decidió realizar una investigación bibliográfica exhaustiva relacionada con las aplicaciones anteriores. En este documento se presentan los resultados de esta investigación, organizados como se indica en los siguientes párrafos.

En el capítulo 2 se describen las cadenas de Markov, incluyendo su definición, propiedades y algunas consideraciones para su aplicación en el modelado del deterioro de pavimentos.

A la descripción anterior sigue, en el capítulo 3, la presentación de ejemplos de aplicación de las cadenas de Markov al modelado de la evolución del IRI, con datos de autopistas de la red del Fondo Nacional de Infraestructura. Con la realización de los ejemplos se pretendió, por un lado, ilustrar la aplicación de las cadenas de Markov homogéneas, y por otro, valorar de manera inicial la aplicabilidad de este método en la predicción del deterioro de las carreteras nacionales. El procedimiento utilizado en los ejemplos puede resumirse de la siguiente manera: i) Determinar las características de la información original con base en un análisis de estadística descriptiva; ii) Eliminar valores atípicos de los datos y someterlos a un proceso de filtrado, con el fin hacer posible la aplicación del método; iii) Definir rangos de IRI para caracterizar el estado de los pavimentos; iv) Obtener la matriz de probabilidades de transición (MPT); v) Determinar la evolución de estado de cada tramo en función de los rangos de condición definidos. Al final del capítulo, se presentan algunas conclusiones sobre los resultados obtenidos.

El capítulo 4 presenta dos métodos alternativos para la estimación de la MPT. El primero de ellos se refiere a la generación de matrices a partir de información histórica, para lo cual es necesario optimizar el valor de las probabilidades de transición de modo que se minimicen las diferencias entre los valores observados y estimados. El método parte de la clasificación de los tramos carreteros en familias con características similares y permite la obtención de matrices de transición separadas para cada familia. Se muestra que, para tomar en cuenta la variación de las variables explicativas del deterioro (tránsito, clima, etc.), el método divide el periodo de análisis en *zonas*, definiendo una nueva matriz de transición para cada zona. La descripción de este primer método se complementa con la presentación de tres enfoques adicionales para optimizar la matriz.

El segundo método incluido en el capítulo 4 trata sobre el uso matrices de transición no homogéneas, las cuales se obtienen mediante la conversión de un modelo de deterioro determinista en uno probabilístico. Para ello, se emplea el siguiente procedimiento: i) Considerar las variables independientes del modelo como variables aleatorias y asignarles una distribución de probabilidad; ii) Generar un gran número de juegos de datos de entrada empleando simulación Montecarlo; iii) Determinar la distribución de resultados del modelo a partir de los resultados generados para cada juego de datos de entrada; iv) Utilizando las distribuciones de los datos de entrada y la de los resultados, calcular las matrices de transición no homogéneas. Con estas matrices, es posible estimar el deterioro de tramos con

características similares a los que se utilizaron para obtener las matrices de transición.

El capítulo 5 presenta los métodos MCMC y los ilustra con un ejemplo en el que se actualizan los parámetros del modelo de deterioro de la AASHO. El ejemplo combina el juicio de los autores del estudio con respecto a la distribución de esos parámetros (distribución *a priori*) con la evidencia que aportan los datos de la misma prueba, y produce una distribución *a posteriori* de los parámetros de la que se deducen sus valores actualizados. Entre los parámetros considerados figuran los coeficientes de resistencia de las capas del pavimento, los factores de equivalencia de los ejes sencillos y tándem y el exponente del factor de daño.

Al final del documento se resumen las conclusiones del trabajo, y se proponen proyectos futuros para dar continuidad al estudio de la aplicación de métodos markovianos en el modelado del deterioro de carreteras en México.

2 Cadenas de Markov

2.1 Tipos de modelos de deterioro

La predicción del estado futuro de los pavimentos continúa siendo un reto muy importante de la ingeniería de carreteras. Esta actividad resulta crucial en el diseño o la gestión de pavimentos, procesos en los que se requiere de una estimación fiable del comportamiento del pavimento, o bien para determinar la sección y los materiales óptimos para soportar determinados volúmenes de tránsito y condiciones ambientales, o bien para elaborar programas de conservación que permitan ofrecer al público usuario los niveles de servicio esperados durante la vida útil de la carretera.

Para proyectar la evolución del estado de los pavimentos se utilizan los denominados *modelos de deterioro*. Existen distintos tipos de estos modelos, los cuales pueden clasificarse de la siguiente manera (Haas, et al., 1994):

- a) *Subjetivos*. “Capturan” la experiencia sobre el deterioro del pavimento de un modo formal o estructurado, empleando modelos de procesos de transición.
- b) *Puramente mecanicistas*. Se basan en algún tipo de respuesta primaria como el esfuerzo, la deformación o la deflexión.
- c) *De regresión*. La variable dependiente, que representa un deterioro funcional o estructural, observado o medido, se relaciona con una o más variables independientes como la resistencia de la subrasante, las cargas por eje, los espesores y propiedades de las capas del pavimento, factores ambientales o las interacciones de estas variables.
- d) *Empírico mecanicistas*. A través de ecuaciones de regresión, relacionan un parámetro de respuesta con un deterioro funcional o estructural medido, como defectos superficiales o irregularidad.

Los modelos de deterioro también pueden agruparse en dos clases fundamentales (Robinson, et al., 1998) (ver Figura 2.1):

- a) *Deterministas*. La condición futura se establece mediante un valor preciso, que se calcula relacionando de diversas maneras un indicador de deterioro con un conjunto de variables explicativas. En esta clase se agrupan los modelos puramente mecanicistas, de regresión y empírico mecanicistas antes descritos.

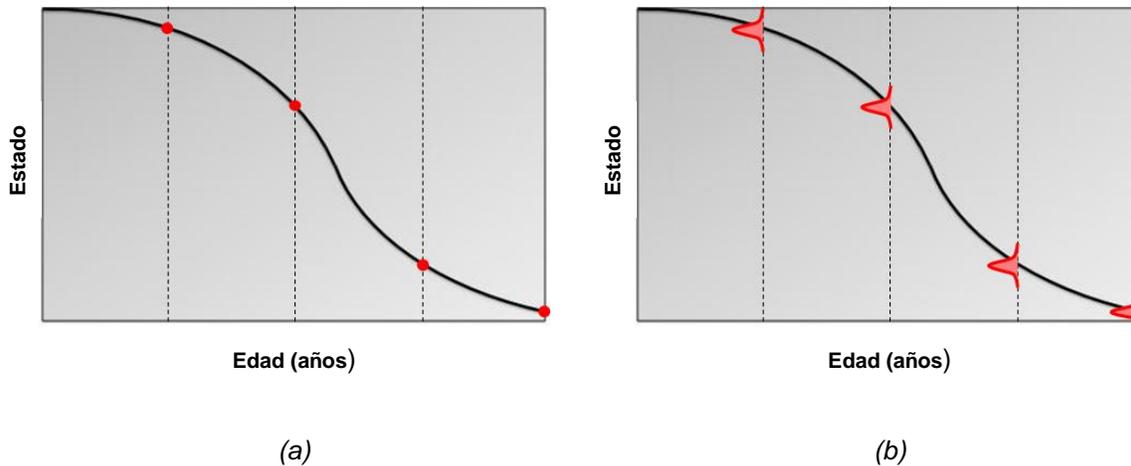


Figura 2.1. Modelos deterministas y probabilísticos (Li, 1997).

b) *Probabilísticos*. El estado futuro del pavimento se estima como una función de probabilidad para el conjunto de posibles estados que podrían presentarse.

Se pueden utilizar dos tipos de funciones de probabilidad:

- i) *Función continua*. Expresa la probabilidad de que un índice de estado sea mayor que un valor dado en relación con la edad del pavimento. Este tipo de función se conoce como “curva de supervivencia”.
- ii) *Función discreta*. Denominada también “función markoviana” porque se basa en el concepto de “cadenas de Markov”, esta función divide el espacio de todas las condiciones posibles en una serie de “estados”.

Hasta ahora, en nuestro país sólo se han utilizado los modelos de tipo determinista, tanto en las aplicaciones de diseño de pavimentos como en las de gestión. Es un hecho conocido que la aplicación de este tipo de modelos conlleva dificultades importantes relacionadas con la falta de información. Los datos requeridos pueden llegar a ser muy numerosos y variados, como sucede con la última versión del método de diseño de la AASHTO o con el modelo HDM 4 para gestión.

Adicionalmente, existen limitaciones en lo que respecta a la pertinencia de estos modelos en el medio mexicano. Si bien estas limitaciones podrían superarse en algunos casos mediante esfuerzos de calibración de los modelos, la realidad es que hasta ahora no existen estudios de ese tipo, y persisten dudas respecto a si los modelos actualmente en uso son realmente aplicables bajo las condiciones propias de México.

El uso de modelos de deterioro basado en cadenas de Markov se remonta a la década de los setenta (Karan, et al., 1979). A partir de entonces, estos modelos han ido ganando en popularidad entre técnicos y organizaciones de carreteras; una expresión de lo anterior ha sido su uso recurrente en diversos sistemas de gestión de pavimentos, entre los que destacan (Ortiz-García, et al., 2006): Sistema de Optimización de Red (*Network Optimization System, NOS*), Sistema para la Programación de Inversiones en Carreteras (*Highway Investment Programming System, HIPS*), Modelo de Condición de Redes de Carreteras (*Road Network Condition Model, NETCOM*), Sistema de Gestión de la Conservación de Pavimentos (*Pavement Maintenance Management System, MicroPAVER*) y Modelo de Planeación Estratégica (*Strategic Planning Model, STRAT-2*).

2.2 Definición y propiedades de las cadenas de Markov

El modelo de cadenas de Markov se refiere a un proceso estocástico con las siguientes propiedades:

- a) Es discreto en el tiempo.
- b) Se define en un espacio finito de estados posibles.
- c) El cambio entre estados está determinado por un conjunto de probabilidades p_{ij} .
- d) La probabilidad de que el proceso pase del estado i al j (p_{ij}) depende únicamente del estado actual y no de los estados anteriores. A esta característica se le conoce como *propiedad de Markov* y puede enunciarse como (Lam, 2008):

$$p_{ij}(a_{t+1})|a_1, a_2, \dots, a_t = p_{ij}(a_{t+1})|a_t \quad (2.1)$$

Para utilizar las cadenas de Markov en el modelado del deterioro del pavimento, normalmente se parte de los siguientes supuestos:

- Los estados del proceso corresponden a los distintos niveles de deterioro del pavimento, definidos en términos de medidas del daño como la irregularidad, los deterioros superficiales o índices compuestos como el Índice de Nivel de Servicio Actual (*PSI* por *Present Serviceability Index*) (AASHTO, 1993).
- El nivel de deterioro se expresa a través de *estados* o *bandas de condición*, definidos en términos de algún indicador de interés, por ejemplo, $1.5 \leq IRI < 3.5$ para el Índice de Regularidad Internacional (IRI).

- Los estados del proceso ocurren en ciclos de servicio con una duración fija, normalmente de un año.
- Se asume que el deterioro de pavimentos cumple con la propiedad de Markov, es decir, que el estado futuro depende únicamente del estado actual.

Cuando se utilizan cadenas de Markov, el estado del pavimento en un ciclo de servicio t se representa a través de un *vector de estado* que tiene la forma:

$$\mathbf{a}_t = (a_{t,1}, a_{t,2}, \dots, a_{t,n}) \quad (2.2)$$

donde:

\mathbf{a}_t : Vector de estado en el ciclo de servicio t .

$a_{t,i}$: Fracción de la red que se encuentra en el estado i durante el ciclo de servicio t .

$$a_{t,i} \geq 0 \quad \forall i$$

$$\sum_i a_{t,i} = 1$$

En la Figura 2.2 se ilustran los conceptos de *estado*, *vector de estado* y *ciclo de servicio*.

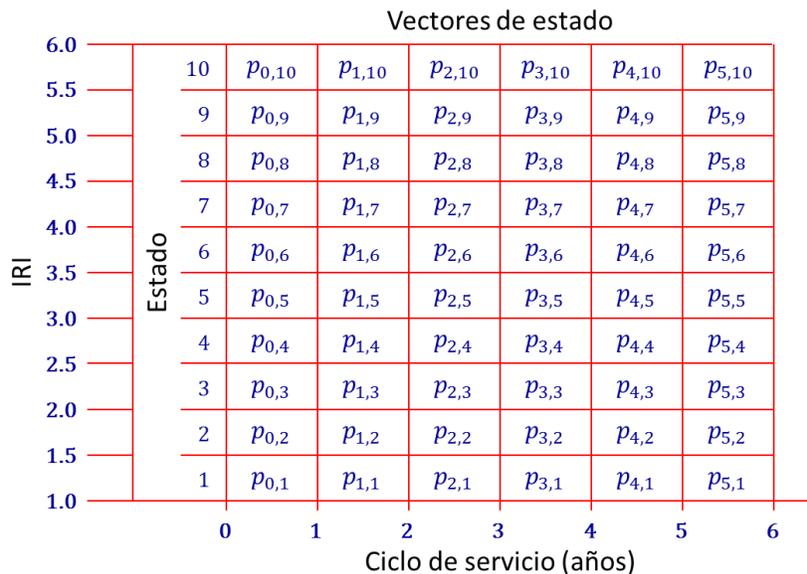


Figura 2.2. Conceptos de estado, vector y ciclo de servicio (Butt, et al., 1994)

Para obtener el vector de estado que corresponde al ciclo de servicio $t + 1$ dado el vector de estado del ciclo t , se utiliza la entidad denominada *matriz de*

probabilidades de transición (MPT). Esta matriz, agrupa todas las probabilidades p_{ij} de que la condición del pavimento pase del estado i al estado j entre dos ciclos de servicio consecutivos, y está dada por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde:

\mathbf{P} : Matriz de probabilidades de transición (MPT).

p_{ij} : Probabilidad de que la condición del pavimento cambie del estado i al estado j entre los ciclos de servicio t y $t + 1$.

Al igual que en el caso del vector de estado, se debe verificar que:

$$p_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j$$

$$\sum_i p_{i,j} = 1 \quad \forall i$$

Tomando en cuenta lo anterior, si \mathbf{a}_0 es el vector de estado al inicio del periodo de análisis ($t = 0$), el vector de estado para $t = 1$ es:

$$\mathbf{a}_1 = [a_{0,1}, a_{0,2}, \dots, a_{0,n}] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} = [a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}]$$

o, en notación matricial:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_0 \mathbf{P} \quad (2.4)$$

Si la MPT se mantiene constante en el segundo año del periodo de análisis y en los ciclos de servicio subsecuentes:

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^2$$

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^t \quad (2.5)$$

donde t se refiere a cualquier ciclo de servicio.

Cuando se asume que las matrices de probabilidades de transición no cambian en el tiempo, se denomina a las cadenas de Markov resultantes *cadenas*

homogéneas, y en caso contrario, cadenas no homogéneas. Dado que las variables explicativas del deterioro del pavimento, como el tránsito y las propiedades de los materiales, cambian en el tiempo, en un sentido estricto siempre deberían utilizarse cadenas de Markov no homogéneas para modelar el deterioro de pavimentos. Sin embargo, normalmente el proceso se simplifica obteniendo MPT a intervalos de unos cinco años (Butt, et al., 1994).

Por otro lado, en todo proceso de Markov aplicado a modelar el deterioro de pavimentos, debe verificarse que:

$$p_{ij} = 0 \forall i > j \text{ y:}$$

$$p_{nn} = 1$$

La primera condición se debe a que un pavimento no puede mejorar su condición si no es sometido a trabajos de conservación. Con $p_{nn} = 1$, se establece que existe un estado terminal en el que el pavimento ha alcanzado su peor condición y no puede ya sufrir deterioro alguno. Considerando estas restricciones, la forma usual de una MPT para modelar el deterioro de pavimentos es:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & p_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Adicionalmente, es usual suponer que el pavimento no puede deteriorarse en más de un estado durante un ciclo de servicio, con lo que la MPT queda:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En lo que se refiere al cálculo de los elementos p_{ij} de la MPT, históricamente se han empleado dos métodos (Ortiz-García, et al., 2006). El primero de ellos consiste en obtenerlos como:

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \quad (2.8)$$

donde:

N_{ij} : Número de tramos que pasaron del estado i al estado j en un ciclo de servicio.

N_i : Total de tramos que se encontraban en el estado i al inicio del ciclo.

De lo anterior se desprende que bastan datos de dos años para calcular las probabilidades de transición.

Como se mencionó anteriormente, las cadenas de Markov aplicadas al deterioro de pavimentos son, en general, no homogéneas, por lo que las proporciones representadas por la ecuación 2.8 pueden variar con el tiempo. Así, cuando se modela el deterioro con un proceso homogéneo, conviene utilizar el promedio de las p_{ij} calculadas a lo largo de un cierto número de años para obtener una mejor precisión (Ortiz-García, et al., 2006).

La ausencia de información histórica confiable da paso al segundo método, con el cual las p_{ij} se calculan a partir de las opiniones de un grupo de expertos.

3 Ejemplos de aplicación de cadenas de Markov homogéneas

3.1 Aspectos generales

En este capítulo se presentan ejemplos del uso de cadenas de Markov homogéneas para predecir la evolución del Índice de Regularidad Internacional (IRI), empleando tramos de la red de autopistas del Fondo Nacional de Infraestructura.

La preparación de estos ejemplos tuvo un doble propósito: por un lado, ilustrar la aplicación de las cadenas de Markov homogéneas y, por otro, hacer una valoración inicial de la aplicabilidad de este método en el medio nacional.

Según lo descrito en el capítulo 2, la generación de cadenas de Markov homogéneas supone el uso de series de datos de dos años consecutivos. En este caso, se utilizaron series de IRI correspondientes a los años 2008 y 2009, con un intervalo de medición de 20 m. El procedimiento seguido en los ejemplos puede resumirse como sigue:

- a) Consolidar los datos en segmentos de 100 m, asignando a cada segmento el promedio de las mediciones a cada 20 m. Este paso tuvo por objeto reducir la longitud de las unidades de análisis para facilitar su procesamiento, así como atenuar la dispersión de los datos debida a fenómenos o errores muy localizados.
- b) Obtener la estadística descriptiva de las series originales, con el fin de determinar, entre otras características, el rango de los datos, su nivel de dispersión y su distribución aproximada.
- c) Eliminar valores atípicos de las series originales y someterlas a un proceso de filtrado simple, para que los datos pudieran utilizarse en la generación de las cadenas de Markov.
- d) Definir rangos o bandas de IRI para caracterizar el estado de cada uno de los segmentos.
- e) Obtener la matriz de probabilidades de transición (MPT).
- f) Determinar la evolución de los vectores de estado de cada tramo en el tiempo, de acuerdo con los rangos de condición definidos

- g) Obtener la curva de deterioro a partir de los valores esperados de los vectores de estado correspondientes a cada ciclo de servicio.

Los tramos utilizados en el ejercicio corresponden a segmentos homogéneos de autopista definidos con base en las siguientes características:

- Tipo de pavimento.
- Volumen y composición del tránsito.
- Clima.

Los resultados obtenidos se ilustran mediante dos ejemplos, uno para pavimentos asfálticos y uno para pavimentos de concreto hidráulico.

3.2 Ejemplo para pavimento asfáltico

El tramo analizado en este caso tiene las siguientes características generales:

- Longitud: 30 km.
- Tipo de pavimento: mezcla asfáltica sobre base granular.
- Volumen de tránsito en 2009: 4,164 veh/día.
- Composición vehicular (%):
 - A: 56.40.
 - B: 9.10.
 - C2: 4.20.
 - C3: 4.65.
 - T3-S2: 9.70.
 - T3-S3: 3.85.
 - T3-S2-R4: 12.10.
- Clima: Tropical - subhúmedo.

De acuerdo con el procedimiento de análisis delineado en el inciso anterior, las series originales de IRI a cada 20 m, medidas en 2008 y 2009, se consolidaron en segmentos de 100 m. En la Figura 3.1 se presentan los larguillos de IRI que corresponden a los promedios obtenidos para cada segmento de 100 m.

Además de las series de promedios correspondientes a 2008 y 2009, la Figura 3.1 incluye las diferencias entre las dos series, es decir, la magnitud del incremento de IRI ocurrido entre estos dos años. Como puede apreciarse en la figura, una parte importante de las diferencias resultaron negativas, lo cual, si los datos estuvieran libres de errores, indicaría que el estado del pavimento mejoró en una porción significativa del tramo.

Evidentemente, la condición de los pavimentos solo mejora cuando se ejecutan acciones de conservación o rehabilitación, sin embargo, este no parece ser el caso del tramo del ejemplo, como se muestra enseguida.

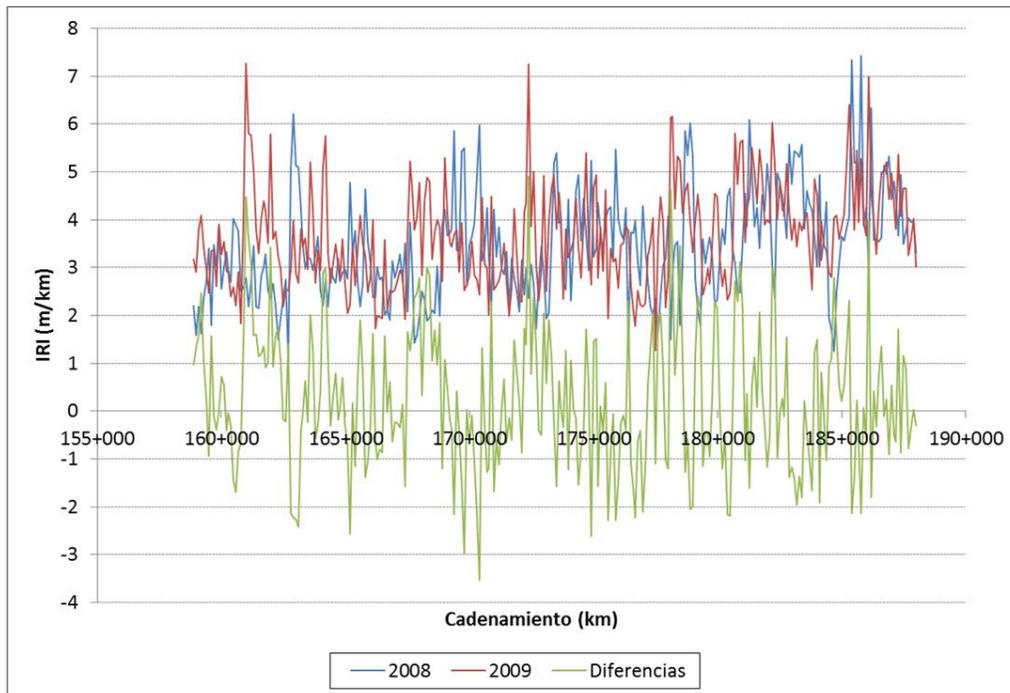


Figura 3.1. Larguillos de IRI, tramo de pavimento asfáltico.

Como parte del proceso de análisis, se obtuvieron los parámetros de estadística descriptiva, histogramas y diagramas de caja de ambas series de datos. Estos resultados, reproducidos en la Tabla 3.1, la Figura 3.2 y la Figura 3.3, revelan lo siguiente:

- El valor medio de IRI pasó de 3.43 a 3.68 m/km entre 2008 y 2009, lo que sugiere un deterioro marginal del tramo en su conjunto.
- La desviación estándar se mantuvo prácticamente sin variación (1.12 a 1.06 m/km), lo cual también puede ser indicativo de un deterioro marginal, ya que, cuando ocurre un deterioro importante, la dispersión de los datos tiende a elevarse. En cambio, los trabajos de conservación periódica producen generalmente una reducción de la dispersión.
- El histograma correspondiente a 2009 presenta un ligero corrimiento hacia la derecha, evidenciando un aumento en el valor global del IRI, que puede apreciarse con mayor claridad en los diagramas de caja de la Figura 3.3.

En la Tabla 3.1 se han incluido los parámetros de estadística descriptiva de las diferencias entre los promedios de IRI de 2008 y 2009. Como se observa, las diferencias tienen una media de 0.25 m/km, resultado que también es congruente con un cambio relativamente pequeño del IRI y con la ausencia de acciones de conservación. Por otro lado, según puede observarse en el histograma de las diferencias (Figura 3.4), estos valores tienen una distribución similar a la normal, lo cual podría indicar que una parte de las diferencias proviene de errores aleatorios vinculados al procedimiento de medición.

Tabla 3.1. Parámetros de estadística descriptiva del IRI, tramo de pavimento asfáltico.

| | 2008 | 2009 | Diferencia |
|---------------------------|------|------|------------|
| n | 292 | 292 | 292 |
| Mínimo | 1.10 | 1.27 | -3.54 |
| Máximo | 7.43 | 7.27 | 4.90 |
| Media | 3.43 | 3.68 | 0.25 |
| Desviación estándar | 1.12 | 1.06 | 1.49 |
| Coefficiente de variación | 0.33 | 0.29 | 6.06 |
| Q1 | 2.67 | 2.88 | -0.79 |
| Mediana | 3.33 | 3.59 | 0.04 |
| Q3 | 4.07 | 4.30 | 1.32 |
| RI | 1.40 | 1.42 | 2.10 |
| Q1-1.5RI | 0.56 | 0.75 | -3.94 |
| Q3+1.5RI | 6.17 | 6.44 | 4.47 |

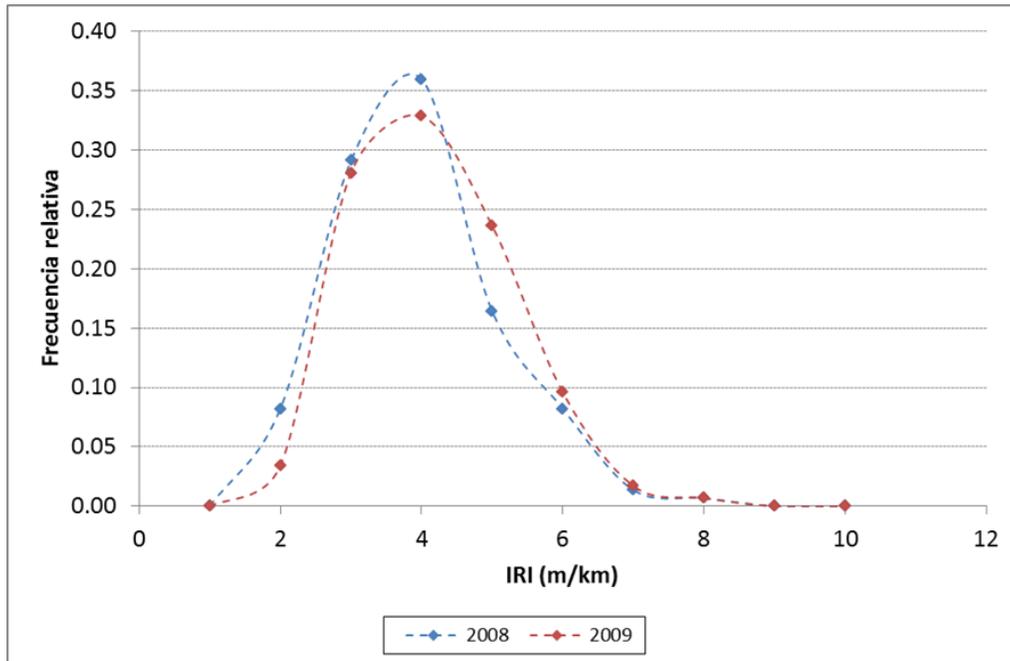


Figura 3.2. Histogramas de los datos de IRI, tramo de pavimento asfáltico.

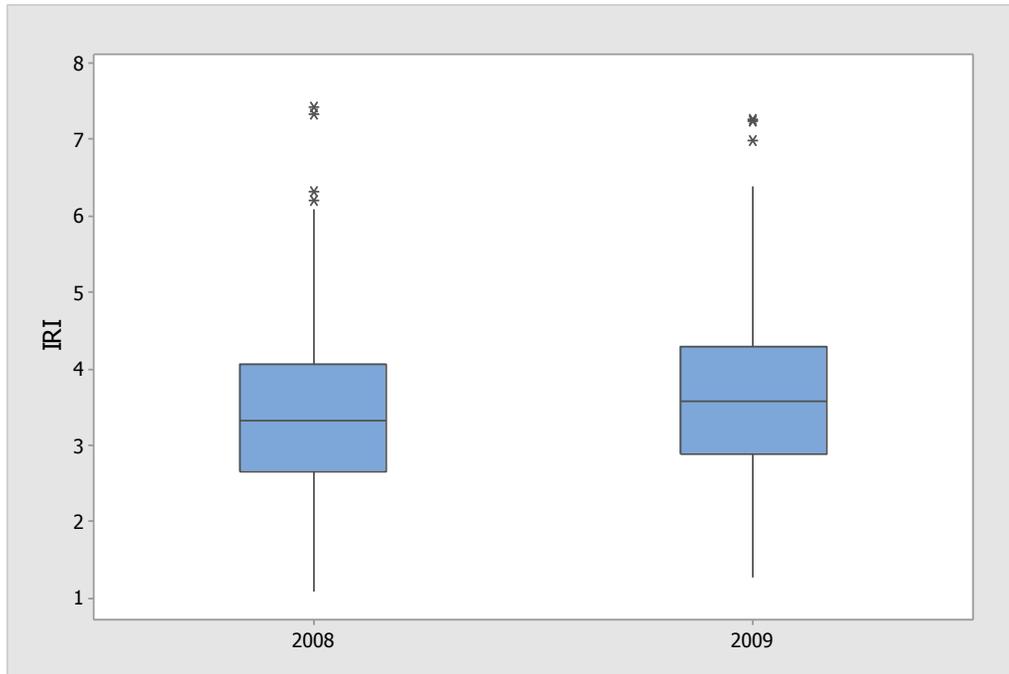


Figura 3.3. Diagramas de caja de los datos de IRI, tramo de pavimento asfáltico.

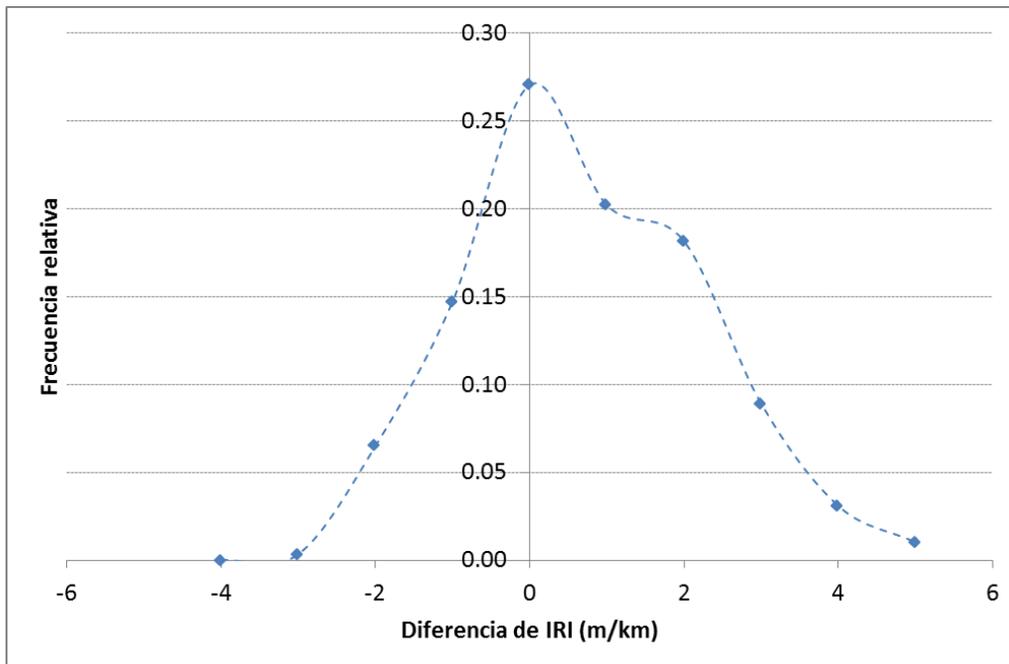


Figura 3.4. Histograma de las diferencias de IRI entre 2008 y 2009, tramo de pavimento asfáltico.

Con el fin de que hacer viable el uso de la información disponible para la obtención de la MPT, se aplicó un proceso simple de detección de valores atípicos y filtrado consistente en:

- Identificar y eliminar valores atípicos, usando el criterio que considera como tales a todas las observaciones fuera del rango $(Q_1 - 1.5RI, Q_3 + 1.5RI)$, donde Q_1 y Q_3 son, respectivamente, el primero y tercer cuartil, y RI es el rango intercuartil (NIST SEMATECH, 2012).
- Filtrar las series originales de acuerdo con los criterios que se definen a continuación:
 - En caso de una diferencia negativa, igualar los valores de IRI de 2008 y 2009. Si el valor absoluto de la diferencia es mayor a 0.25, cambiar el valor de 2009 por el de 2008 y, en caso contrario, proceder a la inversa.
 - Reducir a 1 m/km el valor máximo de las diferencias positivas. Con lo anterior se intentó eliminar valores atípicos adicionales, puesto que el proceso inicial de detección de datos atípicos tuvo un efecto menor sobre los valores extremos. Con este filtro se aseguró, además, que ningún segmento se deteriorara en más de un estado durante los ciclos anuales, ya que, como se ve más adelante, el rango de los intervalos definidos para caracterizar la condición del pavimento fue precisamente de 1 m/km.

En la Figura 3.5 se muestra la apariencia del larguillo de IRI una vez que se aplicó el filtro y se eliminaron los valores atípicos. La Tabla 3.2, la Figura 3.6 y la Figura 3.7 permiten apreciar los cambios en la estadística descriptiva de las series inducidos por esos procesos.

De acuerdo con la Tabla 3.2, la media de los juegos de datos modificados disminuyó a 2.94 y 3.35 m/km para 2008 y 2009, respectivamente, en tanto que la desviación estándar se redujo a 0.80 m/km en ambos casos. Por otro lado, los histogramas de la Figura 3.6 muestran que las nuevas distribuciones tienden a parecerse más a la distribución normal, mientras que los diagramas de caja de la Figura 3.7 hacen evidente la eliminación de los valores atípicos, así como un mayor contraste entre las series de 2008 y 2009.

Una vez que se contó con información apropiada para la generación de la MPT, se definieron los estados del pavimento necesarios para clasificar los datos y obtener las probabilidades de transición. Para ello, se establecieron bandas de 1 m/km y, en concordancia con los valores de IRI contenidos en ambas series, se definieron un total de cinco bandas, la primera de 0.5 a 1.5 m/km y la última de 4.5 a 5.5 m/km. Cada banda quedó identificada por su respectiva marca de clase, 1.0 m/km para la primera y 5.0 m/km para la última, como se indica en la Tabla 3.3.

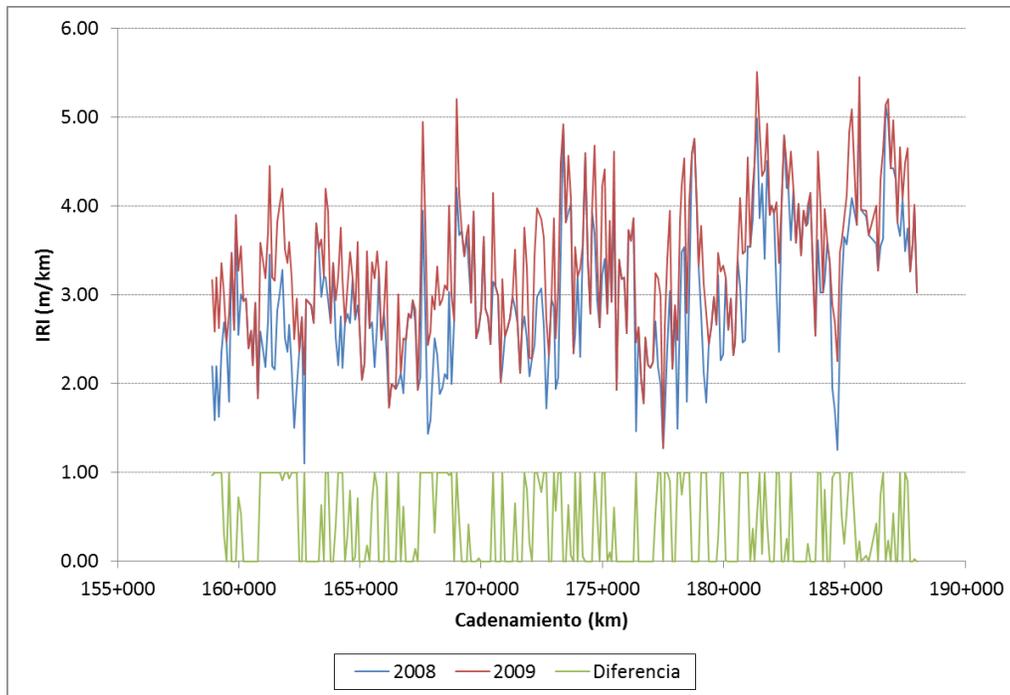


Figura 3.5. Larguillos de IRI resultantes de los procesos de filtrado y detección de valores atípicos, tramo de pavimento asfáltico.

Tabla 3.2. Estadística descriptiva revisada, tramo de pavimento asfáltico.

| | 2008 | 2009 | Diferencia |
|---------------------------|------|------|------------|
| n | 285 | 285 | 285 |
| Mínimo | 1.10 | 1.27 | 0.00 |
| Máximo | 5.22 | 5.51 | 1.00 |
| Media | 2.94 | 3.35 | 0.41 |
| Desviación estándar | 0.80 | 0.79 | 0.46 |
| Coefficiente de variación | 0.27 | 0.24 | 1.12 |
| Q1 | 2.36 | 2.74 | 0.00 |
| Mediana | 2.85 | 3.30 | 0.05 |
| Q3 | 3.55 | 3.94 | 1.00 |
| RI | 1.19 | 1.19 | 1.00 |
| Q1-1.5RI | 0.58 | 0.95 | -1.50 |
| Q3+1.5RI | 5.33 | 5.73 | 2.50 |

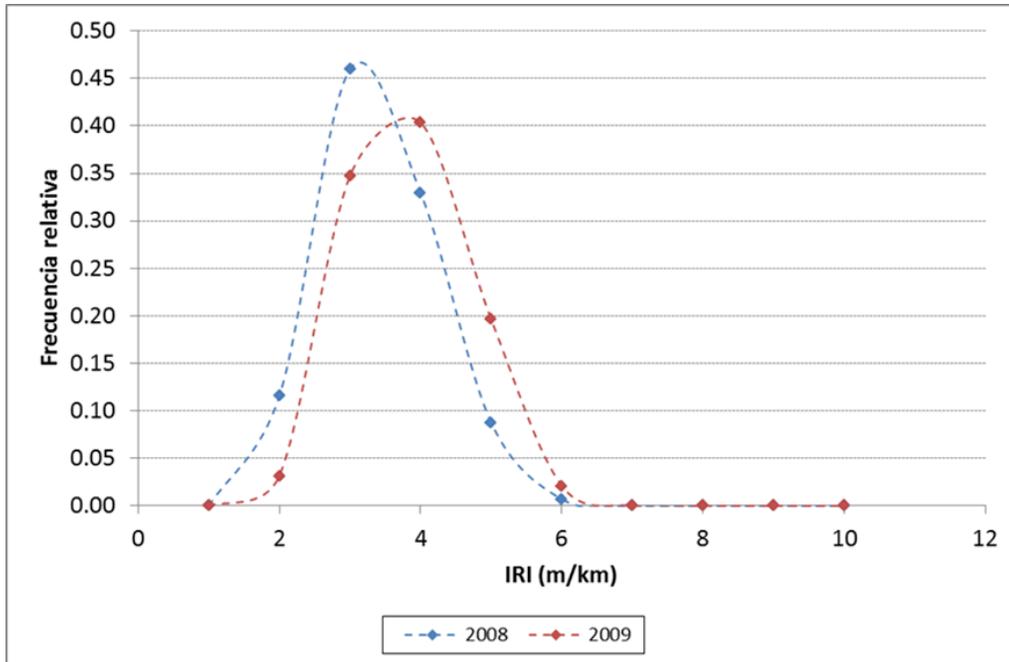


Figura 3.6. Histogramas revisados, tramo de pavimento asfáltico.

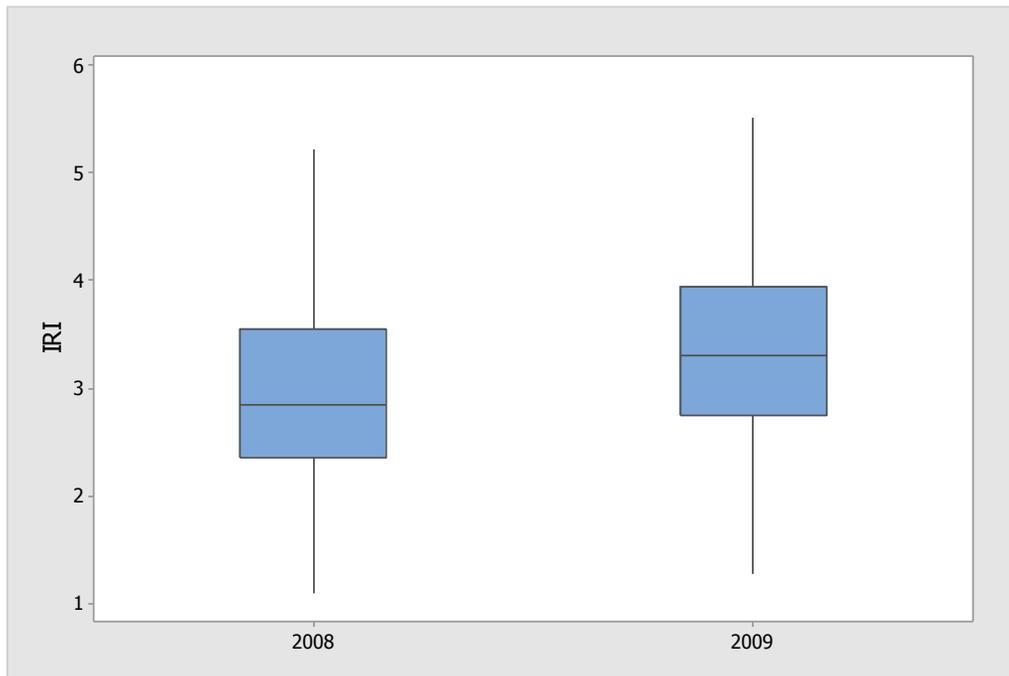


Figura 3.7. Diagramas de caja revisados, tramo de pavimento asfáltico.

Tabla 3.3. Bandas de condición, tramo de pavimento asfáltico.

| Estado | Banda (m/km) | Marca de clase (m/km) |
|--------|--------------|-----------------------|
| 1 | 0.5 – 1.5 | 1.0 |
| 2 | 1.5 – 2.5 | 2.0 |
| 3 | 2.5 – 3.5 | 3.0 |
| 4 | 3.5 – 4.5 | 4.0 |
| 5 | 4.5 – 5.5 | 5.0 |

Con lo anterior, y usando la ecuación 2.8, se procedió al cálculo de las probabilidades de transición y al armado de la MPT que se presenta en la Tabla 3.4. Como puede observarse, en todos los casos y, como resultado de la revisión de los datos, los segmentos solo pueden permanecer en el mismo estado o deteriorarse hasta el siguiente. Nótese también que la probabilidad de que un segmento permanezca en el mismo estado se incrementa conforme avanza el proceso de deterioro; así, $p_{ij} = 0.17$ para la banda (0.5,1.5) y $p_{ij} = 0.75$ para la banda (3.5,4.5)

Tabla 3.4. Matriz de probabilidades de transición, tramo de pavimento asfáltico.

| | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 | 5.0 | $\sum p_i$ |
|-----|------|------|------|------|------|------------|
| 1.0 | 0.17 | 0.83 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1 |
| 2.0 | 0.00 | 0.39 | 0.61 | 0.00 | 0.00 | 1 |
| 3.0 | 0.00 | 0.00 | 0.67 | 0.33 | 0.00 | 1 |
| 4.0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.75 | 0.25 | 1 |
| 5.0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 1 |

Clasificando los datos filtrados de acuerdo con las bandas definidas, se obtuvo el siguiente vector de estado inicial:

$$\mathbf{a}_0 = (0.02, 0.29, 0.43, 0.23, 0.04)$$

Con la multiplicación reiterada de \mathbf{a}_0 por la MPT para un periodo de análisis de 20 años, se generan los vectores de estado de la Tabla 3.5 y la curva de deterioro de la Tabla 3.6. La curva de deterioro se construye con el valor esperado del *IRI* para cada año, el cual se calcula como el producto interior del vector de estado y el vector de marcas de clase, es decir:

Tabla 3.5. Vectores de estado, tramo de pavimento asfáltico.

| t | a _{t,1} | a _{t,2} | a _{t,3} | a _{t,4} | a _{t,5} |
|----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 0 | 0.02 | 0.29 | 0.43 | 0.23 | 0.04 |
| 1 | 0.00 | 0.13 | 0.46 | 0.31 | 0.09 |
| 2 | 0.00 | 0.05 | 0.39 | 0.39 | 0.17 |
| 3 | 0.00 | 0.02 | 0.30 | 0.42 | 0.26 |
| 4 | 0.00 | 0.01 | 0.21 | 0.41 | 0.37 |
| 5 | 0.00 | 0.00 | 0.15 | 0.38 | 0.47 |
| 6 | 0.00 | 0.00 | 0.10 | 0.34 | 0.56 |
| 7 | 0.00 | 0.00 | 0.07 | 0.29 | 0.64 |
| 8 | 0.00 | 0.00 | 0.05 | 0.24 | 0.72 |
| 9 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.19 | 0.77 |
| 10 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.16 | 0.82 |
| 11 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.13 | 0.86 |
| 12 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.10 | 0.89 |
| 13 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.08 | 0.92 |
| 14 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.06 | 0.93 |
| 15 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.05 | 0.95 |
| 16 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.04 | 0.96 |
| 17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.97 |
| 18 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.98 |
| 19 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.98 |
| 20 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.99 |

Tabla 3.6. Curva de deterioro, tramo de pavimento asfáltico.

| t | IRI _t | Monte Carlo |
|----|------------------|-------------|
| 1 | 2.97 | 1.00 |
| 2 | 3.36 | 1.82 |
| 3 | 3.67 | 2.46 |
| 4 | 3.93 | 2.93 |
| 5 | 4.14 | 3.31 |
| 6 | 4.32 | 3.62 |
| 7 | 4.46 | 3.90 |
| 8 | 4.58 | 4.11 |
| 9 | 4.67 | 4.29 |
| 10 | 4.75 | 4.46 |
| 11 | 4.80 | 4.59 |
| 12 | 4.85 | 4.70 |
| 13 | 4.89 | 4.77 |
| 14 | 4.91 | 4.82 |
| 15 | 4.94 | 4.86 |
| 16 | 4.95 | 4.89 |
| 17 | 4.96 | 4.92 |
| 18 | 4.97 | 4.94 |
| 19 | 4.98 | 4.95 |
| 20 | 4.99 | 4.96 |
| 21 | 4.99 | 4.97 |

$$IRI_t = a_t \cdot c$$

donde:

IRI_t : Estimación del IRI para el ciclo de servicio t .

a_t : Vector de estado para el ciclo de servicio t .

c : Vector de marcas de clase.

Los valores de la última columna de la Tabla 3.6 se calcularon mediante una versión modificada de un algoritmo de simulación Montecarlo desarrollado en la

Universidad Brigham Young de Provo, Utah (Pierce, 2003). Este algoritmo produce un total de 1,500 curvas de deterioro, cuyos datos promedia para aproximar la solución. Cada curva se obtiene a partir de números aleatorios que el algoritmo utiliza como entrada para pronosticar el deterioro a través de una MPT de probabilidades acumuladas. La simulación Montecarlo permite obtener puntos de la curva de deterioro que no aparecen en la curva original, por corresponder a estados de deterioro previos al estado actual.

La Figura 3.8 muestra la representación gráfica de la evolución de los vectores de estado y las curvas de deterioro. De acuerdo con esta figura, el deterioro ocurre de manera relativamente acelerada en los primeros años, y se estabiliza después de manera asintótica con respecto al valor $c_5 = 5$ m/km de la última marca de clase. Es decir, el valor máximo de la curva de deterioro está condicionado por el máximo contenido en las series de datos utilizadas para obtener la MPT, por lo que se considera que la cadena de Markov homogénea pierde su capacidad predictiva conforme se va alcanzando ese valor máximo.

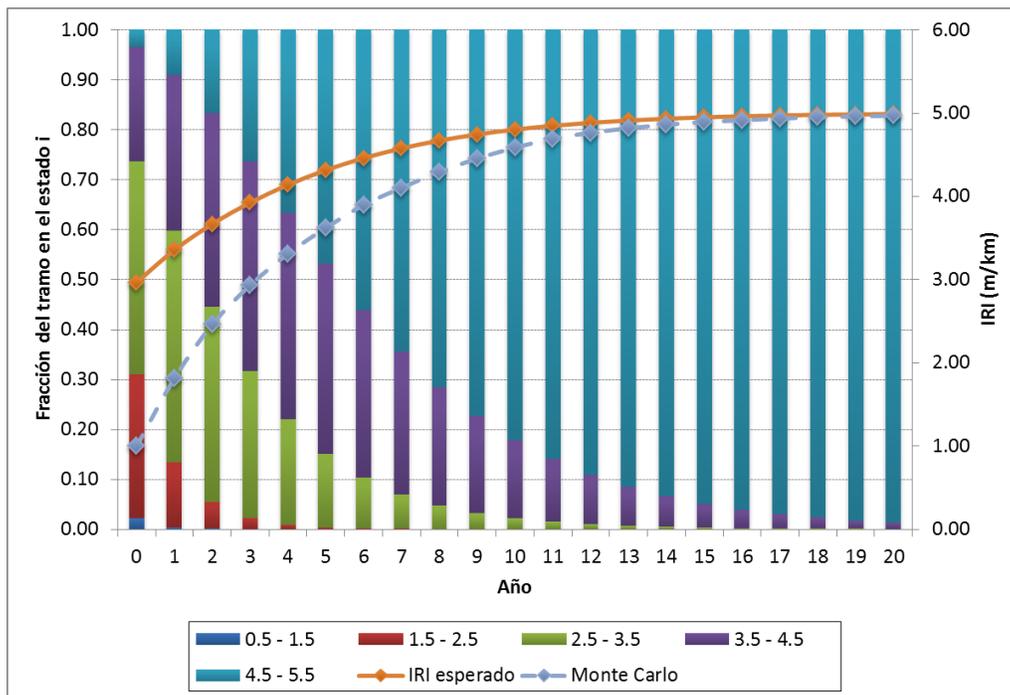


Figura 3.8. Representación gráfica de los vectores de estado y la curva de deterioro, tramo de pavimento asfáltico.

Adicionalmente, se observa que la curva de deterioro tiene una concavidad opuesta a la reportada en la literatura para la evolución de la regularidad de los pavimentos, hecho que deberá ser investigado en trabajos posteriores,

Por otro lado, en la Figura 3.8 se aprecia que la curva generada con el algoritmo de simulación Montecarlo se encuentra desplazada hacia la derecha con respecto a la que se obtuvo a partir de los vectores de estado. Lo anterior se debe a que el algoritmo modela el deterioro de tramos nuevos con un valor inicial de $IRI =$

1 m/km (primera marca de clase), lo cual explica, además, que esta curva tenga tres puntos más que la curva calculada con la MPT. Así, la curva resultante de la simulación podría utilizarse para predecir el deterioro de segmentos nuevos con las mismas características de diseño y solicitaciones que las de los segmentos empleados para calcular la MPT.

3.3 Limitaciones para la verificación del pronóstico

Desafortunadamente, en esta etapa no fue posible identificar series de datos posteriores a 2009 que permitieran comparar el deterioro real con el estimado a través de la cadena de Markov. En el caso del tramo de pavimento asfáltico utilizado en el ejemplo, aunque se tuvo acceso a datos medidos en 2011, estos datos revelaron que después de 2009 sí se llevaron a cabo acciones de conservación.

En la Figura 3.9, se ha añadido a los histogramas de IRI de 2008 y 2009 el que corresponde a 2011. Como puede observarse en la figura, los datos de 2011 tienen una media y una dispersión sensiblemente menores a los de 2008 y 2009, lo cual solo puede explicarse por la ejecución de obras de conservación en el tramo. Los diagramas de caja de la Figura 3.10 corroboran lo anterior.

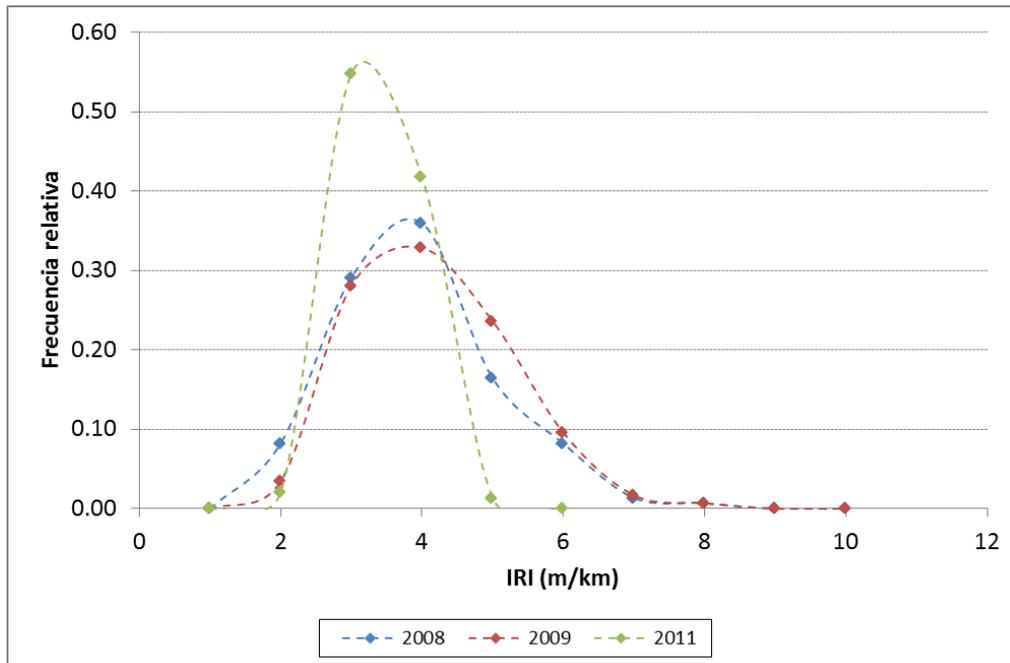


Figura 3.9. Histogramas de las series de datos del tramo de pavimento asfáltico para los años 2008, 2009 y 2011.

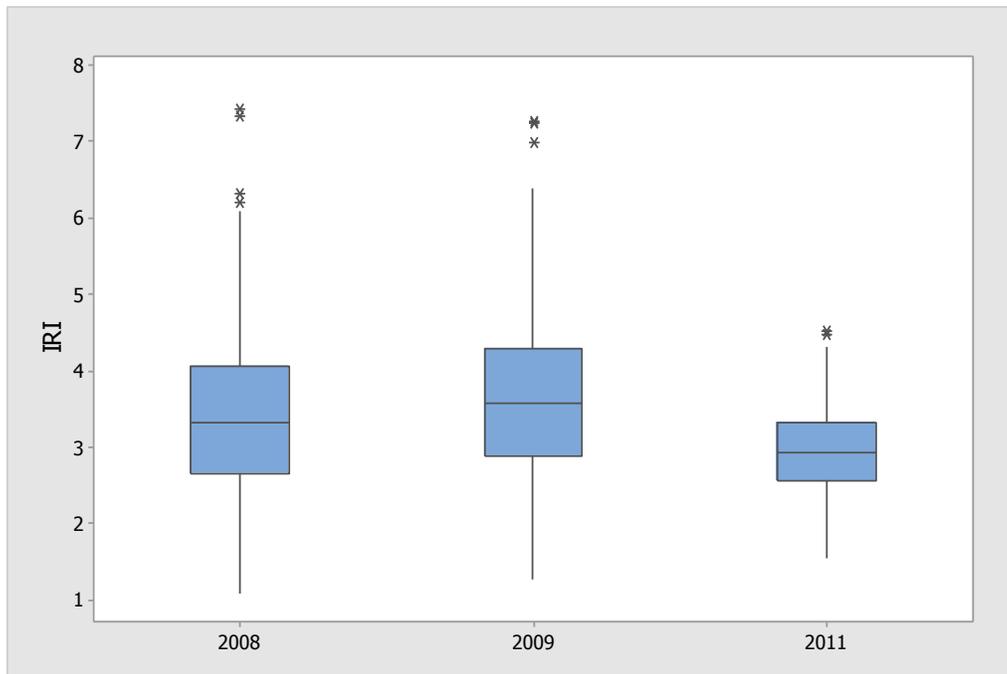


Figura 3.10. Diagramas de caja de las series de datos del tramo de pavimento asfáltico para los años 2008, 2009 y 2011.

3.4 Ejemplo para pavimento de concreto hidráulico

En este caso, los datos generales del tramo son:

- Longitud: 16.5 km.
- Tipo de pavimento: Concreto simple con juntas y pasajuntas.
- Volumen de tránsito en 2009: 6,314 veh/día
- Composición vehicular (%):
 - A: 64.55.
 - B: 3.35.
 - C2: 3.05.
 - C3: 3.35.
 - T3-S2: 17.70.
 - T3-S3: 3.55.
 - T3-S2-R4: 4.45.
- Clima: Subtropical templado - semiárido.

Al igual que con el tramo de pavimento asfáltico, las series originales de 2008 y 2009 se consolidaron para segmentos de 100 m, promediando los valores originales de IRI registrados a cada 20 m. La Figura 3.11 contiene los larguillos de las dos series y el de la diferencia entre ambas.

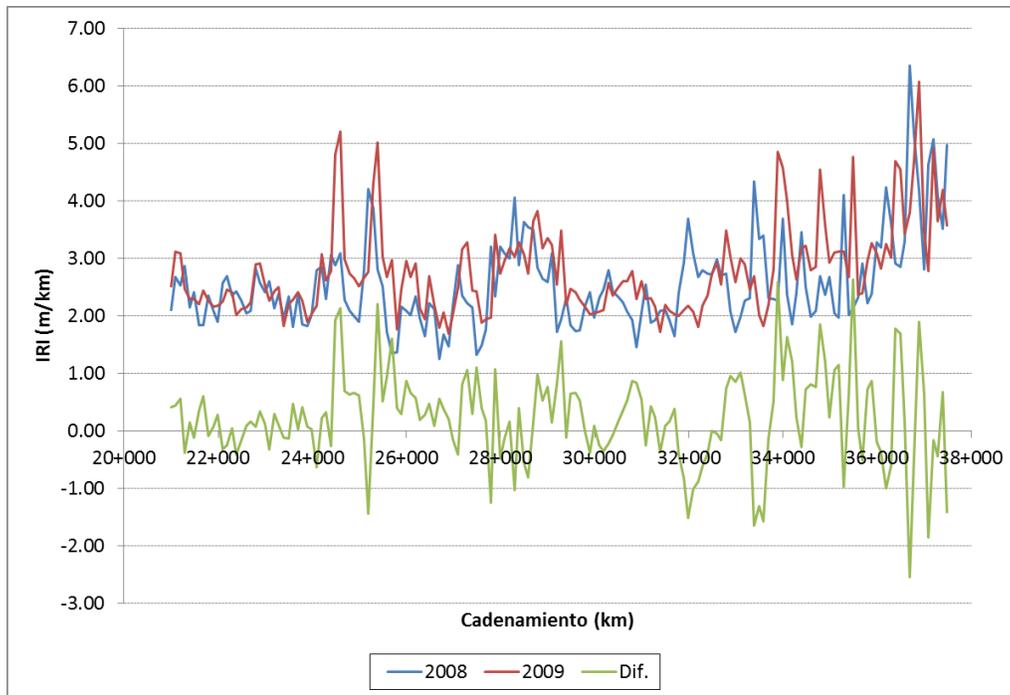


Figura 3.11. Larguillos de IRI, tramo de concreto hidráulico.

En términos generales, se observa el mismo comportamiento de los datos en lo que se refiere a la existencia de un porcentaje significativo de diferencias negativas y al incremento marginal del IRI, como lo demuestran los resultados del análisis de estadística descriptiva que se resume en la Tabla 3.7, la Figura 3.12 y la Figura 3.13.

Tabla 3.7. Parámetros de estadística descriptiva del IRI, tramo de concreto hidráulico.

| | 2008 | 2009 | Diferencia |
|---------------------------|------|------|------------|
| n | 166 | 166 | 166 |
| Mínimo | 1.25 | 1.69 | -2.55 |
| Máximo | 6.35 | 6.07 | 2.64 |
| Media | 2.56 | 2.79 | 0.23 |
| Desviación estándar | 0.80 | 0.79 | 0.81 |
| Coefficiente de variación | 0.31 | 0.28 | 3.53 |
| Q1 | 2.05 | 2.21 | -0.20 |
| Mediana | 2.36 | 2.52 | 0.16 |
| Q3 | 2.87 | 3.10 | 0.66 |
| RI | 0.82 | 0.89 | 0.86 |
| Q1-1.5RI | 0.83 | 0.87 | -1.49 |
| Q3+1.5RI | 4.09 | 4.43 | 1.96 |

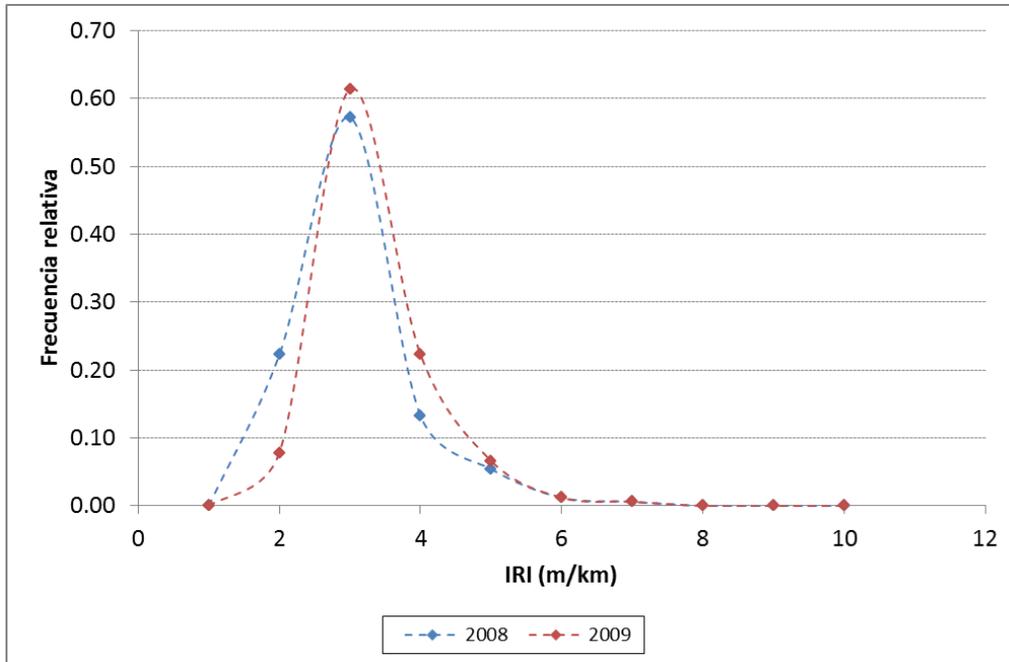


Figura 3.12. Histogramas de los datos de IRI, tramo de concreto hidráulico.

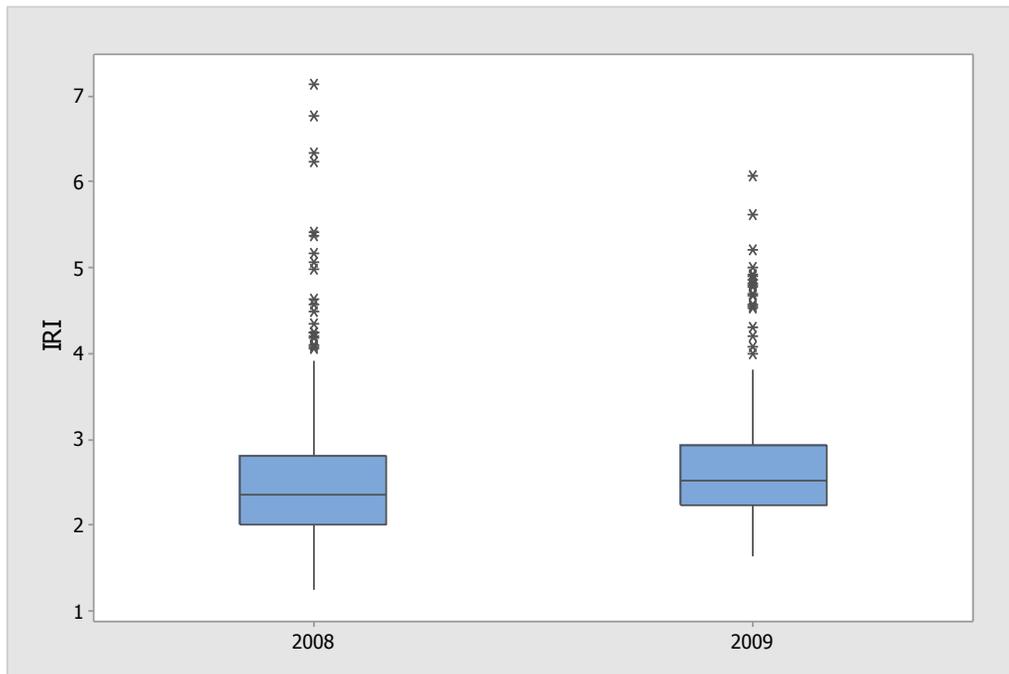


Figura 3.13. Diagramas de caja de los datos de IRI, tramo de pavimento asfáltico.

Los resultados anteriores se pueden resumir como sigue:

- La media de los datos de IRI se incrementó en 0.23 m/km, al pasar de 2.56 a 2.79 m/km.
- Los datos del tramo de concreto hidráulico tienen una desviación estándar un tanto menor que los del pavimento asfáltico (0.80 contra 1.10 m/km). En ambos casos, la dispersión se mantuvo prácticamente constante (0.80 y 0.79 m/km para el tramo de concreto), lo cual constituye de nuevo un indicio de que no se intervino el tramo.
- Los histogramas de los datos y los diagramas de caja corroboran que el IRI tuvo un incremento marginal, y que no existen elementos para suponer que se llevaron a cabo trabajos de conservación.

Como en el caso del tramo asfáltico, los datos del tramo de concreto fueron objeto de procesos de filtrado y detección de valores atípicos. La Figura 3.14 muestra los larguillos resultantes.

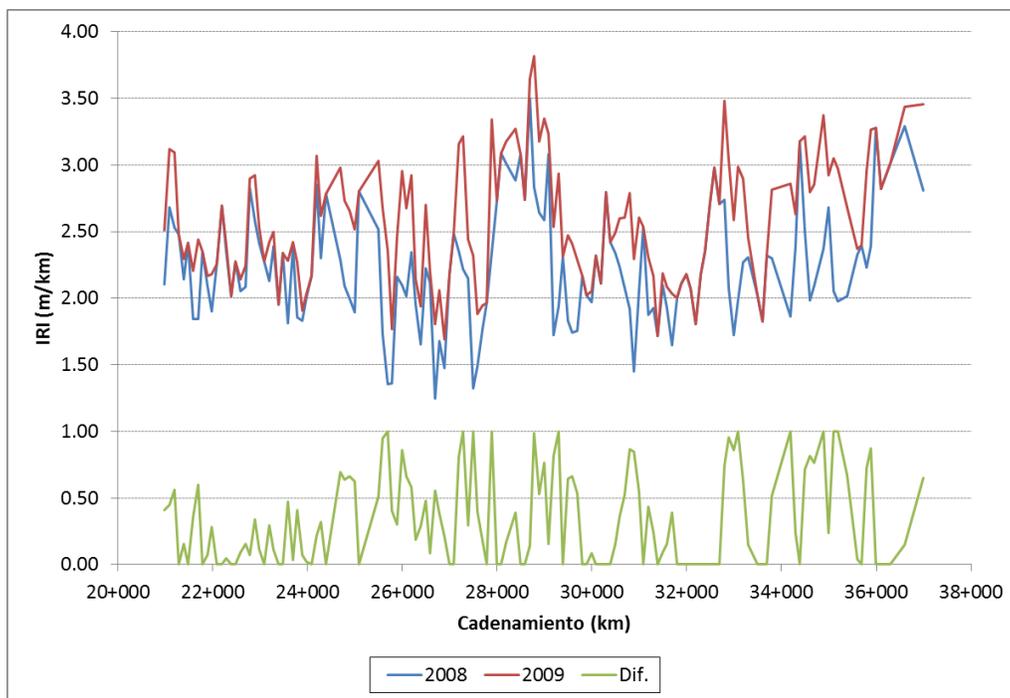


Figura 3.14. Larguillos de IRI resultantes de los procesos de filtrado y detección de valores atípicos, tramo de concreto hidráulico.

Igualmente, se establecieron bandas de condición de 1 m/km, sin embargo, solo se definieron las cuatro bandas contenidas en la Tabla 3.8, ya que no se encontraron dentro de las series filtradas valores mayores a 4.5 m/km.

A partir de las bandas anteriores y calculando las probabilidades de transición con la ecuación 2.8, se obtuvo la MPT contenida en la Tabla 3.9.

Tabla 3.8. Bandas de condición, tramo de concreto hidráulico.

| Estado | Banda (m/km) | Marca de clase (m/km) |
|--------|--------------|-----------------------|
| 1 | 0.5 – 1.5 | 1.0 |
| 2 | 1.5 – 2.5 | 2.0 |
| 3 | 2.5 – 3.5 | 3.0 |
| 4 | 3.5 – 4.5 | 5.0 |

Tabla 3.9. Matriz de probabilidades de transición, tramo de concreto hidráulico.

| | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 | $\sum p_i$ |
|-----|------|------|------|------|------------|
| 1.0 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 1 |
| 2.0 | 0.00 | 0.64 | 0.36 | 0.00 | 1 |
| 3.0 | 0.00 | 0.00 | 0.97 | 0.03 | 1 |
| 4.0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 1 |

El vector de estado inicial que corresponde a los datos de este tramo es:

$$a_0 = (0.05, 0.71, 0.23, 0.01)$$

Procediendo también de manera análoga respecto al tramo de pavimento asfáltico, se obtuvieron los vectores de estado y la curva de deterioro que se presentan en forma tabular en la Tabla 3.10 y en la Tabla 3.11, y en forma gráfica en la Figura 3.15.

En general, puede afirmarse que los resultados obtenidos son equivalentes a los del ejemplo anterior, incluyendo el hecho de que la curva de deterioro se vuelve asintótica con respecto al valor máximo existente en los datos.

Cabe mencionar que los resultados generados para otros tramos de la red FONADIN muestran un comportamiento muy similar a los ilustrados en este capítulo, aunque, por supuesto, se encontraron variaciones relacionadas con el rango de las series originales, su dispersión, y el número de estados de condición que pudieron ser definidos. Este último factor, evidentemente, tiene una influencia muy importante sobre la utilidad de las cadenas de Markov para predecir el deterioro.

Tabla 3.10. Vectores de estado, tramo de concreto hidráulico.

| t | $a_{t,1}$ | $a_{t,2}$ | $a_{t,3}$ | $a_{t,4}$ |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 0.05 | 0.71 | 0.23 | 0.01 |
| 1 | 0.00 | 0.51 | 0.48 | 0.01 |
| 2 | 0.00 | 0.33 | 0.65 | 0.03 |
| 3 | 0.00 | 0.21 | 0.74 | 0.05 |
| 4 | 0.00 | 0.14 | 0.79 | 0.07 |
| 5 | 0.00 | 0.09 | 0.82 | 0.09 |
| 6 | 0.00 | 0.06 | 0.82 | 0.12 |
| 7 | 0.00 | 0.04 | 0.82 | 0.14 |
| 8 | 0.00 | 0.02 | 0.81 | 0.17 |
| 9 | 0.00 | 0.01 | 0.79 | 0.19 |
| 10 | 0.00 | 0.01 | 0.77 | 0.22 |
| 11 | 0.00 | 0.01 | 0.75 | 0.24 |
| 12 | 0.00 | 0.00 | 0.73 | 0.26 |
| 13 | 0.00 | 0.00 | 0.71 | 0.29 |
| 14 | 0.00 | 0.00 | 0.69 | 0.31 |
| 15 | 0.00 | 0.00 | 0.67 | 0.33 |
| 16 | 0.00 | 0.00 | 0.65 | 0.35 |
| 17 | 0.00 | 0.00 | 0.63 | 0.37 |
| 18 | 0.00 | 0.00 | 0.61 | 0.39 |
| 19 | 0.00 | 0.00 | 0.59 | 0.41 |
| 20 | 0.00 | 0.00 | 0.58 | 0.42 |

Tabla 3.11. Curva de deterioro, tramo de concreto hidráulico.

| t | IRI _t | Monte Carlo |
|----|------------------|-------------|
| 1 | 2.20 | 1.00 |
| 2 | 2.51 | 2.00 |
| 3 | 2.70 | 2.36 |
| 4 | 2.84 | 2.61 |
| 5 | 2.94 | 2.75 |
| 6 | 3.01 | 2.87 |
| 7 | 3.06 | 2.96 |
| 8 | 3.11 | 3.03 |
| 9 | 3.15 | 3.09 |
| 10 | 3.18 | 3.13 |
| 11 | 3.21 | 3.16 |
| 12 | 3.23 | 3.19 |
| 13 | 3.26 | 3.21 |
| 14 | 3.28 | 3.24 |
| 15 | 3.31 | 3.25 |
| 16 | 3.33 | 3.28 |
| 17 | 3.35 | 3.30 |
| 18 | 3.37 | 3.32 |
| 19 | 3.39 | 3.34 |
| 20 | 3.41 | 3.36 |
| 21 | 3.42 | 3.37 |

3.5 Conclusiones de los ejemplos de aplicación

Del ejercicio de aplicación de las cadenas de Markov homogéneas al deterioro de pavimentos en México, pueden obtenerse las siguientes conclusiones:

- Se ha podido confirmar que la aplicación del método es relativamente sencilla, siempre y cuando exista la información necesaria. Quizá la parte más compleja del procedimiento utilizado es la que se refiere a la detección de datos atípicos y al filtrado de las series originales.

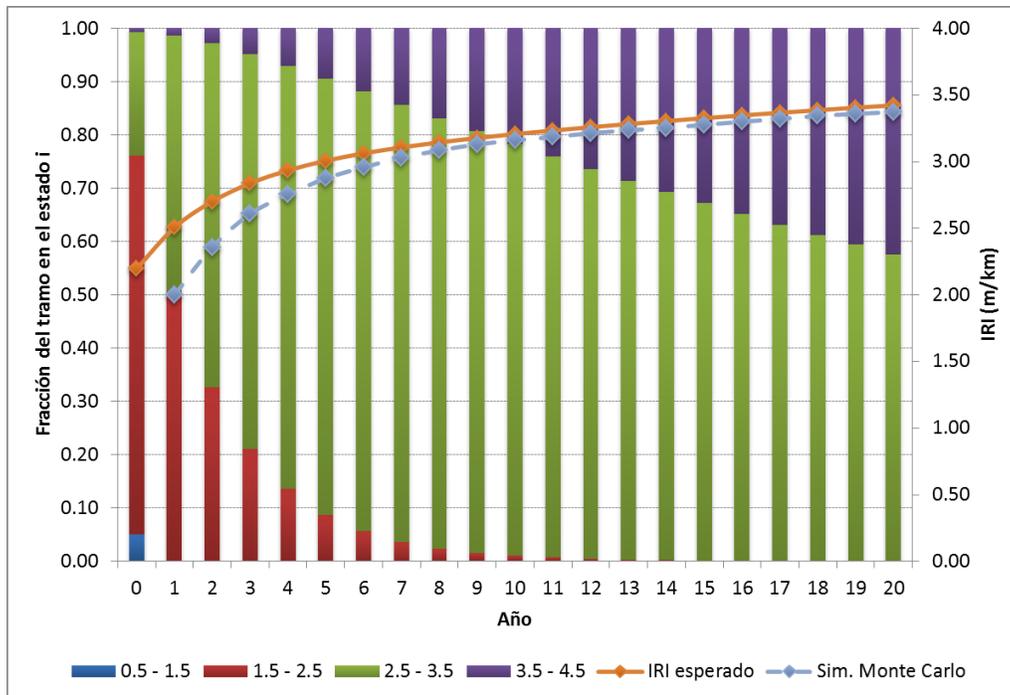


Figura 3.15. Representación gráfica de los vectores de estado y la curva de deterioro, tramo de concreto hidráulico.

En los ejemplos, los procesos anteriores se implementaron mediante métodos simplificados, sin embargo, es recomendable explorar técnicas avanzadas de identificación de datos atípicos y de procesamiento de series de tiempo como parte de la aplicación formal del método.

- Las cadenas de Markov homogéneas pueden perder su capacidad predictiva conforme avanza el periodo de análisis, no solo porque las curvas de deterioro se vuelven asintóticas con respecto al valor máximo existente en las series, sino también porque ignoran la evolución de variables explicativas de gran importancia como el volumen de tránsito o la capacidad estructural del pavimento.

En relación con los valores máximos, es pertinente agregar que, cuando los tramos se encuentran en buen estado, esos valores son muy similares a los mínimos, lo que reduce el número de estados de condición que se pueden definir.

- La concavidad de las curvas de deterioro obtenidas es opuesta a la que normalmente se reporta en la literatura, lo cual debe ser objeto de estudio en trabajos posteriores.
- El uso de cadenas de Markov homogéneas conlleva las siguientes ventajas adicionales a las ya mencionadas:

- Como se ha mostrado en los ejemplos, la generación de la MPT y del pronóstico de deterioro requiere únicamente datos de dos años consecutivos.
- Las cadenas de Markov homogéneas (y también las no homogéneas) pueden utilizarse para modelar la degradación de los pavimentos y de cualesquier otros activos carreteros como puentes, drenaje, señalamiento, etc. (NHCRP, 2012). Lo anterior es posible porque el método se basa en un enfoque probabilístico que no considera ninguna relación, empírica o mecanicista, entre las variables involucradas en el proceso de deterioro, aunque, como se puntualiza enseguida, este hecho da lugar también a una de las principales desventajas del método.
- En lo que respecta a las desventajas de las cadenas de Markov homogéneas, se puede añadir que no proveen mecanismos para relacionar formalmente las variables explicativas con los indicadores de deterioro utilizados en el pronóstico. Lo anterior, y los demás inconvenientes ya mencionados, pueden hacer que la precisión de la estimación sea muy baja después de los primeros años del periodo de análisis.

Las limitaciones de las cadenas de Markov homogéneas han dado lugar a métodos alternativos para la obtención de las MPT, como los que se presentan en los siguientes capítulos.

4 Métodos alternativos para la obtención de las MPT

4.1 Optimización de la matriz de probabilidades de transición

Como se mencionó en el inciso 2.1, durante las últimas décadas se han desarrollado diversos sistemas de gestión de pavimentos (SGP) que incorporan modelos de deterioro basados en cadenas de Markov. Entre estos sistemas, uno de los más representativos es el conocido como *MicroPAVER*, el cual fue creado originalmente por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los EUA y, en la década de los noventa, fue objeto de un extenso proyecto de mejora que resultó en la incorporación de las componentes que se enumeran a continuación (Butt, et al., 1994):

- a) *Familias de pavimentos*, es decir, categorías definidas a partir de características como tipo de pavimento, historial, estado y uso.
- b) Modelos markovianos de predicción del deterioro.
- c) Un algoritmo de optimización de los programas de conservación.
- d) Procedimientos de optimización basados en la relación beneficio / costo y en la relación beneficio / costo incremental.

El desarrollo de los modelos de deterioro basados en cadenas de Markov incluyó las siguientes acciones:

- a) Seleccionar de un conjunto de tramos carreteros y clasificarlos en familias con características similares.
- b) Preparar series de datos históricos de diez o más años para cada una de las familias.
- c) Someter las series del punto anterior a procesos de filtrado y análisis de valores atípicos.
- d) Con base en los datos históricos ya procesados, obtener una matriz de probabilidades de transición para cada familia, tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- i) Todos los tramos se encuentran en el estado de deterioro 1 a la edad de cero años, es decir, el vector de estado al inicio del periodo de análisis está dado por:

$$\mathbf{a}_0 = (1, 0, \dots, 0)$$

- ii) La condición del pavimento no se degrada en más de un estado por año.

Para estimar las MPT, se aplicó un algoritmo de programación no lineal consistente en determinar p_1 a p_{K-1} parámetros, con K igual al número de estados de deterioro posibles, a fin de minimizar la función objetivo:

$$\sum_{t=1}^N \sum_{j=1}^{M_t} \{Y(t, j) - E[X(t, p_t)]\} \quad (4.1)$$

donde:

N : Número de ciclos de servicio (años) con datos disponibles.

M_t : Total de mediciones del indicador de deterioro registradas en el año t .

$Y(t, j)$: Medición individual realizada en el año t .

p_t : Probabilidad de permanecer en el mismo estado en el año t .

$E[X(t, p_t)]$: Valor esperado del indicador de deterioro estimado con la cadena de Markov.

En el caso que se describe, se utilizó como indicador de deterioro el Índice de Nivel de Servicio Actual (*PSI*).

Con el fin de tomar en cuenta la variación en el tiempo de parámetros como las cargas de tránsito y las políticas de conservación, el procedimiento considera el uso de un modelo de Markov no homogéneo, que se integra dividiendo el periodo de análisis en subperiodos o *zonas*. Así, se define para de cada zona una cadena homogénea, y se asume que el deterioro es constante dentro de esa zona. El paso de una zona cualquiera a la siguiente supone el uso de una nueva MPT, con lo que el proceso se convierte en un proceso no homogéneo que toma en cuenta de mejor manera el cambio en el tiempo de las variables explicativas. En la Figura 4.1 se ilustra la división del periodo de análisis en zonas.

Ortiz García y otros (Ortiz-García, et al., 2006) proponen tres métodos adicionales para la estimación de matrices de probabilidades de transición a partir de datos históricos. En general, estos métodos se basan también en funciones objetivo que buscan minimizar las diferencias entre los valores observados de los indicadores de deterioro y los que se predicen mediante la MPT. A continuación se presentan las características principales de cada uno de estos métodos.

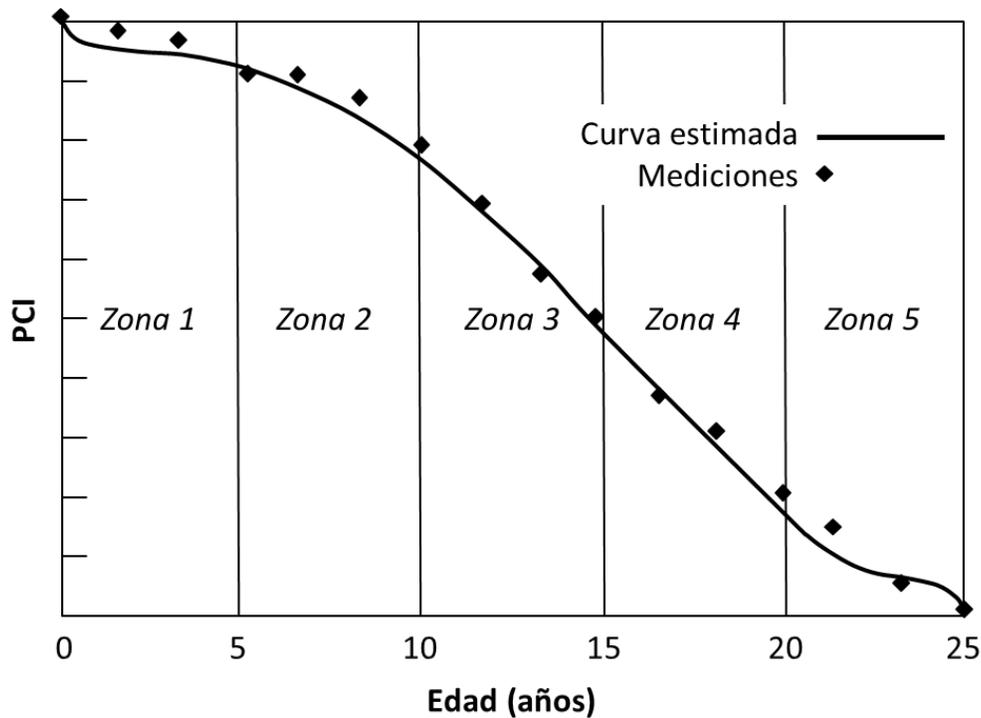


Figura 4.1. División del periodo de análisis en zonas (Butt, et al., 1994).

a) *Método 1: Estimación de la MPT a partir de datos históricos*

En este caso, la función objetivo está dada por:

$$Z = \min \sum_t \sum_j [c_{jt} - \bar{y}(t)]^2 \quad (4.2)$$

donde:

c_{jt} : Condición del sitio j en el ciclo de servicio t .

$\bar{y}(t)$: Condición esperada en t según el proceso de Markov.

Este método es esencialmente igual al descrito al inicio del capítulo.

b) *Método 2: Estimación de la MPT a partir de la regresión de los datos históricos*

Para el segundo método, la función objetivo toma la forma:

$$Z = \min \sum_t [y(t) - \bar{y}(t)]^2 \quad (4.3)$$

donde:

$y(t)$: Valor de la ecuación de regresión para el tiempo t .

$\bar{y}(t)$: Igual que en la ecuación 4.2.

- c) *Método 3: Estimación de la MPT a partir de los datos históricos agrupados en vectores de estado.*

La función objetivo que se utiliza en este método para obtener la MPT es:

$$Z = \min \sum_t \sum_i [a_t(i) - a'_t(i)]^2 \quad (4.4)$$

con:

$a_t(i)$: Distribución de los datos originales en el ciclo de servicio t .

$a'_t(i)$: Distribución en t obtenida con el proceso de Markov

En todos los casos, el problema de optimización se resuelve mediante el algoritmo de programación no lineal del *gradiente reducido generalizado* incluido en la herramienta *Solver* de Excel.

Para comparar los métodos, Ortiz García *et al.* generaron series de datos sintéticas para un periodo de análisis de 20 años, bajo el supuesto de que los datos siguen una distribución normal y usando distintas consideraciones para definir la media y la desviación estándar de esta distribución. En la Figura 4.2 se muestra un ejemplo de las series de datos empleadas en la evaluación de los métodos. La escala con la que se califica el estado es similar a la del PCI.

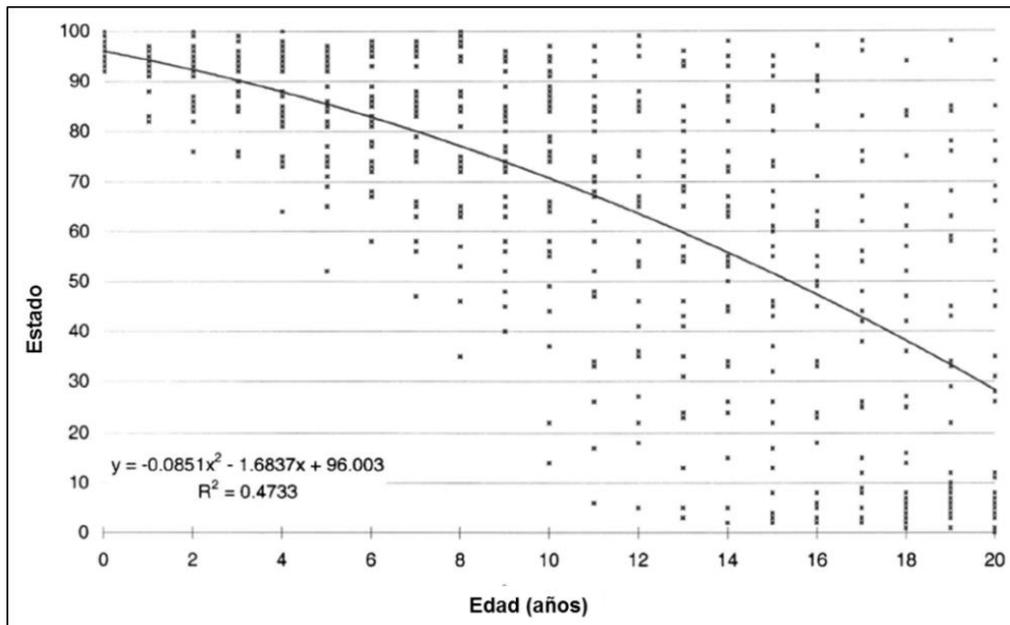


Figura 4.2. Serie de datos sintética utilizada en la comparación de los métodos de obtención de la matriz de transición (Ortiz-García, et al., 2006).

La evaluación de los métodos se realizó utilizando los siguientes criterios:

- Similitud entre la curva obtenida con la matriz de transición, $\bar{y}(t)$, y la curva de regresión $y(t)$.
- Similitud entre la desviación estándar de los datos originales y la de los generados con la matriz de transición.
- Similitud entre las distribuciones de condición originales $a'_t(i)$ y las obtenidas con la matriz de transición $a_t(i)$.

En este análisis, la curva de regresión representa la predicción que normalmente se obtiene con un modelo determinista, ya que provee un valor único para cada año del periodo considerado.

Los criterios de evaluación fueron aplicados sobre los siguientes resultados: i) Curvas de deterioro originales y obtenidas a partir de los métodos propuestos; ii) Distribuciones (histogramas) de los datos originales y de los generados con las MPT.

En la Figura 4.3 se presenta un ejemplo de las curvas de deterioro. En estas curvas, además de la comparación de los datos originales y los producidos con la MPT, se presenta el contraste de las dispersiones de ambos juegos de datos. El ejemplo mostrado en la figura corresponde al tercer método, es decir, a la estimación del deterioro en términos de las distribuciones de los datos.

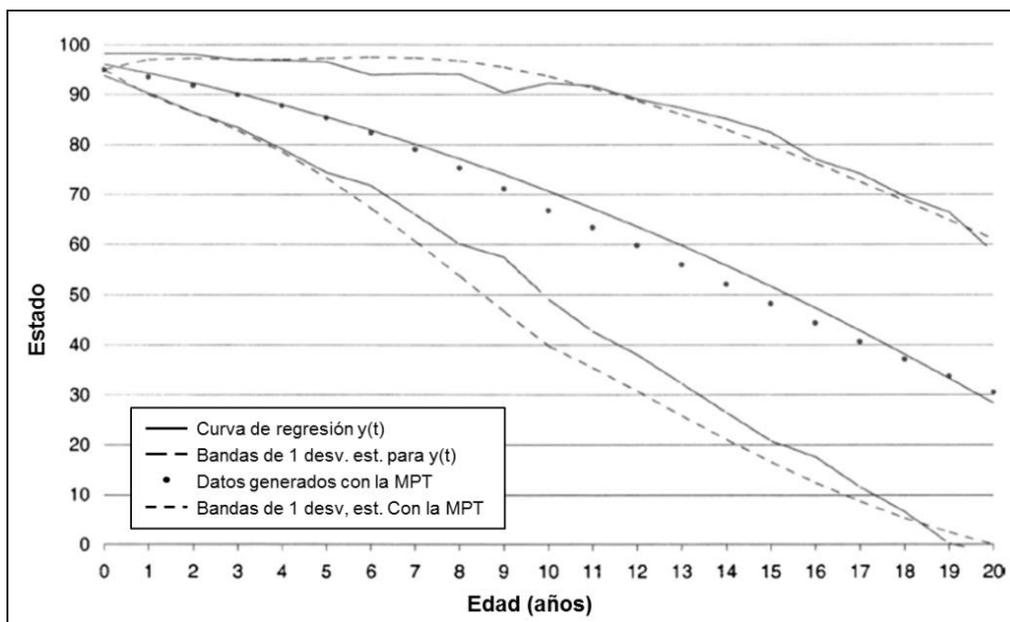


Figura 4.3. Ejemplo de curvas de deterioro (Ortiz-García, et al., 2006).

Según lo mostrado en la Figura 4.3, en este caso los datos estimados a través de la MPT difieren ligeramente de los datos originales, representados por la curva de regresión. Lo mismo sucede con los niveles de dispersión de las series.

En lo que respecta a la comparación de los histogramas de las distribuciones, en la Figura 4.4 se presenta también el caso que corresponde al tercer método. Como puede apreciarse en la figura, las distribuciones del juego original y del generado resultaron prácticamente idénticas para el caso ilustrado.

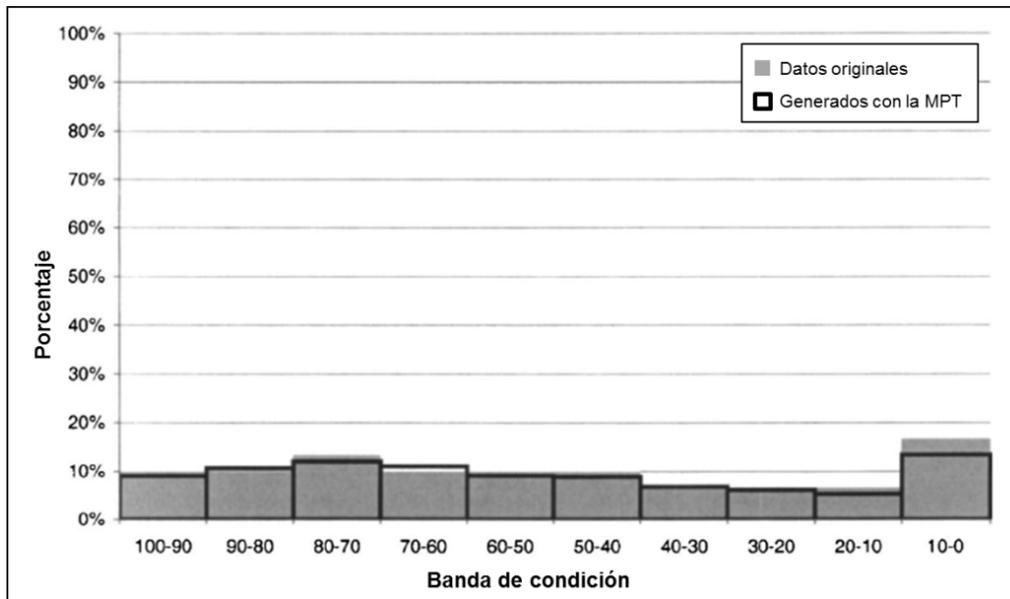


Figura 4.4. Histogramas de los datos originales y de los generados con la MPT (Ortiz-García, et al., 2006).

Con base en los resultados obtenidos al ensayar los tres métodos, los autores concluyen lo siguiente:

- Al aplicar los métodos 1 y 2, es posible obtener una mejor aproximación de los datos generados a los datos originales.
- En contraste, los métodos 1 y 2 producen una mayor dispersión de los valores de deterioro estimados.
- En general, el método 3 produce una buena aproximación a los datos originales y, a diferencia de los otros métodos, genera distribuciones o vectores de estado muy similares a los de los datos reales.
- Con base en lo anterior, los autores recomiendan utilizar el método 3, aunque enfatizan la necesidad de contar, en este caso, con distribuciones de los datos para todos los segmentos y todos los años que se utilicen en la estimación de las MPT, información que no siempre se encuentra disponible.

4.2 Conversión de modelos y matrices de transición no homogéneas

En el inciso 3.5 se indicó que una de las principales desventajas de las cadenas de Markov homogéneas es que no toman en cuenta la evolución de variables explicativas fundamentales en el proceso de deterioro, como el tránsito o la capacidad estructural del pavimento. Asimismo, se hizo notar que este tipo de cadenas no proveen mecanismos para relacionar tales variables con los indicadores de deterioro utilizados para caracterizar el proceso.

Li (Li, 1997) añade a las limitaciones anteriores otras que involucran a las cadenas de Markov que se obtienen a partir de datos históricos (ver inciso 4.1); estas limitaciones se refieren básicamente a la gran cantidad de datos que se requiere en este caso y al consecuente consumo elevado de tiempo y recursos.

Para superar las limitaciones de los enfoques tradicionales de los procesos markovianos, Li propone la obtención de matrices de transición no homogéneas con base en la conversión de un modelo de deterioro determinista en uno de tipo probabilístico. Esta conversión se realiza aplicando el siguiente procedimiento:

- a) Seleccionar un modelo de deterioro determinista, por ejemplo el del método de diseño de la AASHTO (AASHTO, 1993) o los incluidos en el sistema HDM-III (Watanatada, et al., 1987).
- b) Identificar las variables independientes consideradas y su relación con la variable dependiente (p. ej., *PCI* para el modelo de la AASHTO o *IRI* en el caso de HDM-III).
- c) Determinar la distribución de probabilidad de las variables independientes.
- d) Para cada año del periodo de análisis:
 - i) Generar conjuntos de variables independientes usando simulación Montecarlo y la distribución elegida para cada variable.
 - ii) Calcular valores de la variable dependiente para cada conjunto. Obtener la distribución de probabilidad de la variable dependiente (vector de estado).
 - iii) Determinar los elementos de la matriz de transición.
 - iv) En caso de existir mediciones, actualizar la matriz de transición empleando métodos bayesianos.

Li presenta dos ejemplos de aplicación del método. Uno de ellos, se basa en el modelo determinista de la guía AASHTO de pavimentos de 1993, reformulado como:

$$\log_{10}(\Delta PSI) = 0.5682 + \left[0.4 \frac{1094}{(SN+1)^{5.19}} \right] \times$$

$$[\log_{10} N_t - Z_R S_0 - 9.36 \times \log_{10}(SN + 1) - 2.32 \times \log_{10} + 8.27] \quad (4.5)$$

donde:

$\Delta PSI = PSI_0 - PSI_t$, es decir, la diferencia entre el índice de nivel de servicio inicial PSI_0 y el índice de nivel de servicio en el año t , PSI_t .

Z_R y S_0 : Desviación estándar normalizada y error estándar combinado de las predicciones del tránsito y del desempeño, respectivamente.

M_R : Módulo de resiliencia del suelo de la subrasante.

N_t : Número total estimado de aplicaciones de ejes equivalentes estándar de 80 kN (ESAL) en t años, los cuales causan un deterioro al pavimento de magnitud ΔPSI .

SN : Número estructural, indicativo del espesor total de pavimento requerido y que se calcula empleando los espesores y coeficientes de capa y un coeficiente de drenaje.

El ejemplo se desarrolla para un tramo carretero con las características definidas en la Tabla 4.1. Adicionalmente, se supone que SN , $ESAL$ y $M_R \sim N(\mu, \sigma)$, con los parámetros indicados en la Tabla 4.2.

Tabla 4.1. Datos para la aplicación del método de MPT no homogéneas con el modelo determinista de la AASHTO (Li, 1997).

| | | |
|---|---|-------------------------|
| PSI inicial, PSI_0 | 4.4 | |
| Módulo de la subrasante, M_R | 5,000 psi | |
| Espesores de capa H_i y coeficientes a_i | H_i | a_i |
| Carpeta asfáltica | 27 mm (5 in) | 0.44 |
| Base granular | 152 mm (6 in) | 0.14 |
| Subbase de grava arenosa | 305 mm (12 in) | 0.11 |
| Número estructural SN | $5 \times 0.44 + 6 \times 0.14 + 12 \times 0.11 = 4.36$ | |
| Datos del tránsito | TDPA en las dos direcciones en 1981 = 11,000 | |
| | Tasa de crecimiento del tránsito = 6.4% | |
| | % de camiones = 6 % en 1981 y 8.5 % en 1991 | |

Tabla 4.2. Parámetros definidos para las distribuciones normales de los datos de entrada (Li, 1997).

| Variable | μ | CV |
|----------|---------------------------------|------|
| SN | 4.36 | 0.05 |
| $ESAL$ | $1.65 \times 10^5(1 + 0.025)^t$ | 1 |
| M_R | 5,000 | 0.05 |

Aplicando el procedimiento antes descrito, se obtienen las MPT no homogéneas del tramo en estudio. De acuerdo con este método, se genera una matriz para cada año del periodo de análisis. Los resultados obtenidos en el ejemplo, se ilustran mediante las matrices calculadas para los años 1 y 6 (Tabla 4.3 y Tabla 4.4, respectivamente).

En estas matrices, llama la atención que los valores de las probabilidades de transición tienen un comportamiento muy similar para todos los estados de condición definidos, lo cual contrasta de manera notoria con el patrón de las MPT calculadas en los ejemplos de aplicación de las cadenas homogéneas. Como se señala en el inciso 3.2, este patrón se caracteriza porque las probabilidades de que el segmento permanezca en el mismo estado se incrementan con el nivel de deterioro.

El comportamiento de las matrices no homogéneas ilustradas en este inciso podría ser consecuencia de la incorporación de un modelo determinista al proceso markoviano. No obstante lo anterior, Li reporta que el uso de matrices no homogéneas derivadas de su versión probabilística del modelo de la AASHTO, produce resultados más aproximados a los datos observados que el modelo original, como puede apreciarse en la Figura 4.5.

En cualquier caso, el empleo del método antes descrito en nuestro medio implicaría la selección de un modelo determinista adecuado para las condiciones prevalecientes en México. Si bien el modelo de la AASHTO de la guía de 1993 se ha utilizado durante muchos años con fines de diseño, prácticamente no existe experiencia sobre su uso en tareas de gestión de pavimentos. En este caso, parecería más recomendable utilizar modelos como el de *IRI* del HDM-4, si bien esto haría necesaria la reprogramación del algoritmo correspondiente como parte de la solución informática que eventualmente se desarrollara para aplicar el método.

Tabla 4.3. MPT no homogénea para el año 1 (Li, 1997).

| PSI | 5.00 | 4.75 | 4.50 | 4.25 | 4.00 | 3.75 | 3.50 | 3.25 | 3.00 | 2.75 | 2.50 | 2.25 | 2.00 | 1.75 | 1.50 | 1.25 | 1.00 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 5.00 | 0.900 | 0.080 | 0.000 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4.75 | | 0.930 | 0.050 | 0.020 | | | | | | | | | | | | | |
| 4.50 | | | 0.900 | 0.080 | 0.020 | | | | | | | | | | | | |
| 4.25 | | | | 0.940 | 0.060 | 0.000 | | | | | | | | | | | |
| 4.00 | | | | | 0.950 | 0.050 | 0.000 | | | | | | | | | | |
| 3.75 | | | | | | 0.960 | 0.040 | 0.000 | | | | | | | | | |
| 3.50 | | | | | | | 0.950 | 0.040 | 0.010 | | | | | | | | |
| 3.25 | | | | | | | | 0.940 | 0.050 | 0.010 | | | | | | | |
| 3.00 | | | | | | | | | 0.940 | 0.040 | 0.020 | | | | | | |
| 2.75 | | | | | | | | | | 0.940 | 0.040 | 0.020 | | | | | |
| 2.50 | | | | | | | | | | | 0.930 | 0.070 | 0.000 | | | | |
| 2.25 | | | | | | | | | | | | 0.950 | 0.040 | 0.000 | | | |
| 2.00 | | | | | | | | | | | | | 0.960 | 0.040 | 0.000 | | |
| 1.75 | | | | | | | | | | | | | | 0.970 | 0.300 | 0.000 | |

Tabla 4.4. MPT no homogénea para el año 6 (Li, 1997).

| PSI | 5.00 | 4.75 | 4.50 | 4.25 | 4.00 | 3.75 | 3.50 | 3.25 | 3.00 | 2.75 | 2.50 | 2.25 | 2.00 | 1.75 | 1.50 | 1.25 | 1.00 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 5.00 | 0.650 | 0.330 | 0.020 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4.75 | | 0.710 | 0.260 | 0.030 | | | | | | | | | | | | | |
| 4.50 | | | 0.510 | 0.480 | 0.010 | | | | | | | | | | | | |
| 4.25 | | | | 0.620 | 0.360 | 0.020 | | | | | | | | | | | |
| 4.00 | | | | | 0.660 | 0.330 | 0.010 | | | | | | | | | | |
| 3.75 | | | | | | 0.660 | 0.340 | 0.000 | | | | | | | | | |
| 3.50 | | | | | | | 0.620 | 0.350 | 0.030 | | | | | | | | |
| 3.25 | | | | | | | | 0.680 | 0.310 | 0.010 | | | | | | | |
| 3.00 | | | | | | | | | 0.580 | 0.042 | 0.000 | | | | | | |
| 2.75 | | | | | | | | | | 0.600 | 0.350 | 0.010 | | | | | |
| 2.50 | | | | | | | | | | | 0.640 | 0.350 | 0.010 | | | | |
| 2.25 | | | | | | | | | | | | 0.640 | 0.340 | 0.020 | | | |
| 2.00 | | | | | | | | | | | | | 0.660 | 0.320 | 0.020 | | |
| 1.75 | | | | | | | | | | | | | | 0.580 | 0.400 | 0.020 | |

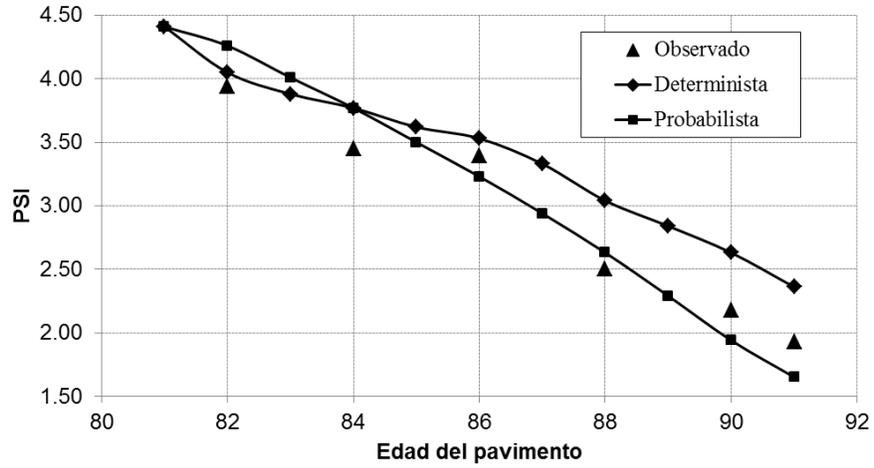


Figura 4.5. Comparación entre los resultados de las versiones determinista y probabilística del modelo de deterioro de la AAHSTO de la guía de diseño de 1993.

5 Métodos de Montecarlo con cadenas de Markov

5.1 Métodos MCMC e inferencia bayesiana

Los métodos de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC por sus siglas en inglés) son herramientas con una metodología y ámbito de aplicación muy diferentes a los descritos en los capítulos previos. En términos generales, estos métodos comprenden un conjunto de algoritmos para la aproximación numérica de una distribución de probabilidad mediante la construcción de una cadena de Markov cuya distribución de equilibrio coincide con la distribución buscada.

La distribución de equilibrio π es tal que:

$$\pi = \pi P$$

donde:

P : Matriz de probabilidades de transición

En este caso, los elementos de la cadena de Markov se obtienen mediante algoritmos de transición. Entre estos algoritmos, los más comunes son el *muestreo de Gibbs* y el *algoritmo de Metropolis-Hastings*.

La aplicación directa más importante de los métodos MCMC es el cálculo numérico de integrales múltiples. Este tipo de integrales surgen con frecuencia durante la aplicación de métodos bayesianos de inferencia estadística.

Los métodos bayesianos se basan en dos características fundamentales que los diferencian radicalmente del enfoque clásico o frecuentista (Bolstad, 2004): i) Consideran a los parámetros de una distribución de probabilidad como variables aleatorias; ii) Estiman estos parámetros a partir de una distribución *a posteriori*, la cual se obtiene combinando las creencias del analista con respecto a la forma en que se distribuyen los parámetros (distribución *a priori*) con datos muestrales de la población de interés, una vez que éstos se encuentran disponibles.

La expresión matemática de las características anteriores es el Teorema de Bayes, el cual, para los propósitos de la inferencia estadística, puede escribirse como (Montgomery & Runger, 2003):

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{\int p(X|\theta)p(\theta)d\theta} \quad (5.1)$$

donde:

θ : Vector de parámetros por estimar

X : Datos observados

$p(\theta)$: Distribución *a priori* de los parámetros

$p(X|\theta)$: Verosimilitud de los datos dados los parámetros θ

$\int p(X|\theta)p(\theta)d\theta$: Constante de normalización

$p(\theta|X)$: Distribución *a posteriori* de los parámetros.

La verosimilitud se refiere a la probabilidad de que ocurran los datos observados, dada la distribución *a priori* elegida.

En el contexto de la inferencia bayesiana, los métodos MCMC simulan muestreos realizados sobre aproximaciones sucesivas a la distribución *a posteriori* de los parámetros (Lam, 2008):

Por lo que respecta a las aplicaciones de los métodos MCMC en ingeniería de carreteras, el que quizá sea hasta ahora el único caso reportado en la literatura se refiere a la estimación de parámetros de modelos de deterioro deterministas ((Hong & Prozzi, 2005), (Amador & Mrawira, 2011), (Mills, 2010)).

En este caso, el procedimiento de análisis involucra normalmente lo siguiente:

- Considerar a los parámetros del modelo como variables aleatorias (enfoque bayesiano).
- Elegir una distribución de probabilidad *a priori* para cada parámetro.
- Definir la función de verosimilitud en términos de la evidencia experimental disponible y la distribución *a priori*.
- Aplicar el teorema de Bayes para obtener la distribución *a posteriori* de los parámetros.
- Aproximar la solución mediante métodos MCMC.

5.2 Ejemplo de aplicación a carreteras: modelo de deterioro de la AASHO

Durante el desarrollo de modelos de deterioro empíricos o empírico-mecanicistas, el número de variables que pueden ser controladas y observadas es muy limitado, lo que da lugar a la presencia de un gran número de variables latentes que introducen una heterogeneidad considerable en los datos observados. Tomando

en cuenta lo anterior, y con el objetivo de abordar racionalmente el problema de heterogeneidad existente, Hong y Prozzi (Hong & Prozzi, 2005) aplicaron un enfoque bayesiano para evaluar el efecto de este problema en los parámetros del modelo de deterioro resultante de la prueba AASHO. Para ello, utilizaron como evidencia experimental los resultados de la misma prueba.

El análisis correspondiente parte de una reformulación incremental del modelo, la cual quedó definida en términos de las siguientes expresiones:

$$\Delta p_{it} = e^{(\beta_0 + \beta_1 H_{1i} + \beta_2 H_{2i} + \beta_3 H_{3i} + \beta_4 G_t)} N_{i,t-1}^{\beta_5} \Delta N_{it} + \varepsilon_{it} \quad (5.2)$$

$$N_{i,t-1} = \sum_{l=1}^{t-1} \Delta N_{il} \quad (5.3)$$

$$\Delta N_{il} = n_{il} \left[\left(\frac{FA_i}{\beta_6 18} \right)^{\beta_8} + A_i \left(\frac{SA_i}{18} \right)^{\beta_8} + B_i \left(\frac{TA_i}{\beta_7 18} \right)^{\beta_8} \right] \quad (5.4)$$

donde:

Δp_{it} : Pérdida de nivel de servicio en el segmento i durante el periodo t .

β_0, \dots, β_8 : Parámetros por estimar.

H_{1i} : Espesor de carpeta del segmento i .

H_{2i} : Espesor de la base del segmento i .

H_{3i} : Espesor de la subbase del segmento i .

G_t : Gradiente de penetración de la congelación en el periodo t .

$N_{i,t-1}$: Tránsito acumulado hasta un periodo anterior al tiempo t .

ΔN_{il} : Incremento en el tránsito durante el periodo comprendido entre $l - 1$ y l .

ε_{it} : Término de error.

n_{il} : Volumen de tránsito durante el periodo comprendido entre $l - 1$ y l .

FA_i : Carga del eje frontal.

SA_i : Carga del eje sencillo dual.

TA_i : Carga del eje tándem.

A_i : Número de ejes sencillos duales por vehículo.

B_i : Número de ejes tándem duales por vehículo.

Nótese que en la ecuación 5.2, los términos multiplicados por los parámetros β_1 a β_3 corresponden al cálculo del número estructural, en tanto que en la ecuación 5.4, β_6 y β_7 se refieren a los factores de equivalencia de las cargas del eje frontal y el eje tándem. β_8 es el exponente de los factores de daño, que normalmente toma un valor de 4 para dar lugar a la denominada *Ley de la cuarta potencia*.

Dado el modelo, el siguiente paso consistió en definir la distribución *a priori* de los parámetros. Para este efecto, los autores supusieron que todos los parámetros se distribuyen normalmente, es decir:

$$\boldsymbol{\beta} \sim N(\boldsymbol{\beta}_u, \Lambda)$$

donde:

$\boldsymbol{\beta}_u$: Media de cada uno de los parámetros.

Λ : Matriz de covarianza del vector $\boldsymbol{\beta}$.

Respecto a las medias, con base en su propia experiencia, los autores asumieron los valores agrupados en la Tabla 5.1:

Tabla 5.1. Valores *a priori* de las medias de los parámetros (Hong & Prozzi, 2005).

| Parámetro | Descripción | Media a priori |
|-----------|---|----------------|
| β_0 | Contribución de la subrasante | -1 |
| β_1 | Coeficiente de capa de la carpeta | -0.44 |
| β_2 | Coeficiente de capa de la base | -0.14 |
| β_3 | Coeficiente de capa de la subbase | -0.11 |
| β_4 | Parámetro del factor ambiental | -0.1 |
| β_5 | Parámetro de curvatura | -0.5 |
| β_6 | Factor de equivalencia para eje direccional | 0.5 |
| β_7 | Factor de equivalencia para eje tándem | 2.0 |
| β_8 | Exponente del factor de daño | 0.4 |

Por lo que toca a la varianza de los parámetros, utilizaron el concepto de precisión de la estadística bayesiana, el cual se define como:

$$\tau = \frac{1}{\sigma^2}$$

En este caso, en lugar suponer valores para τ , se efectuaron análisis con $\tau = 0.1$ (precisión baja), $\tau = 1$ (precisión alta) y $CV = 1$, (equivalente a $\sigma/\mu = 1$), y se evaluó el efecto de las diferentes precisiones sobre los resultados finales. Adicionalmente, se consideró que el término de error ε_{it} sigue una distribución normal estándar dada por:

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \eta), \text{ con } \eta \sim \text{gamma}(\phi, \varsigma)$$

Tomando en cuenta lo anterior, la distribución *a priori* de los parámetros quedó:

$$p(\boldsymbol{\theta}) \propto \prod_{k=0}^8 \sqrt{\frac{\tau_{k,k}}{2\pi}} e^{\left[-\frac{\tau_{k,k}}{2}(\beta_k - \beta_{uk})^2\right]} \eta \phi^{-1} e^{-\varsigma \eta} \quad (5.5)$$

donde:

$\tau_{k,k}$: Elemento k, k de la matriz Λ^{-1}

η : Precisión de la distribución del término de error

Puede observarse que el término a la derecha de la ecuación 5.5 corresponde al producto de las nueve distribuciones normales supuestas para los parámetros y para el término de error.

Por otro lado, la función de verosimilitud se obtuvo mediante el cálculo de las probabilidades de que ocurran los datos observados dados los parámetros definidos mediante las distribuciones *a priori*. De este modo:

$$p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{t=1}^{T_i} \sqrt{\frac{\eta}{2\pi}} e^{\left\{-\frac{\eta}{2}[\Delta p_{it} - g_{it}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]^2\right\}} \quad (5.6)$$

donde:

n : Número de segmentos de carretera incluidos en el análisis.

T_i : Periodos de tiempo con datos para el segmento i .

Δp_{it} : Deterioro observado en el segmento i durante el periodo t

$$g_{it}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) = E(\Delta p_{it}|\mathbf{X}) = e^{(\beta_0 + \beta_1 H_{1i} + \beta_2 H_{2i} + \beta_3 H_{3i} + \beta_4 G_t)} N_{i,t-1}^{\beta_5} \Delta N_{it}$$

Finalmente, y aplicando el teorema de Bayes, la especificación de la distribución *a posteriori* de los parámetros resultó:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}) \propto \prod_{i=1}^n \prod_{t=1}^{T_i} \sqrt{\frac{\eta}{2\pi}} e^{\left\{-\frac{\eta}{2}[\Delta p_{it} - g_{it}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]^2\right\}} \times \prod_{k=0}^8 \sqrt{\frac{\tau_{k,k}}{2\pi}} e^{\left[-\frac{\tau_{k,k}}{2}(\beta_k - \beta_{uk})^2\right]} \eta \phi^{-1} e^{-\varsigma \eta}$$

De acuerdo con la expresión anterior, debían estimarse diez parámetros. Para calcular los valores esperados de estos parámetros según la distribución *a posteriori*, era necesario obtener las distribuciones marginales de cada uno de ellos, lo cual implicaba la integración multidimensional del término a la derecha del signo de proporcionalidad. En este ejemplo, los autores aproximaron la solución mediante el método MCMC conocido como *Muestreo de Gibbs*.

En la Tabla 5.2 se presentan los resultados de la estimación de los parámetros para cada uno de los niveles de precisión especificados.

Tabla 5.2. Resultados de la estimación de los parámetros (Hong & Prozzi, 2005).

| Precisión | $\tau = 0.1$ | | $\tau = 1$ | | CV = 1 | |
|-----------|--------------|------------|------------|------------|--------|------------|
| | Media | Desv. est. | Media | Desv. est. | Media | Desv. est. |
| β_0 | -5.781 | 0.029 | -5.432 | 0.028 | -5.457 | 0.027 |
| β_1 | -0.454 | 0.044 | -0.485 | 0.044 | -0.479 | 0.048 |
| β_2 | -0.157 | 0.015 | -0.157 | 0.016 | -0.157 | 0.016 |
| β_3 | -0.151 | 0.014 | -0.153 | 0.014 | -0.151 | 0.014 |
| β_4 | -0.117 | 0.006 | -0.121 | 0.006 | -0.120 | 0.006 |
| β_5 | -0.244 | 0.031 | -0.265 | 0.030 | -0.265 | 0.028 |
| β_6 | 0.723 | 0.172 | 0.686 | 0.168 | 0.768 | 0.259 |
| β_7 | 2.164 | 0.125 | 2.229 | 0.19 | 2.22 | 0.228 |
| β_8 | 3.030 | 0.238 | 3.222 | 0.238 | 3.167 | 0.241 |

En relación con los resultados anteriores, se observa en primer lugar que los distintos niveles de precisión utilizados tuvieron poca influencia sobre las estimaciones. Por otro lado, se destaca que algunos parámetros resultaron con valores que difieren en cierta medida de los que se utilizan normalmente con el método de la AASHO. Es el caso, por ejemplo, de los factores de equivalencia de los ejes frontal y tándem, los cuales pasaron de 0.5 a 0.726 y de 2.0 a 2.20 en promedio, respectivamente. Llama la atención también el cambio en el exponente del factor de daño, que disminuyó de 4 a 3.14 en promedio. Lo anterior significaría, si el resultado fuera correcto, que durante mucho tiempo podría haberse sobrestimado el efecto de los ejes tándem y subestimado el de los ejes direccionales.

El trabajo de (Hong & Prozzi, 2005) y otras aplicaciones similares [(Amador & Mrawira, 2011), (Mills, 2010)], constituyen ejemplos interesantes de la revisión de modelos de deterioro deterministas a partir de datos y experiencias propios de entornos específicos. En el caso mexicano, sin embargo, antes de considerar la aplicación de un enfoque como el presentado en este inciso, sería necesario elegir o adaptar un modelo que realmente se ajustara a las particularidades del diseño y el comportamiento de los pavimentos en nuestro país.

6 Conclusiones y trabajo futuro

Del trabajo presentado en este documento, se derivan las siguientes conclusiones:

- Las cadenas de Markov homogéneas constituyen un método relativamente sencillo para la estimación del deterioro. La mayor complejidad en la aplicación del método no radica en el método mismo, sino en el tratamiento previo que es necesario dar a los datos, el cual básicamente comprende procesos de filtrado y detección de valores atípicos.
- La aplicación del método de las cadenas homogéneas será viable en nuestro país en la medida en que se cuente con herramientas para implementar el tratamiento referido en el párrafo anterior.
- Una ventaja importante de las cadenas de Markov es que pueden utilizarse para la modelación del deterioro de activos carreteros adicionales a los pavimentos, como puentes, drenaje y señalamiento.
- La predicción del deterioro mediante cadenas de Markov homogéneas está limitada por los valores máximos existentes en las series de datos. Lo anterior, aunado al hecho de que el método no considera la evolución de variables importantes como el tránsito o la adecuación estructural, puede limitar significativamente la capacidad predictiva de las cadenas homogéneas conforme se avanza en el periodo de análisis.
- La desventaja anterior se puede superar mediante el uso de varias cadenas homogéneas dentro de un periodo de análisis determinado.
- El método alternativo para el cálculo de las matrices de probabilidades de transición basado en datos históricos y métodos de optimización, constituye una alternativa atractiva para la predicción del deterioro, ya que minimiza las diferencias entre la evolución medida y la que se pronostica con el modelo. Como contraparte, este método requiere un mayor volumen de datos de entrada, además de que también supone el tratamiento previo de la información disponible.
- El uso del método de conversión de modelos y matrices de transición no homogéneas presenta dificultades para su aplicación en México, principalmente por la necesidad de elegir un modelo de deterioro determinista adecuado para las condiciones nacionales.

- Las aplicaciones de los métodos MCMC en ingeniería de carreteras reportadas en la literatura, cobrarán relevancia para nuestro país cuando se cuente con datos históricos confiables que puedan compararse con los resultados de modelos deterministas propiamente adaptados para su uso en México.

De lo anterior, se desprende que la línea de estudio más promisoría relacionada con la aplicación de cadenas de Markov en México, es la que corresponde al método de optimización de las matrices de probabilidades de transición. En los últimos años, dependencias como la Dirección General de Conservación de Carreteras de la SCT y CAPUFE han acumulado información valiosa que podría utilizarse para aplicar este método, principalmente series de IRI y profundidad de roderas de varios años.

Para que la aplicación de este método sea viable, debe ser antecedida por el desarrollo de una metodología para minimizar los errores sistemáticos y aleatorios que inevitablemente se encuentran presentes en las series de datos sobre el estado del pavimento.

Bibliografía

AASHTO, 1993. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures*. Washington, D.C, EUA: s.n.

Amador, L. & Mrawira, D., 2011. *Bayesian Regression in Pavement Deterioration Modeling: Revisiting the AASHTO Road Test Rut Depth Model*. Washington, D.C., E.U.A., Transportation Research Board.

Bolstad, W. M., 2004. *Introduction to Bayesian Statistics*. Hoboken(New Jersey): John Wiley & Sons, Inc.

Butt, A. A., Shahin, M. Y., Carpenter, S. H. & Carnahan, J. A., 1994. *Application of Markov Process to Pavement Management Systems at Network Level*. San Antonio, Texas, EUA, Transportation Research Board.

Haas, R., Hudson, W. R. & Zaniewsky, J., 1994. *Modern Pavement Management*. Malabar(FL): Krieger Publishing Company.

Hong, F. & Prozzi, J. A., 2005. Updating Pavement Deterioration Models Using the Bayesian. *Journal of Infrastructure Systems, ASCE (submitted for publication)*.

Karan, M. A., Hass, R., Smeatan, K. & Cheethan, A., 1979. *A System for Priority Programming of Investment for Network Improvements*, Waterloo, ON, Canada: University of Waterloo.

Lam, P., 2008. *MCMC Methods: Gibbs Sampling and the Metropolis-Hastings Algorithm*. [En línea]
Available at:
https://dl.dropboxusercontent.com/u/2993202/teaching/methods/mcmc/mcmc_print.pdf
[Ultimo acceso: 1 agosto 2013].

Li, N., 1997. *Development of a Probabilistic Based, Integrated Pavement Management System*, Waterloo, Ontario, Canada: University of Waterloo.

Mills, L. N. O., 2010. *Hierarchical Markov Chain Monte Carlo and Pavement Roughness Model*, s.l.: University of Delaware.

Montgomery, D. C. & Runger, G. C., 2003. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Tercera ed. New York(New York): John Wiley & Sons, Inc..

NHCRP, 2012. *NHCRP Report 713. Volume 1: Guidebook*, Washington, D.C., EUA: Transportation Research Board.

NIST SEMATECH, 2012. *Detection of Outliers*. [En línea]
Available at: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35h.htm>
[Último acceso: 12 Septiembre 2012].

Ortíz-García, J. J., Costello, S. B. & Snaith, M. S., 2006. Derivation of Transition Probability Matrices for Pavement Deterioration Modeling. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, febrero.

Pierce, L. D., 2003. *A Probabilistic Approach to Creating Pavement Deterioration Models*, Provo, UT, EUA: Brigham Young University.

Robinson, R., Danielson, U. & Snaith, m., 1998. *Road Maintenance Management*. Basingstoke (Hampshire): Palgrave.

Watanatada, T. *et al.*, 1987. The Highway Design and Maintenance Model. Volume 1: Description of the HDM-III Model. En: *The Highway Design and Maintenance Series*. Washington, D.C.: The World Bank.



Carretera Querétaro-Galindo km 12+000
CP 76700, Sanfandila
Pedro Escobedo, Querétaro, México
Tel +52 (442) 216 9777 ext. 2610
Fax +52 (442) 216 9671

publicaciones@imt.mx

<http://www.imt.mx/>