



Certificado en ISO 9001:2000†



SECRETARÍA DE  
COMUNICACIONES  
Y TRANSPORTES

“IMT, 20 años generando conocimientos y tecnologías para el desarrollo del transporte en México”

---

---

# ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD Y RIESGO EN PUENTES ATIRANTADOS

Didier Samayoa Ochoa  
Alexander Balankin  
Francisco Javier Carrión Viramontes  
José Alfredo López López

**Publicación Técnica No 301  
Sanfandila, Qro 2006**

---

**SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES**

**INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE**

**Análisis de confiabilidad y riesgo en  
puentes atirantados**

**Publicación Técnica No 301  
Sanfandila, Qro 2006**

---

## **Créditos y agradecimientos**

---

En la elaboración de este trabajo participaron por parte de la ESIME del Instituto Politécnico Nacional los Drs Didier Samayoa Ochoa y Alexander Balankin; por parte del Instituto Mexicano del Transporte, el Dr Francisco Javier Carrión Viramontes y el Dr José Alfredo López López, ambos del área de Pruebas no Destructivas, de la Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural, del Instituto Mexicano del Transporte.

Los autores reconocen la participación y agradecen el apoyo y comentarios del Dr. Miguel Martínez Madrid, Coordinador de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural, del Instituto Mexicano del Transporte.



# Índice

---

	Página
<b>Resumen</b>	VII
<b>Abstract</b>	IX
<b>Resumen ejecutivo</b>	XI
<b>1. Puentes atirantados</b>	1
1.1 Primeros puentes atirantados	1
1.2 Puentes atirantados modernos	3
1.3 Sistemas de cables atirantados	6
<b>2. Análisis de falla en puentes atirantados</b>	9
2.1 Fallas por problemas de diseño	9
2.2 Fallas en el material constitutivo	10
2.3 Fallas en el proceso constructivo	10
2.4 Fallas por condiciones de operación no consideradas	10
2.5 Clasificación general de problemas y determinación de soluciones	11
<b>3. Teoría de confiabilidad</b>	13
3.1 Variables involucradas en el modelo general	16
3.1.1 Variables de la carga	17
3.1.2 Variables de la resistencia	19
3.1.3 Esfuerzos en los tirantes	19
3.2 Variables involucradas en el modelo parcial	21
3.2.1 Variables de la carga del modelo parcial	21
3.2.2 Variables de la resistencia para el modelo parcial	21
3.3 Simulación Monte Carlo	22
<b>4. Aplicación numérica</b>	25
4.1 Descripción del problema	25
4.2 Características y condiciones de servicio del puente atirantado	25
4.3 Simulación general del puente	26
4.3.1 Modelo general del puente	26
4.3.2 Análisis numérico con cargas vehiculares	30
4.3.3 Resultados de las tensiones en los tirantes	31
4.4 Simulación numérica específica del anclaje	34
4.5 Análisis y discusión de resultados	36
4.5.1 En el modelo general del puente	36
4.5.2 En el modelo específico del anclaje	39
<b>5. Conclusiones</b>	43
<b>6. Referencias</b>	45
<b>Anexo A. Código fuente del programa ANSYS</b>	47
<b>Anexo B. Historial de esfuerzos en los tirantes</b>	49
<b>Anexo C. Macro para ANSYS en Visual Basic</b>	53



# Resumen

---

En este estudio se desarrolló una metodología probabilística para analizar la integridad estructural en los puentes atirantados; para ello se desarrollaron dos modelos numéricos, basados en el método de los elementos finitos mediante el software ANSYS, y modelos estadísticos de incertidumbres en las cargas y propiedades del material, así como simulaciones Monte Carlo para el análisis probabilístico.

El primer modelo se construyó para el puente completo, con objeto de realizar un análisis paramétrico, donde las variables estadísticas fueron las cargas vivas del puente, generadas por el tráfico vehicular; con este análisis se obtuvieron las funciones de distribución de las cargas, las cuales a su vez se transmiten a cada uno de los tirantes que soportan al puente para conocer si la estructura pierde su equilibrio, y determinar los escenarios de los esfuerzos del puente atirantado. En el segundo fue un modelo parcial del puente, donde se calcularon los escenarios de los esfuerzos en las anclas superiores de la construcción atirantada, con los datos obtenidos en el primer modelo, a fin de conocer su comportamiento mecánico.

Con los resultados conseguidos en ambos modelos numéricos, se definieron los coeficientes necesarios para convertir una serie de análisis determinísticos en probabilísticos, y se utilizó la simulación Monte Carlo para el análisis de confiabilidad estructural. Se presenta un ejemplo numérico para ilustrar la metodología propuesta, y se aplica de manera específica al sistema de anclaje superior de los puentes atirantados. Los resultados del ejemplo numérico, muestran que la metodología es capaz de predecir la respuesta probabilística y la confiabilidad estructural en los puentes atirantados, que están sujetos a series de variables aleatorias debido a cargas externas, como el tráfico vehicular, así como a sus propiedades mecánicas.



# Abstract

---

The objective of this study was to develop a probabilistic methodology for the analysis of the structural integrity of cable stayed bridges. Two numeric models were developed based on the finite element method using the ANSYS software, and statistical models to calculate the loads and material properties uncertainties, as well as Monte Carlo Simulation for the probabilistic analysis, were used.

The first model considered the complete structure of the bridge to carry out a parametric analysis where the statistical variables were the dead, wind and traffic loads. With this initial analysis, the distribution functions for the transmitted loads to each cable were obtained to determine the bridge equilibrium condition and cables' stress levels. The second model was built to calculate the upper anchorages' stress distributions. The input data were the stress in each cable, obtained from the first model, and the mechanical material's properties of the anchors.

Output data from both numerical models were used to obtain the necessary coefficients to transform a series of deterministic analysis on probabilistic analysis, and the Monte Carlo Simulation was used to evaluate structural reliability analysis and to calculate the failure probability. A numerical example was presented to show the proposed methodology, and to estimate the structural reliability of the upper anchorage of a cable-stayed bridge. The results of this example showed that the methodology is able to predict the probabilistic response and reliability of cable stayed bridges subject to a series of random variables with their statistical properties that depend strongly on the external load.



## Resumen ejecutivo

---

El diseño y desarrollo de modelos probabilísticos para el análisis de confiabilidad de sistemas estructurales se ha desarrollado en los últimos años para establecer una metodología sistemática que permita calcular la capacidad de carga de una estructura o su vida remanente, bajo determinadas condiciones de carga y de deterioro. En particular, la aplicación de estas metodologías a los puentes carreteros resulta fundamental, ya que las condiciones de carga consideradas en el diseño de dichos puentes, han sido rebasadas por la demanda de carga y tráfico actual. Además, la edad de una parte significativa del inventario de puentes, se acerca a la vida útil estimada durante su construcción, y poder determinar la vida remanente de la estructura es un dato fundamental para planear la reposición o sustitución de los puentes obsoletos. En el caso de puentes especiales, los estudios probabilísticos se pueden aplicar de manera inmediata para establecer programas y criterios de mantenimiento e inspección.

En este estudio, el análisis probabilístico se utiliza para evaluar la integridad estructural de los elementos de anclaje superior de un puente atirantado que han reportado fallas estructurales por defectos constructivos, identificados en estudios de evaluación no destructiva. Esta metodología se diseñó y aplicó de manera generalizada para aplicarse prácticamente a cualquier tipo de puente. La metodología propuesta emplea dos modelos de simulación de elemento finito; uno general de todo el puente, y otro específico de los elementos de anclaje que se analizan; a su vez, se utilizan modelos estadísticos de las propiedades físico-mecánicas del material, y estudios de simulación Monte Carlo para establecer las probabilidades de falla presente y futura, bajo diferentes condiciones de demanda.

Ambos modelos se desarrollaron en la plataforma del paquete de simulación de elementos finitos ANSYS, y el modelo del puente general se utiliza para estimar los esfuerzos de demanda, bajo diferentes condiciones: de carga por tráfico; viento o sismo; mientras que el modelo detallado de los elementos de anclaje superior, se utiliza para la simulación Monte Carlo para determinar los esfuerzos máximos de demanda, y compararlos con los límites de operación y las propiedades estadísticas del material.

Los resultados que se han obtenido de este estudio, no tan sólo han permitido calcular la confiabilidad estructural de los elementos de anclaje superior del puente atirantado, sino también proponer una metodología para estudiar la confiabilidad de cualquier tipo de puente, tanto presente como futura y bajo diferentes condiciones de carga. Asimismo, esta metodología propone el uso de modelos paramétricos destinados a estudiar la confiabilidad estructural de puentes “tipo”, bajo la plataforma de un sistema de gestión que considere el inventario completo de puentes y desarrolle el análisis con información deducida de pruebas dinámicas y estáticas desarrolladas en forma simplificada.



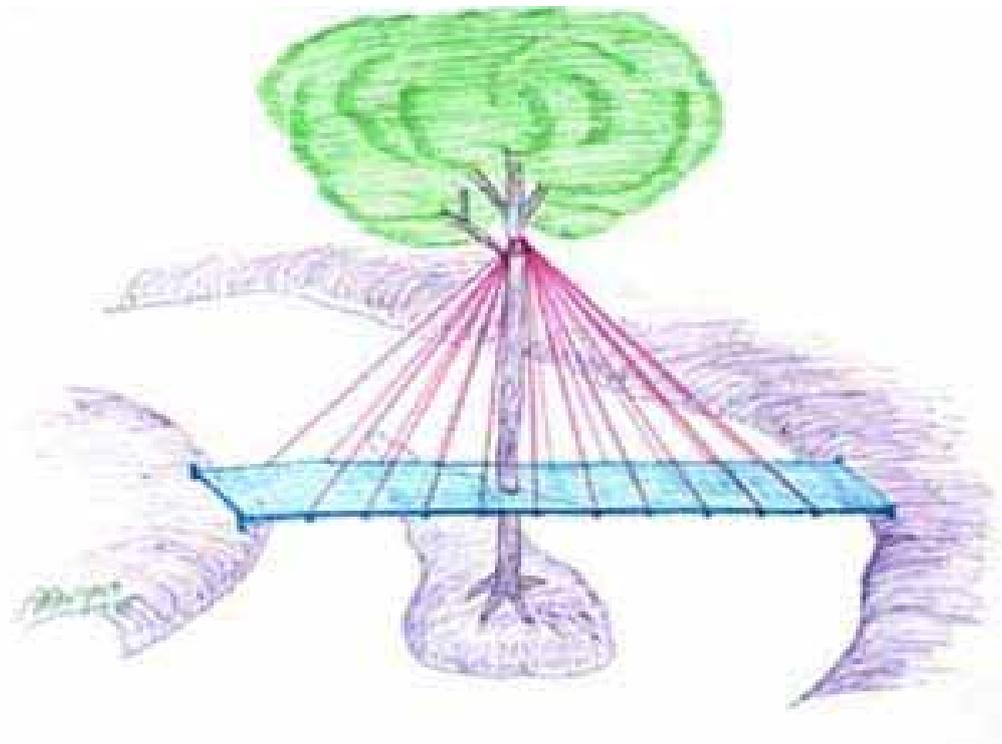
# 1 Puentes atirantados

---

## 1.1 Primeros puentes atirantados

El concepto de proporcionar soportes intermedios a una viga, mediante una atadura inclinada, colgada de una torre o mástil, se utiliza desde tiempos ancestrales <sup>[1, 2]</sup>. Los egipcios, por ejemplo, construyeron veleros aplicando esta idea; y también en el lejano oriente, los ríos eran atravesados por puentes de bambú, apoyados por parras sujetas a los árboles que se encontraban en las orillas (figura 1.1).

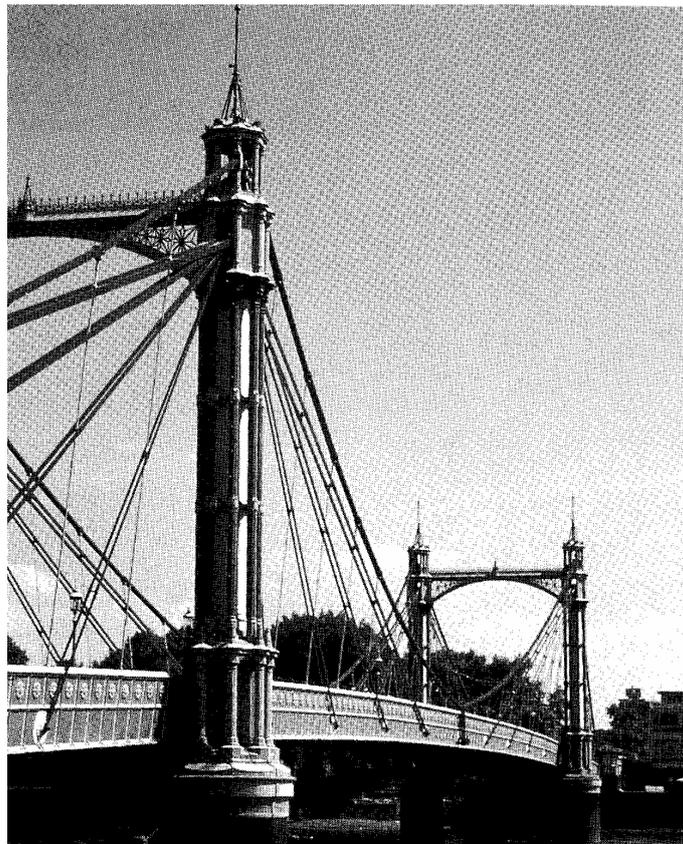
En el año de 1617, Faustus Verantius, de Venecia, diseñó una cubierta de madera atirantada por varias barras inclinadas atadas a torres de albañilería y en 1784 Emmanuel Loscher, un carpintero alemán, construyó en Freiburg un puente de madera de 32m de largo, reforzado por tirantes de madera atada a una torre también de madera. En 1817, los ingenieros británicos Redpath y Brown, construyeron en las praderas del rey, un puente peatonal de 33.6m de longitud, usando cables inclinados para soportar las vigas longitudinales enrejadas en los extremos terceros de sus tramos desde lo alto de dos torres.



**Figura 1.1**  
**Puente peatonal con soportes intermedios**

Posteriormente, en varias partes de Europa fueron construidos algunos puentes con barras de hierro forjado, cadenas, cables o incluso madera, todos con tirantes resistiendo pisos de metal o de madera desde las torres; pero muchos de ellos se colapsaron por los fuertes vientos, ya que estos puentes no podían ser atirantados durante su construcción, y estructuralmente comenzaban a ser eficaces después de que la plataforma ya había sufrido una considerable deflexión.

Los cables atirantados fueron exitosamente adoptados en los Estados Unidos, por John Roebling <sup>[2,3,4]</sup>, para proporcionar decisivamente la rigidez extra, y la estabilidad dinámica requerida en sus grandes puentes colgantes; el primero de ellos fue el Trunk, que atraviesa el Niágara, abierto en 1885; luego el puente de Ohio en Cincinnati, inaugurado en 1867; y el más impresionante, el puente de Brooklyn, en Nueva York, puesto en circulación en 1883. El puente Franz Joseph, en Praga y el puente Albert, en Londres, diseñados por Ordish se abrieron al público en 1868 y 1873, respectivamente; tienen una combinación de puente colgante y puente atirantado, donde el cable suspendido fue usado sólo para sujetar el centro de la plataforma, como se aprecia en la fig 1.2.



**Figura 1.2**  
**Puente Albert, cruza el río Támesis, en Inglaterra**

En la segunda mitad del siglo XIX en Francia, Arnodin construyó varios puentes con claros hasta de 163 m, con una porción central de la plataforma soportado por perchas de dos cables suspendidos, y por cables atirantados en forma radial desde lo más alto de las torres, resistiendo las partes externas de la plataforma. Este sistema redujo la deflexión en el puente, y como los cables atirantados no fueron más allá de la mitad de la plataforma, la altura de las torres pudo ser reducida a niveles convenientes. El primer puente exitosamente soportado sólo por cables atirantados fue diseñado por Giscard en Francia, a finales de siglo XIX, quien desarrolló un sistema de triangulación con tirantes con un arreglo radial desde lo alto de las torres. Con esta técnica se eliminó considerablemente la necesidad de la estructura del anclaje. Un ejemplo de este sistema fue el puente Cassagne con un claro central de 156 m; construido en 1907. Le Cocq modificó el sistema de Giscard, transfiriendo las componentes horizontales de las fuerzas de los cables atirantados, a la rigidez de la viga; y construyó en 1925 el puente Lezardrieux sobre el río Trieux.

## 1.2 Puentes atirantados modernos

El primer puente moderno, soportado solamente por cables atirantados, es el Stromsund de Suecia <sup>[3,5,6]</sup>, diseñado por Dischinger y construido por la compañía alemana Demag en 1955, con un tramo principal de 183 m y dos tramos a sus lados de 75 m, con dos planos de cables atirantados que tienen dos pares de cables radiales en forma de abanico. Se fabricaron dos placas de acero para utilizarlas en la rigidez de la viga, fuera de los dos planos de los cables. Suponiendo la distribución de la carga estática de la plataforma entre su rigidez, el sistema estructural de cada plano de cable tuvo 10 redundancias, ocho tensiones en los cables y dos reacciones verticales, pero por simetría en la transferencia de los ejes transversales del puente, la redundancia se redujo a cuatro, la cual estuvo dentro de los parámetros del manual de cálculo numérico. Por tanto, todas las tensiones en los cables y las deflexiones de la rigidez de la plataforma se calcularon con precisión en cada etapa de la construcción.

Los puentes construidos en el río Rhin, demandaron extensiones mayores a los 250 m, pero la confianza en los puentes de tipo atirantado y un desarrollo paralelo del sistema de plataforma de acero ortotrópica, que minimiza el peso de la plataforma, permitió la construcción de una serie de puentes económicos y visualmente estéticos en Alemania, después de la Segunda Guerra Mundial. El puente Theodor Heuss cruza el río Rhin en Dusseldorf, abierto en 1957, tuvo extensiones: 108-260-108 m con tres series de cables paralelos en cada torre, en cada dirección en dos planos de cables, fijado en tres puntos en lo alto de la torre, lo que hoy se denomina la configuración de “arpa”.

El sistema de rigidez consistió en dos vigas a lo largo de los planos de los cables; su rigidez torsional afectó la distribución transversal de la plataforma entre los planos de los cables, doblando así la redundancia estructural. Un análisis preciso de este sistema indica que estuvo por encima de las capacidades de los análisis manuales de esa época; por lo tanto, se hicieron aproximaciones. El arreglo de los

cables en forma de arpa fue teóricamente menos eficiente que el de abanico, ya que las inclinaciones eran menos pronunciadas.

El siguiente puente atirantado fue el Severins que cruza el Rhin en la ciudad de Colonia; abierto en 1960 fue famoso por su torre en forma de A sobre un banco, a través del cual se construyeron dos extensiones desiguales flotantes de 302 m y 151 m, con tres pares de cables conectado en el ápice de la torre en ambos lados y arreglados en forma de abanico a lo largo de dos planos de cables inclinados, soportando dos plataformas rígidas. Una singular torre en forma de "A" con cables fuera de su ápice para resistir los bordes de dos claros asimétricos; este puente fue un logro tanto de ingeniería como arquitectónico.

El tercer puente atirantado construido en Alemania, atraviesa el río Elba en Hamburgo; entró en servicio en 1962, introdujo el concepto de un plano único de cables, que soportaba una viga rígida con fuerte torsión en toda la longitud del eje del puente, sosteniendo en ambos lados una plataforma en voladizo, cuyos bordes externos tenían rigidez a través de dos vigas longitudinales.

La innovación de los cables en un plano único fue no obstante, opacado por la extensión de la parte superior de las dos torres para doblar su altura arriba de la conexión de los cables, exclusivamente por cuestiones estéticas. Otra peculiaridad de este puente fue el regreso al arreglo de los cables en forma de abanico en cada lado de las torres; dos cables anclados a dos alturas diferentes sostenían la plataforma en el mismo punto, dando la impresión de que los tirantes estaban diseñados para apoyar las torres más que la plataforma.

El puente Leverkusen, inaugurado en 1964, que también cruza el río Rhin, tiene dos cables atirantados en cada lado de las dos torres con un arreglo en forma de arpa, para sostener tres claros de 106-280-106 m; su innovación fue de que cada tirante consistía de dos cables.

El siguiente adelanto en los puentes atirantados lo dio después de los años sesentas un sistema con forma de múltiples tirantes, por medio del cual un gran número de cables con diámetros pequeños fueron atados a las torres a diferentes alturas, en forma de arpa o de abanico o en forma mixta, para absorber la rigidez de la viga en pequeños intervalos. El análisis estructural fue posible gracias a las computadoras. Este desarrollo simplificó tanto la construcción de los cables atirantados, que pudieron ser filamentos delgados, como las conexiones en sus extremos. Esto redujo el tamaño de la rigidez de la viga y llegó a ser un miembro a compresión para resistir la componente horizontal de las tensiones en los tirantes. Los criterios de diseño de la rigidez de la viga, fueron su resistencia a la deflexión en los planos horizontal y vertical, y su deflexión local, bajo cargas vivas, como una viga con soportes elásticos espaciados.

El puente Friedrich Ebert, en Bonn, Alemania; cruza el río Rhin, es el primero construido con múltiples cables; fue diseñado por Homberg y se terminó en 1967; tiene tres tramos de 120-280-120 m y está sostenido por 80 cables atirantados en

ambos lados de las torres en un plano singular; la rigidez de la viga tuvo resistencia a la torsión en toda la extensión del puente.

En 1974, en Hamburgo se concluyó el puente Kohlbrand con un tramo de 325 m, y con dos torres en forma de "A", en cuyas partes superiores se anclaron los respectivos cables en dos planos inclinados, con forma de arpa modificada, conocida también como semi-arpa.

Los puentes atirantados, prácticamente han suplantado todas las otras formas de puentes para tramos entre 200 y 500 m; las ventajas que los puentes atirantados tienen con respecto a los colgantes de la misma longitud, son que no requieren anclajes tan sólidos, y que su construcción es simple; tienen además mayor rigidez que el puente colgante de por vida, y por cargas de viento. Los puentes atirantados de múltiples cables quizá no tengan la simplicidad de los que son sostenidos por uno o dos tirantes, o tal vez carezcan de la elegancia clásica de los puentes colgantes, pero su perfil de una plataforma delgada sostenida por delgados cables en un patrón lineal desde una o dos torres altas, resulta una atracción muy llamativa. La estabilidad aerodinámica de los puentes completados o sin completar durante su construcción, es un importante tema para los de diseño atirantado, y su aspecto solamente puede ser investigado en pruebas de túneles de viento.

La forma estructural básica de este tipo de puentes es una serie de triángulos interpuestos que comprimen a la torres, a los cables, y a la plataforma. Todos estos miembros del triángulo están predominantemente bajo fuerzas axiales: los cables a tensión; mientras que la torre y la plataforma están sujetos a la compresión. Los miembros cargados axialmente, por lo general son más eficientes que los miembros flexionados. Esto contribuye a la economía de un puente atirantado.

En la tabla 1.1 se presenta una lista de los puentes atirantados con tramos mayores a 500 m, con su respectivo año en que entraron en servicio y en la 1.2, los puentes atirantados que existen en México.

**Tabla 1.1**  
**Puentes atirantados con grandes claros**

<b>Puente</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>Lugar</b>	<b>Año de construcción</b>
Skarnsundet	530	Trondheim, Noruega	1992
Meiko Chuo	590	Nagoya, Japón	---
Yangpu	602	Shangai, China	1993
Normandie	816	Le Havre, Francia	1995
Tatara	890	Japón	1999

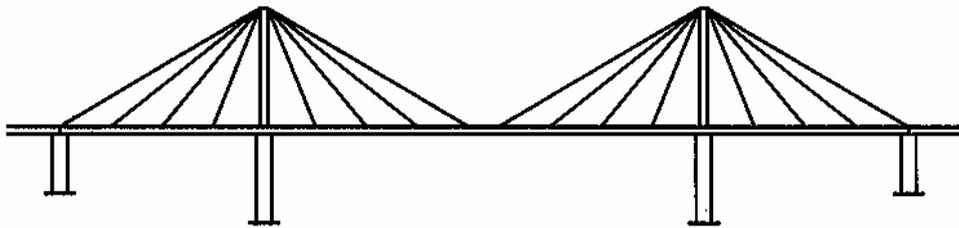
**Tabla 1.2**  
**Puentes atirantados en México**

<b>Puente</b>	<b>Estado</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>Inicio de operación</b>
Tampico	Tamaulipas	360	1988
Mezcala	Guerrero	311	1993
Dovalí Jaime	Veracruz	288	1984
Quetzala	Guerrero	213	1993
Río Papaloapan	Veracruz	203	1995
Barranca El Zapote	Guerrero	176	1993
Barranca El Cañón	Guerrero	166	1993
Grijalva	Tabasco	116	2001

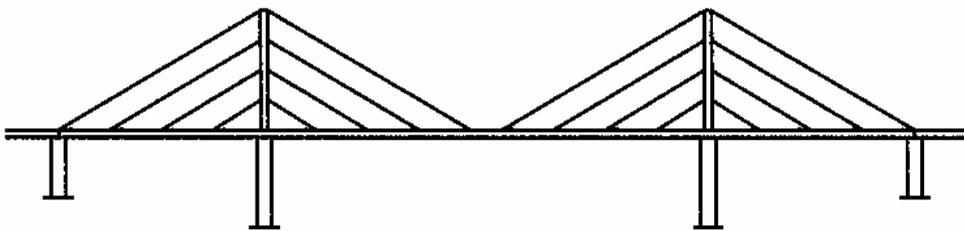
### **1.3 Sistemas de cables atirantados**

Los cables en los puentes atirantados pueden ser combinados en alguna de las siguientes tres formas principales <sup>[5, 6]</sup> (fig 1.3):

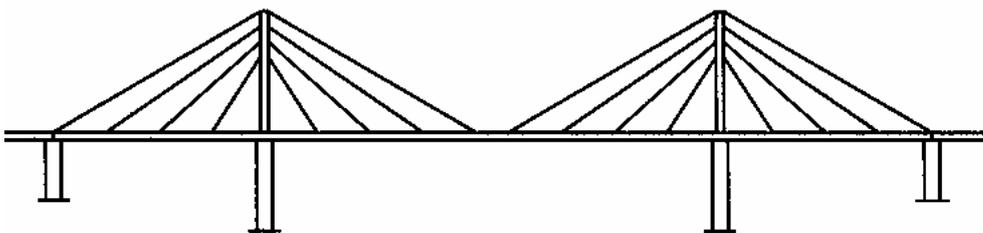
1. En sistema de abanico, “fan”: los cables están anclados en lo más alto de las torres, desde un mismo punto, lo que implica problemas en los detalles de las anclas.
2. El sistema de arpa, “harp”: los cables se diseñan de manera paralela; las componentes horizontales de la tensión en los cables que soportan la viga, cerca de la torre son más grandes que aquellos que se utilizan en el sistema de abanico. Con este sistema, las torres deben ser más altas disponer de una mayor inclinación, lo que incrementa la rigidez del sistema. Estéticamente, el sistema de arpa se considera como el más agradable a la vista.
3. Sistema de semi-arpa, “semi-harp”: Para evitar el problema del amontonamiento de los anclajes de los tirantes en el ápice de la torre, estos están espaciados a distancias convenientes en la parte superior de la torre, sin que se llegue a un arreglo paralelo.



(a)



(b)



(c)

**Figura 1.3**  
**Arreglo de los cables: (a) sistema de abanico.**  
**(b) Sistema de arpa. (c) Sistema de semi-arpa**



**Figura 1.4**  
**Puente atirantado, Río Papaloapan**

## **2 Análisis de falla en puentes atirantados**

---

El índice de fallas que se presentan en los puentes atirantados en servicio, se debe a cuatro factores <sup>[7]</sup> fundamentales: a problemas de diseño; a los materiales constitutivos; al procedimiento constructivo; y a la operación, bajo cargas vivas.

Estos tipos de falla conducen a que en los materiales se presenten defectos o agrietamientos que pueden extenderse <sup>[8]</sup> o crecer; y debido a las cargas a que se encuentra sometida la estructura en un momento dado, pueda colapsarse. O bien las fallas tener su origen en el proceso de construcción <sup>[4]</sup>, ya sea porque no hubo un control de calidad, y por lo mismo no se cumplió con las especificaciones de la obra. Las fallas que se deben a las cargas de operación es porque las cargas vivas que se presentan son extraordinarias; o porque se rebasaron las cargas de diseño, las cuales pueden ser por el incremento del flujo vehicular; o porque se presenten vientos con velocidades mayores a las normales; o debido a un sismo de intensidad mayor a la de diseño; o bien por una combinación de ellas <sup>[1, 5, 6]</sup>.

En general, las causas pueden clasificarse de la siguiente manera:

1. Falla por problemas de diseño
2. Fallas en el material constitutivo
3. Fallas por problemas generados durante el proceso constructivo
4. Fallas por condiciones de operación no consideradas

Para cada una de las posibles causas principales, existen causas secundarias de probabilidades de falla descritas a continuación:

### **2.1 Fallas por problemas de diseño**

Las fallas por problemas de diseño tienen su origen en otras causas secundarias, que se clasifican de la siguiente manera:

- i. Errores en la selección del material constitutivo
- ii. Fallas en la especificación de la capacidad estructural del puente
- iii. Indefiniciones en el proceso constructivo, o errores en el mismo
- iv. Fallas geométricas en el diseño estructural

Generalmente, las causas por problemas de diseño se catalogan como poco probables; sin embargo, estos problemas pueden calibrarse con el comportamiento estructural del puente, durante su operación. Es más probable que los problemas se presenten en algunas partes específicas del puente, por

ejemplo, la capacidad estructural de los elementos de anclaje para resistir cargas dinámicas, ya que pueden tener poca resistencia o defectos internos.

## **2.2 Fallas en el material constitutivo**

Las causas más importantes identificadas para generar fallas en los materiales son:

- i. Propiedades mecánicas deficientes del acero
- ii. Proceso de fabricación inadecuado
- iii. Composición química deficiente
- iv. Tratamiento térmico mal aplicado

Este tipo de fallas tiene una alta probabilidad de ocurrencia <sup>[7]</sup> debido generalmente al mal control de calidad en el proceso de fabricación de piezas estructurales, que no garantiza la homogeneidad y especificaciones del material, lo que implica variaciones en el material con que es construido un elemento, que puede afectar la integridad del puente.

## **2.3 Fallas en el proceso constructivo**

Este tipo de fallas se caracteriza por tres problemas secundarios:

- i. Maquinado
- ii. Soldadura
- iii. Relevado de esfuerzos

Estas fallas se clasifican como probabilidad media <sup>[7, 9]</sup>; su consideración es importante debido a que sus efectos se pueden presentar en un mediano o largo plazo en combinación con algunos de los problemas que suelen existir en el material constitutivo.

## **2.4 Fallas por condiciones de operación no consideradas**

A excepción de las cargas laterales por efecto del viento, estas causas se consideran de baja probabilidad por el comportamiento global de un puente atirantado; sin embargo, no pueden descartarse las condiciones de tráfico, que tienden a aumentar con el paso del tiempo y rebasar las consideraciones que se tomaron en el diseño.

## 2.5 Clasificación general de problemas y determinación de soluciones

Considerando los factores anteriores, los problemas de falla más importantes que se identifican en los puentes atirantados, basados en las evidencias técnicas disponibles, como reportes de inspección, informes de falla y reportes del comportamiento de los puentes durante y después de su construcción; son los de la tabla 2.1; y se proponen las soluciones más adecuadas para resolver cada caso.

**Tabla 2.1**  
**Clasificación de problemas y determinación de soluciones**

<b>Problema</b>	<b>Solución</b>
No se conoce la distribución, ni la cantidad de porosidades, inclusiones o defectos en el material	Desarrollar un modelo estadístico que considere la distribución y el tamaño de los defectos, para calcular la probabilidad de falla
Se desconoce si una pieza es capaz de resistir las cargas cíclicas de fatiga	Desarrollar estudios con un modelo de elemento finito que utilice los parámetros de mecánica de la fractura, para predecir el comportamiento de las piezas en diferentes condiciones de carga
Se desconoce si el diseño de los elementos de anclaje consideró adecuadamente las cargas dinámicas	Desarrollar un modelo de elemento finito con el que se analicen las condiciones de carga normales y máximas
Se desconoce la tenacidad a la fractura, y la resistencia a la fatiga del material	Hacer pruebas de mecánica de la fractura para obtener los parámetros de tenacidad y resistencia a la fatiga
	Desarrollar un modelo estadístico para estimar la probabilidad de falla
No existe evidencia de cómo se realizó la soldadura, ni si se aplicó un tratamiento térmico para el relevado de esfuerzos	Evaluar las soldaduras en los elementos de anclaje, y obtener datos para un modelo estadístico que calcule la probabilidad de falla
No se conocen los niveles de cargas por viento, o huracanes	Medir aceleraciones en los elementos de anclaje de los tirantes.



### 3 Teoría de confiabilidad

---

En un diseño de ingeniería existe la necesidad de introducir incertidumbres, ya que no es posible garantizar la seguridad absoluta de una estructura, por la imposibilidad de predecir futuras condiciones de carga; a la incapacidad de obtener y expresar con exactitud en un lugar específico, las propiedades del material; y al uso de consideraciones simplificadas en la predicción del comportamiento de la estructura, debido a las consideraciones bajo cargas. A pesar de todo lo anterior, siempre es factible establecer la probabilidad de falla estructural dentro de límites razonables <sup>[10]</sup>.

El análisis de confiabilidad estructural se ha incrementado en gran manera. Muchos métodos se han propuesto, considerando el tipo de problema, los parámetros involucrados, y la incertidumbre asociada con estos parámetros. Las incertidumbres se modelan en términos de la media (tendencia central), la varianza (la dispersión de la media), y la densidad de probabilidad y las funciones de distribución. Muchas técnicas de estimación de confiabilidad usan toda o parte de la información en diferentes formas. Estas variaciones determinan un método particular, con sus propias ventajas y limitaciones específicas.

La confiabilidad estructural puede clasificarse en dos tipos:

- i. Confiabilidad del elemento estructural
- ii. Confiabilidad del sistema integral

El primero se refiere a la confiabilidad del componente; es decir, a la probabilidad de supervivencia de un elemento individual de una estructura correspondiente a un criterio de desempeño. El segundo tipo se refiere a la probabilidad de supervivencia de un sistema estructural.

El diseño estructural consiste de manera general en proporcionar los elementos de una estructura, de tal manera que estos satisfagan los diversos criterios de seguridad, funcionalidad y durabilidad, bajo la acción de cargas; lo que significa que la estructura debe diseñarse de manera que presente mayor resistencia que los efectos causados por las cargas; sin embargo, existen numerosas fuentes de incertidumbre en los parámetros de la carga y de la resistencia.

El análisis de confiabilidad es un método para calcular la probabilidad, que tiene una estructura de exceder un estado límite de falla. En un análisis de confiabilidad, la incertidumbre asociada con una variable que se expresa en términos de su función de densidad de probabilidad, es explícitamente tomada en cuenta; mientras que en un análisis determinístico del estado límite, se le asigna a la variable un valor característico, y un factor de seguridad parcial para incluir los eventos extremos. El análisis de confiabilidad empieza con la formulación de una

función de estado límite, que representa el desempeño de una estructura, en términos de un número de variables aleatorias básicas.

El problema de confiabilidad básica considera solamente un efecto de carga,  $S$ , soportada por una resistencia,  $R$ , ambas descritas por funciones de densidad de probabilidad conocidas. La función de estado límite para un elemento se define de la siguiente manera <sup>[11]</sup>:

$$M = R - S \quad (3.1)$$

Dónde  $M$ , es el margen de seguridad.

Se considera que el elemento estructural falla si  $R$  es menor que  $S$ ; es decir,  $M \leq 0$ . Si  $R$  y  $S$  son estadísticamente independientes, entonces la probabilidad de falla,  $P_f$ , del elemento estructural, puede definirse por la siguiente ecuación:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (3.2)$$

Donde  $F_R(x)$  es la función de distribución acumulada de  $R$ , definida como  $F_R(x) = P(R \leq x)$ , o la probabilidad que la resistencia actual  $R$  sea menor que algún valor de  $x$ ; y  $f_S(x)$  representa la probabilidad que  $S$  tenga un valor entre  $x$  y  $(x + \delta x)$  en el límite, cuando  $\delta x$  tiende a cero.

La probabilidad de falla se obtiene considerando todos los valores posibles que existan de  $x$ ; e integrando sobre todas las  $x$ . Esta integral se le conoce como "integral de convolución", ilustrada en la fig 3.1. La solución de forma cerrada para esta integral, en el caso general, no existe; sin embargo, se tiene un número de distribuciones para los cuales es posible adicionar la integral de convolución.

En general, una ecuación de estado límite es más compleja, cuando  $R$  y  $S$  son funciones de diversas variables aleatorias básicas, tales como las propiedades del material, dimensiones de la estructura, y densidades del material; y suelen no ser independientes. En este caso la ecuación del estado límite o función de falla puede expresarse en términos del conjunto con  $n$ -variables básicas,  $\bar{X}$ , donde  $\bar{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$ , que afecta el desempeño estructural; de manera que:

$$M = G(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0 \quad (3.3)$$

La ec 3.3 es la que describe la condición de falla.

La superficie definida por  $M = 0$ , comúnmente se considera como la frontera de la falla por el estado límite, bajo consideración. La probabilidad de falla es equivalente a la integración de la junta de las distribuciones sobre la región de falla, y está dada por:

$$P_f = P(M \leq 0) = \int \cdots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (3.4)$$

Donde  $f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n$  es la función de densidad de probabilidad conjunta para todas las n-variables básicas de  $\bar{X}$ .

Si la función de falla dada por la ec 3.3 es lineal, y las variables aleatorias básicas se distribuyen normalmente, entonces se puede obtener la siguiente relación:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.5)$$

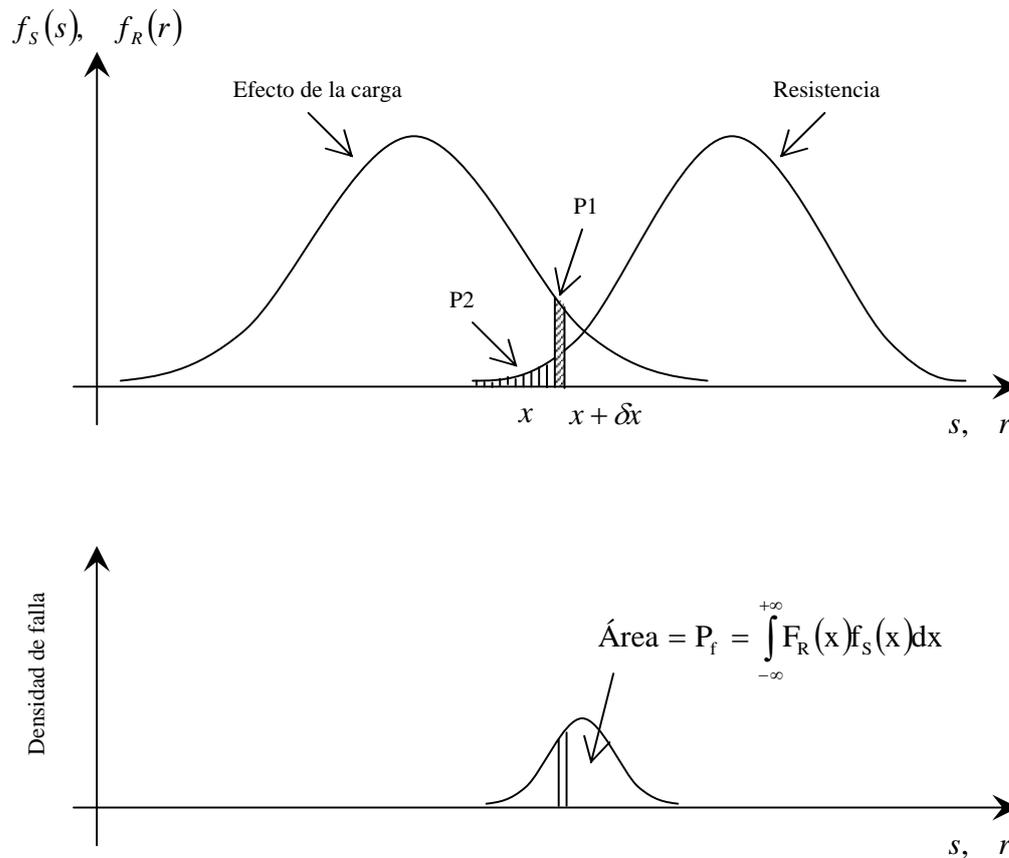
Donde  $\Phi$  es la distribución normal estándar acumulada, y  $\beta$  es la confiabilidad indicada y definida por:

$$\beta = \frac{\mu M}{\sigma M} \quad (3.6)$$

Donde  $\mu M$  y  $\sigma M$  son la media y la desviación estándar, respectivamente.

La interpretación geométrica de la confiabilidad indicada es la distancia más pequeña que existe en las fronteras entre el dominio de seguridad y el dominio de falla <sup>[12]</sup>; la evaluación de la probabilidad de falla se reduce a la evaluación simple en términos de los valores de la media y de la desviación estándar de las variables aleatorias básicas.

Generalmente, no es posible evaluar directamente la función  $P_f$  de la probabilidad de falla, debido a que la integración de la junta de función de densidad de probabilidad es numéricamente compleja. La integración numérica puede solamente ser aplicada de manera eficiente en problemas que involucran un pequeño número de variables, generalmente menor de seis <sup>[13]</sup>. La solución analítica para esta formulación prácticamente no existe para la mayoría de los problemas comunes. No obstante, para resolver esta formulación se han desarrollado métodos aproximados, como los métodos de confiabilidad de primer orden y segundo orden; la simulación Monte Carlo, que llegó a ser muy popular con la aplicación de técnicas de reducción de la varianza, como por ejemplo "importancia del muestreo". La formulación para este trabajo se resuelve con el método de simulación Monte Carlo, misma que se explica más detalladamente en el tema 3.4 de este capítulo.



**Figura 3.1**  
**Descripción gráfica de la integral de convolución**

### 3.1 Variables involucradas en el modelo general

Para calcular la integridad estructural de un elemento del puente atirantado, primero se deben evaluar los parámetros que originan la carga y resistencia, los que a su vez están en función de otras variables: el primero por las cargas dinámicas, en tanto que el segundo por las propiedades del material y sus defectos. Las dispersiones de estas variables se representan mediante funciones de distribución de probabilidad.

En el caso de obtener los valores de los esfuerzos en cualquier punto del puente, como puede ser en los anclajes superiores, es necesario construir un modelo general del puente, y aplicarle las cargas a que está sometido; es decir, las cargas muertas y las cargas vivas, para determinar con ellas los esfuerzos y las tensiones en cada uno de los tirantes. Estos esfuerzos se aplican después en un modelo parcial del puente, que únicamente incluye la parte del puente que interesa analizar, construyendo el modelo de forma detallada para conocer su integridad

estructural, en este caso el modelo parcial del puente, se refiere a los elementos del anclaje superior del puente atirantado.

### 3.1.1 Variables de la carga

Las cargas vivas y las cargas muertas son los principales componentes en los puentes atirantados. En el caso de las cargas muertas, es el propio peso. Este componente de la carga muerta se considera de acuerdo con estudios previos, como variable aleatoria. La carga viva, normalmente se divide en dos subcomponentes: cargas estáticas y cargas dinámicas. La componente estática de la carga viva, para este estudio, se debe a la carga provocada por el tráfico vehicular, que depende de otros parámetros <sup>[11]</sup>, como se muestra en la tabla siguiente:

**Tabla 3.1**  
**Cargas vivas**

Tráfico vehicular
1. Cargas en los ejes de acuerdo con el tipo de vehículo
2. Posición del vehículo en el puente
3. Número de vehículos (del mismo tipo) en el puente
4. Número de vehículos (de diferente tipo) en el puente

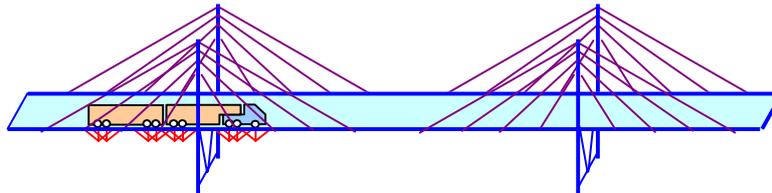
Debido a que estas variables son por naturaleza aleatorias, el efecto de la carga viva estática se considera también como una variable aleatoria.

Aplicando estas cargas al puente atirantado, se determinan las tensiones que se presentan en cada uno de los 112 tirantes. Para el análisis de la carga vehicular, el primer parámetro mostrado en la tabla 3.1, se realiza para cinco tipos de vehículos: de 2, 3, 5, 6 y 9 ejes; la nomenclatura de los vehículos se muestra en la tabla 3.2, y se clasifican de acuerdo con su número de sus ejes.

**Tabla 3.2**  
**Valores promedio de cargas en el puente por eje**

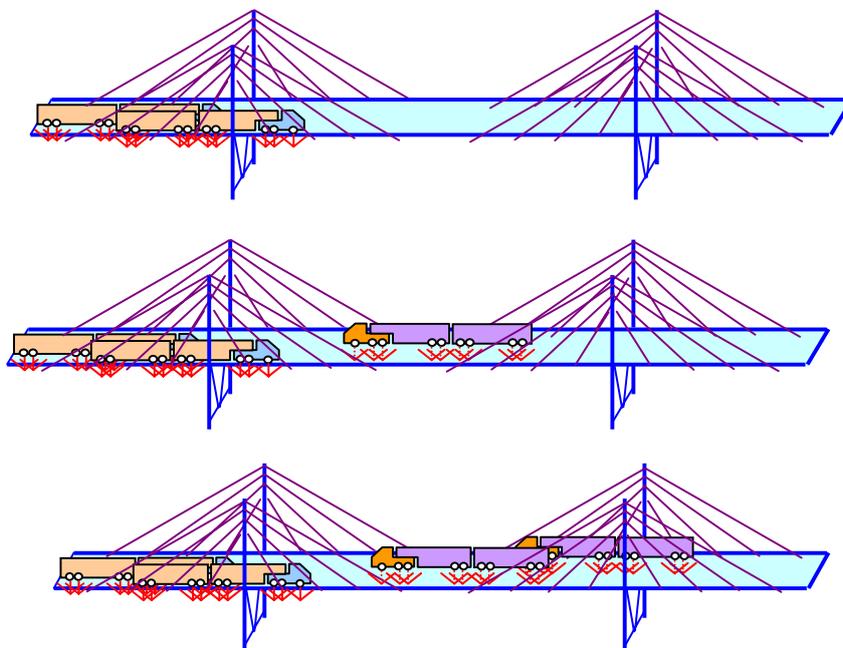
Tipo de vehículo	Carga por eje (kg)									Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
C-2	3 295	7 970								11 265
C-3	4 301	9 347	9 177							22 825
T3-S2	4 104	7 791	7 757	7 737	8 166					35 555
T3-S3	4 179	11 288	11 330	10 458	10 582	11 057				58 894
T3-S2-R4	4 298	8 771	8 553	9 150	9 191	7 562	6 877	8 845	8 481	71 728

El segundo parámetro para la carga vehicular, es el que considera la posición del vehículo a lo largo de la superficie de rodamiento del puente; el análisis inicia considerando que cada vehículo está parado en el extremo inicial del puente (en el carril derecho); en un segundo análisis se simula que el automotor ya recorrió una parte del puente, incrementando su posición sobre el puente en 5 m; en el tercer análisis, la unidad ya avanzó otros 5 m, y así sucesivamente hasta recorrer toda la longitud del puente.



**Figura 3.2**  
**Posición del vehículo en el puente**

En el tercer parámetro se considera que dos o más vehículos del mismo tipo recorren el puente en ambas direcciones, y ambas avanzan 5 m de distancia en cada análisis; el primer vehículo recorre el puente del extremo inicial al final, y el segundo lo hace del extremo final al extremo inicial en el sentido real del flujo vehicular.



**Figura 3.3**  
**Dos o más vehículos del mismo tipo transitan en el puente**

En el último parámetro, los análisis se realizan para cuando dos o más vehículos de diferente tipo recorren el puente en ambas direcciones, realizándose todas las combinaciones posibles, con los cinco tipos de automotores.

La componente dinámica de la carga viva, es además de las anteriores citadas para la componente estática, el efecto dinámico del movimiento de los vehículos sobre los elementos del puente. Generalmente, la resultante de los efectos de la carga de un automotor en movimiento es considerablemente más grande que el de un vehículo estático. La magnitud de los efectos dinámicos depende de factores, tales como la velocidad del vehículo; la condición de la superficie; y de las características dinámicas del puente. Estos factores son aleatorios. Los parámetros estadísticos de todas las variables se obtuvieron de la literatura abierta [14]. La suma de ambas componentes generales del puente, como son las cargas muertas y las vivas, describen el efecto de carga que se genera en el puente a ser aplicadas. De manera que se tiene la siguiente ecuación:

$$S = P_M + f_s(P_T) = P_M + g_s(v, p, n, N) \quad (3.7)$$

Donde  $P_M$  es la carga muerta; y  $P_T$  es la carga viva generada por el tráfico vehicular; de manera que  $v, p, n, M$  representan a la carga en los ejes por tipo de vehículo; posición del vehículo en el puente; carga por números de vehículo del mismo tipo en el puente; carga por número de vehículos de diferente tipo en el puente, respectivamente. Caracterizados por una función de distribución.

### 3.1.2 Variables de la resistencia

La resistencia está en función de las propiedades del material, como el esfuerzo de cedencia  $\sigma_y$ ; y el módulo de Young  $E$ , como parámetros determinísticos.

### 3.1.3 Esfuerzos en los tirantes

Con los datos anteriores se obtienen los esfuerzos en cada uno de los tirantes del puente, para cada caso en particular; y una vez completados todos los posibles casos, que están dados para cada uno de los parámetros involucrados, se obtienen 896,000 resultados de esfuerzos para los 112 tirantes del puente (tabla 3.3).

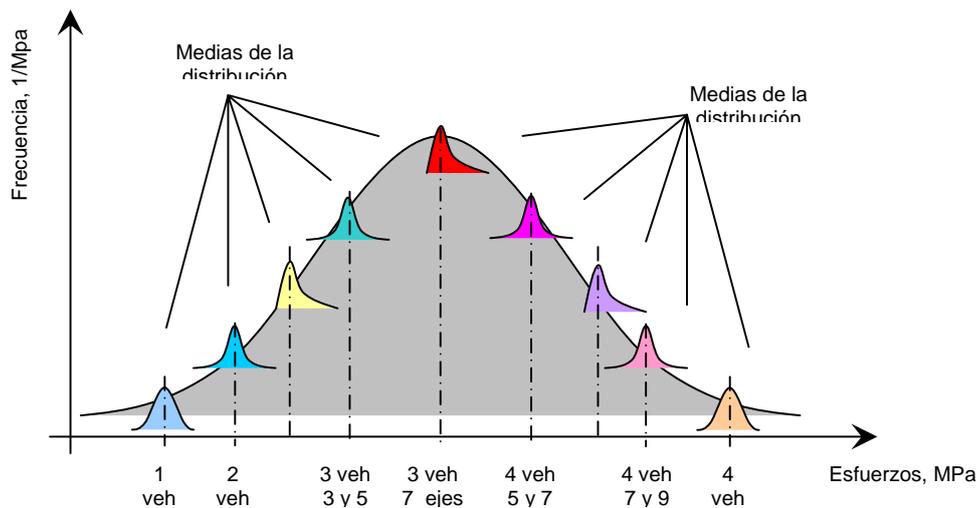
Posteriormente, con la ayuda del software @Risk 4.5 [15], se realiza el análisis estadístico de para cada uno de los parámetros de la tabla 3.4 para determinar los ajustes de la distribución de los datos de acuerdo con tres criterios estadísticos: Chi-cuadrada; Kolmogorov-Smirnov; y Anderson Darling. Así, para cada parámetro se obtuvo la distribución que mejor se ajustaba a los datos analizados con el objeto de obtener la función de distribución de probabilidad que caracteriza a los esfuerzos en cada tirante. Conforme lo anterior, los esfuerzos en los tirantes tienen la siguiente forma:

$$\sigma_{TIR} = f(v, p, n, N) \quad (3.8)$$

Donde:  $v, p, n$  y  $N$  son el tipo de vehículos que circulan en el puente; la posición del vehículo en el puente; el número de vehículos del mismo tipo en el puente; y el número de vehículos de diferente tipo en el puente, respectivamente. El primer ajuste de la distribución de los esfuerzos en los cables se hizo para la carga menor, que es un vehículo de dos ejes, tipo C-2; el último ajuste fue el de la carga mayor, que corresponde a cuatro vehículos de nueve ejes, tipo T3-S2-R4. Los ajustes restantes se destinaron a las combinaciones de cargas vehiculares de los demás parámetros. De estas distribuciones calculadas, se obtuvieron sus medias, y a todos los promedios se le realizó otro ajuste de distribución, para determinar la distribución final que le corresponde a cada tirante del puente por tráfico vehicular. En la fig 3.4 se ilustran los ajustes. Los esfuerzos obtenidos son los que van a alimentar los datos de la carga, en el modelo parcial del puente, para calcular la probabilidad de falla de los elementos de anclaje superior del puente.

**Tabla 3.3**  
**Vehículos en el puente**

Vehículo	Posición del vehículo	Número de vehículos del mismo tipo	Número de vehículos de diferente tipo	Esfuerzos en cada tirante
1	80	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4	8,000
2	80	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4	8,000
3	80	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4	8,000
4	80	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4	8,000
5	80	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4	8,000



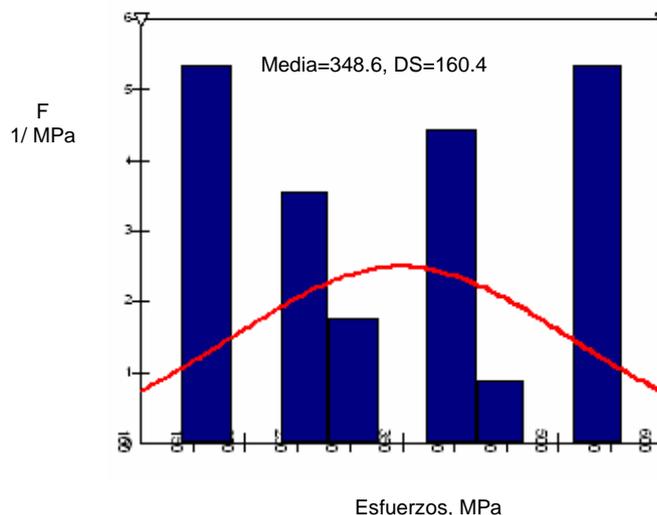
**Figura 3.4.**  
**Ajuste de la distribución de esfuerzos por carga vehicular**

## 3.2 Variables involucradas en el modelo parcial

El modelo parcial del puente es la construcción de un modelo a detalle de los elementos del anclaje superior. La integridad estructural se evalúa con los parámetros de carga y resistencia. La carga aplicada en el anclaje es aquella que se determinó en el modelo general del puente para cada uno de los tirantes; mientras que la resistencia va en función de las propiedades del material y de sus defectos. Las dispersiones de las variables están representadas por funciones de distribución de probabilidad.

### 3.2.1 Variables de la carga del modelo parcial

Estas cargas son representadas por la función de distribución de probabilidad de los esfuerzos a que está sometido cada uno de los 112 tirantes.



**Figura 3.5**  
Función de distribución del tirante 11 semi-arpa 2

### 3.2.2 Variables de la resistencia para el modelo parcial

La resistencia está en función de las propiedades del material, como el esfuerzo de cedencia  $\sigma_y$ ; y el módulo de Young  $E$ , en donde se encuentran considerados los defectos del material, como la porosidad y la granulometría. Por tanto, la ecuación que describe a la resistencia es de la siguiente forma:

$$R = f(\sigma_y, E) \quad (3.9)$$

Donde  $\sigma_y$  y  $E$  tienen valores dispersos descritos por funciones de distribución.

### **3.3 Simulación Monte Carlo**

La simulación Monte Carlo es un método de simulación estadística, lo que implica la utilización de una secuencia de números aleatorios para realizar la simulación, emulando numéricamente un sistema real mediante un modelo matemático <sup>[16]</sup>. El proceso físico se simula directamente, y no se requiere escribir las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema. El requisito único es que el sistema físico o matemático sea descrito por funciones de densidad de probabilidad.

Una vez que es conocida la función de densidad de probabilidad, la simulación Monte Carlo puede efectuarse mediante un muestreo aleatorio a partir de la función de densidad de probabilidad. Luego se efectúan varias simulaciones. En muchas aplicaciones prácticas se puede predecir el error estadístico (la varianza) en este resultado promedio; por tanto, estimar el número de intentos Monte Carlo que son necesarios para proporcionar un error dado.

De ahí que sea un proceso computacional que utiliza números aleatorios para derivar una salida, por lo que en vez de tener entradas con puntos dados, se asignan distribuciones de probabilidad a alguna o a todas las variables de entrada; esto generará una distribución de probabilidad para una salida, después de una corrida de la simulación.

Los principales componentes de la simulación Monte Carlo son:

- i. Funciones de distribución de probabilidad. El sistema físico debe describirse mediante un conjunto de funciones de densidad de probabilidad.
- ii. Generador de números aleatorios. Debe contar con una fuente generadora de números aleatorios, uniformemente distribuidos en el intervalo unitario.
- iii. Regla de muestreo. Debe darse una prescripción para el muestreo a partir de la función de densidad de probabilidad, asumiendo la disponibilidad de números aleatorios en el intervalo unitario.
- iv. Registro. Los resultados deben de ser acumulados y registrados para las cantidades de interés.
- v. Estimación del error. Debe determinarse el error estadístico (varianza), como una función de los números de pruebas o intentos.

Para entender qué tipos de problemas son resueltos por este método, es importante observar que el método permite la simulación de cualquier proceso cuyo desarrollo es influenciado por factores aleatorios. La simulación Monte Carlo es una técnica ampliamente utilizada para el análisis estructural probabilístico, y sirve para dos propósitos principales:

- 1° Validar métodos analíticos
- 2° Resolver sistemas grandes y complejos cuando las aproximaciones analíticas no son factibles.

El segundo caso resulta cuando la función de desempeño  $g(x)$ , es una función de muchas variables (ec 3.1), o cuando no puede ser expresada en términos de las variables aleatorias de  $X_i$ ; en este caso  $g(x)$ , puede ser evaluada sólo numéricamente a través de un análisis estructural como el método del elemento finito para el establecimiento de variables de entrada; es decir, la simulación Monte Carlo puede proporcionar la entrada para realizar múltiples análisis de elemento finito del sistema (un análisis/resultado por cada conjunto de variables de entrada), y entonces calcular el número de veces que falla y el número de veces en que no falla.

Para evaluar la probabilidad de falla correspondiente a una función de desempeño conocida, la simulación por el método Monte Carlo tiene el siguiente procedimiento:

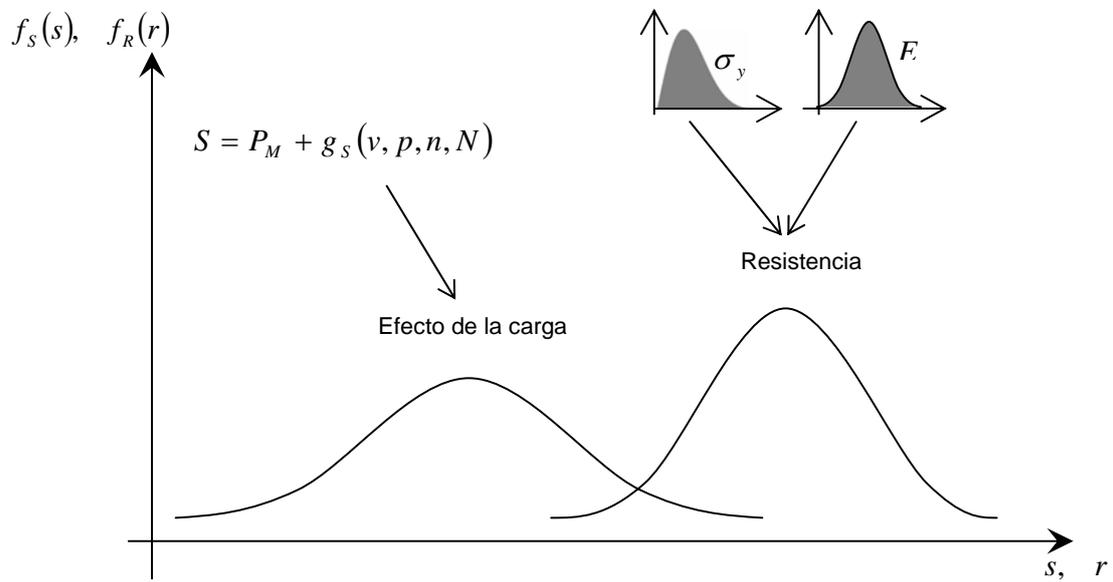
1. Dadas las funciones de densidad de probabilidad de las variables aleatorias en la función de desempeño, se genera un sólo valor de cada variable
2. Evaluar la función de desempeño, si  $g(X_i) \leq 0$  el sistema falla
3. Repetir los pasos 1 y 2, n veces
4. Estimar la probabilidad de falla mediante la expresión  $P_f = N_f / N$ ; donde  $N_f$  es el número de ciclos en que  $g(X_i) \leq 0$ , es decir, el número de ciclos de falla; y  $N$  es el número total de ciclos simulados

Para realizar el análisis de la probabilidad de falla, de los elementos de anclaje de un puente atirantado se deben determinar las ecuaciones que describen tanto a la carga como a la resistencia, definiéndose a la probabilidad de falla como:

$$P_f = P[g(R, S) \leq 0] \quad (3.10)$$

Donde  $R = f(\sigma_y, E)$  y  $S = P_M + g_S(v, p, n, N)$ .

Para una condición de diseño común, tanto el esfuerzo aplicado como la resistencia se pueden graficar, donde la media de la carga aplicada es mayor; el traslape de las funciones de densidad de probabilidad sugieren que la resistencia sea menor de la carga aplicada, y esta es la condición de falla. La fig 3.6 muestra la esencia del análisis estructural probabilístico: existe una posibilidad de falla definida en la región del traslape de las dos funciones de densidad de probabilidad. La distribución de la carga está dada para una condición de operación ordinaria y extraordinaria del puente atirantado, por lo que la carga depende del tráfico vehicular sobre el puente; la distribución de la resistencia se obtiene de los datos teóricos de la literatura <sup>[17]</sup>.



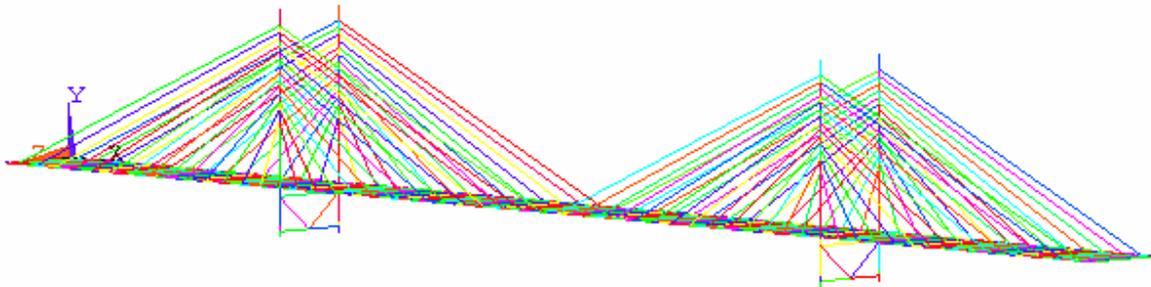
**Figura 3.6**  
**Variables básicas de la probabilidad de falla**

## 4 Aplicación numérica

---

### 4.1 Descripción del problema

Considerando un puente atirantado, con longitud de 342.7m y 10 años de servicio, sostenido por un arreglo de 112 tirantes, en forma de abanico modificado, anclados a dos torres, como se ilustra en la fig 4.1. Ambas torres del puente contienen un sistema de anclaje superior de los tirantes, como se muestra en la fig 4.2. El puente atirantado está sujeto a cargas externas, originadas por el flujo vehicular. Para determinar la confiabilidad estructural, se construyen dos modelos de elementos finitos; el primero es un modelo general del puente, para determinar las tensiones en cada uno de los tirantes; y el segundo, un modelo parcial, que se realiza construyendo un modelo a detalle del lugar específico en que se requiere el análisis, en este caso, en los anclajes superiores, que sirve para encontrar los esfuerzos y deformaciones que existen en ellos, y calcular después su probabilidad de falla.



**Figura 4.1**  
**Puente atirantado con arreglo de semi-arpa**

### 4.2 Características y condiciones de servicio del puente atirantado

Para el desarrollo de la investigación, el Instituto Mexicano del Transporte proporcionó los planos de construcción, y realizó las pruebas de laboratorio para calcular las propiedades mecánicas de los materiales, de donde se obtuvieron los datos necesarios para el análisis <sup>[18]</sup>. La tabla 4.1 contiene las características geométricas del puente, y los datos del acero y concreto con que fue construido el puente atirantado.

**Tabla 4.1**  
**Información general del puente atirantado**

Características		Propiedades mecánicas	
Material	Acero/concreto	Tipo de acero	A36
Longitud	342,7 m	Densidad, acero	7,850 kg/m <sup>3</sup>
Ancho	22,4 m	Densidad, concreto	2,400 kg/m <sup>3</sup>
Torres	2, tipo H	Módulo de Young, acero	2,1x10 <sup>11</sup> Pa
Forma	Semi-arpa	Módulo de Young, concreto	2,91x10 <sup>10</sup> Pa
Semi-arpas	8	Razón de Poisson, concreto	0,30
Tirantes	112	Razón de Poisson, acero	0,29

### 4.3 Simulación general del puente

Cabe destacar que para realizar los análisis estructurales del puente, se empleó el software comercial ANSYS MECHANICAL, versión 10<sup>[19]</sup>, que emplea el método de elementos finitos<sup>[10, 21, 22]</sup>, el cual involucra los siguientes pasos:

Preproceso. Se describe la geometría (construcción del modelo físico), propiedades de materiales y cargas, y condiciones de frontera. En esta etapa también se realiza la discretización del continuo. Además se deben elegir uno o más elementos que serán utilizados por el programa para la formulación matemática del modelo.

Análisis numérico. En esta etapa, el programa genera las matrices que describen el comportamiento de los elementos, y la resuelve para determinar los valores para los nodos o elementos de interés.

Postproceso. En esta etapa se realiza la revisión gráfica y numérica de los resultados, además de que se generan las listas y gráficas para realizar los reportes finales. Por ejemplo, en un análisis típico de esfuerzos, las gráficas que se incluyen son la forma deformada, esfuerzos, deformaciones, y probablemente la animación del comportamiento de la estructura.

#### 4.3.1 Modelo general del puente

Dimensiones generales del puente. En primer lugar se identificaron las dimensiones generales más importantes del puente, empleando los planos arquitectónicos que se nos proporcionaron, esto con la finalidad de conocer la ubicación de los anclajes inferiores del puente, de las vigas transversales bajo la superficie de rodamiento, que son las vigas principales; las vigas transversales, o

sea las vigas secundarias; en ambas torres también se identificaron sus principales coordenadas como son cimentaciones, anclajes superiores, altura total y altura a nivel de la superficie de rodamiento, sin tomarse en cuenta los pilotes de control. Para la construcción del modelo físico se definió el origen (coordenadas (0,0,0)) al inicio del estribo 1, aguas abajo. La abscisa está ubicada en la dirección longitudinal del puente; la ordenada es la vertical y la “z” en la dirección de aguas abajo a aguas arriba. Estas coordenadas se muestran en la fig 4.1.

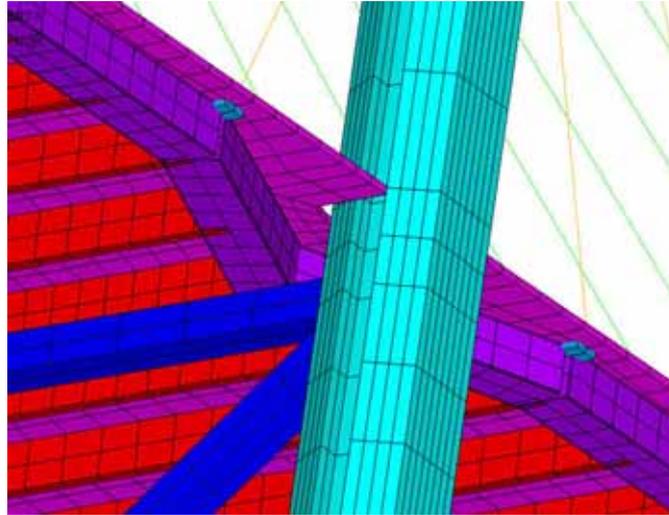
Líneas entre las coordenadas. Después se trazaron las líneas para unir las coordenadas (keypoints en el programa ANSYS): primero en ambos extremos de los estribos; luego para unir cada una de las vigas longitudinales, las torres y ambos extremos de los tirantes.

Áreas en la superficie de rodamiento. Se generaron las áreas respectivas en la superficie de rodamiento, con las líneas unidas en los estribos del puente. Entonces el modelo numérico queda como se ilustra en la fig 4.1.

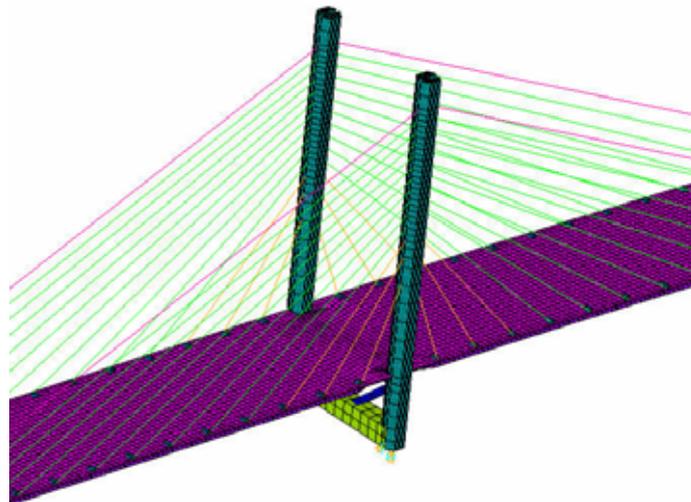
Elementos en el modelo general del puente. El siguiente paso consistió en introducir los elementos con que se modelan las diferentes estructuras que componen el puente, como se informa en la tabla 4.2, que en total son siete: la trabe principal; trabe secundaria; superficie de rodamiento; las dos torres centrales; contra-trabe; y contra- viento. Las figs 4.2 y 4.3 corresponden a los detalles de las trabes principales y secundarias, y un acercamiento de las torres.

**Tabla 4.2**  
**Elementos utilizados en el modelo general del puente**

<b>Nombre</b>	<b>Elemento</b>	<b>Comentario</b>
Trabe principal	Beam188	Sección rectangular desfasada. 2 nodos. 6 DOF/nodo
Trabe secundaria	Beam188	Sección trapezoidal desfasada. 2 nodos. 6 DOF/nodo
Superficie de rodamiento	Shell181	Sección desfasada, 4 nodos. 6 DOF/nodo
Torres	Beam188	La sección transversal se desarrolló en otra base de datos por su complejidad. 2 nodos. 6 DOF/nodo
Tirantes	Link 180	Tres diferentes secciones transversales. 2 nodos, 3 DOF
Contra-trabe	Beam188	Sección rectangular desfasada. 2 nodos. 6 DOF/nodo
Contra-viento	Beam188	Sección rectangular desfasada. 2 nodos. 6 DOF/nodo



**Figura 4.2**  
**Detalle de las traves y de la superficie de rodamiento**



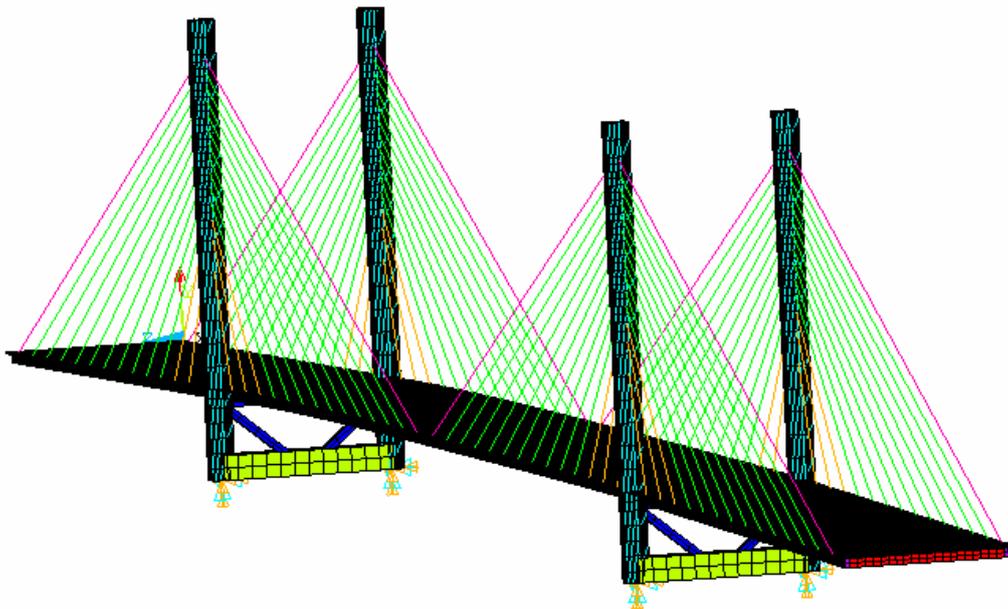
**Figura 4.3**  
**Detalle de las columnas y los cables**

Existen tres tipos de anclajes superiores en este puente atirantado conforme la tabla 4.3, de donde se sujetan los tirantes que sostienen al puente, por tanto, también hay una variación en el diámetro de los tirantes <sup>[9]</sup>.

**Tabla 4.3**  
**Diámetros en los tirantes**

Anclaje superior	Tirantes	Diámetro
Tipo 1	14	0.150 m
Tipo 2	4 al 13	0.145 m
Tipo 3	1, 2 y 3	0.125 m

Condiciones de frontera. Las restricciones de los movimientos se localizan en la cimentación de ambas torres y en el extremo inicial del puente como se ve en la fig 4.4 son de restricción total; en tanto que en el extremo final del puente, sólo existen restricciones para movimientos vertical y lateral. La tabla 4.4 muestra un esquema de las restricciones, y las cargas se aplican a lo largo de la superficie rodamiento, la que cambia de lugar conforme se incrementa el avance del tráfico, simulándose las cargas que por eje presentan los cinco tipos de vehículos que transitan por el puente<sup>[14]</sup> (tabla 3.2). En la fig 4.7 se ilustra el modelo numérico de un vehículo tipo T3-S2-R4.



**Figura 4.4**  
**Modelo final del puente atirantado**

**Tabla 4.4**  
**Condiciones de frontera del modelo general**

Condiciones de frontera	
Ambas torres	Restricción total
Extremo inicial	Restricción total
Extremo final	Restricción vertical y lateral
Superficie de rodamiento	Carga vehicular

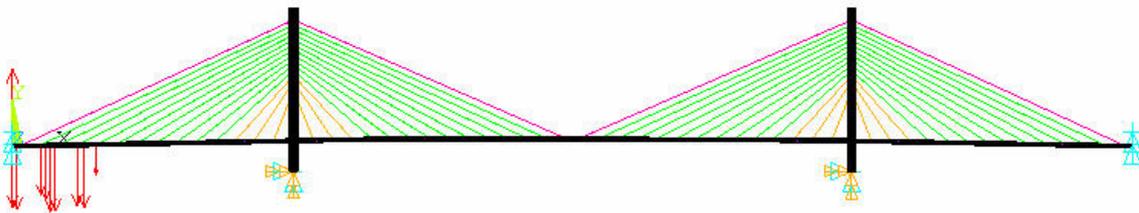
### 4.3.2 Análisis numérico con cargas vehiculares

Para encontrar las cargas a que están sometidos cada uno de los tirantes, es necesario realizar un análisis estructural al puente, aplicando cargas muertas y cargas vivas. Las cargas muertas la constituyen el peso propio de la estructura; y las vivas, el tráfico vehicular; que para un análisis estático dependen de los siguientes parámetros: 1) la carga en los ejes de acuerdo con el tipo de vehículo; 2) la posición del vehículo en el puente; 3) el número de unidades del mismo tipo sobre el puente; 5) número de autotransportes de distinto tipo sobre el puente. Los datos de los parámetros anteriores se toman de los estudios que al respecto se han realizado en el Instituto Mexicano del Transporte <sup>[14]</sup>.

Para el primer parámetro, los análisis se realizan con las cargas por eje para cinco diferentes tipos de vehículos, clasificados conforme su número de ejes; es decir, unidades con dos, tres, cinco, seis y nueve ejes; los pesos por eje se muestran en la tabla 3.2. En el segundo parámetro se analizan los mismos tipos de vehículos, pero considerando que cada uno de ellos tiene diferentes ubicaciones sobre la superficie de rodamiento del puente. Para el tercer y cuarto parámetros, se considera que dos o más unidades recorren el puente en ambas direcciones y con diferentes posiciones en la superficie de rodamiento del puente para vehículos del mismo tipo y de diferente tipo, respectivamente. La tabla 4.5, muestra las cargas y longitudes de los ejes, para un automotor tipo T3-S2-R4, que corresponde a un trailer de doble semireomolque, con nueve ejes; estas cargas se aplican en el modelo numérico del puente de la fig 4.5.

**Tabla 4.5**  
**Datos del vehículo analizado**

Vehículo T3-S2-R4	Carga (kN)	Longitud (m)
Eje 1	42,163	00.00
Eje 2	86,044	04.50
Eje 3	83,905	06.50
Eje 4	89,762	15.00
Eje 5	90,164	16.50
Eje 6	74,183	18.25
Eje 7	67,463	19.75
Eje 8	86,769	28.75
Eje 9	83,199	30.50
Peso Total	703,652	



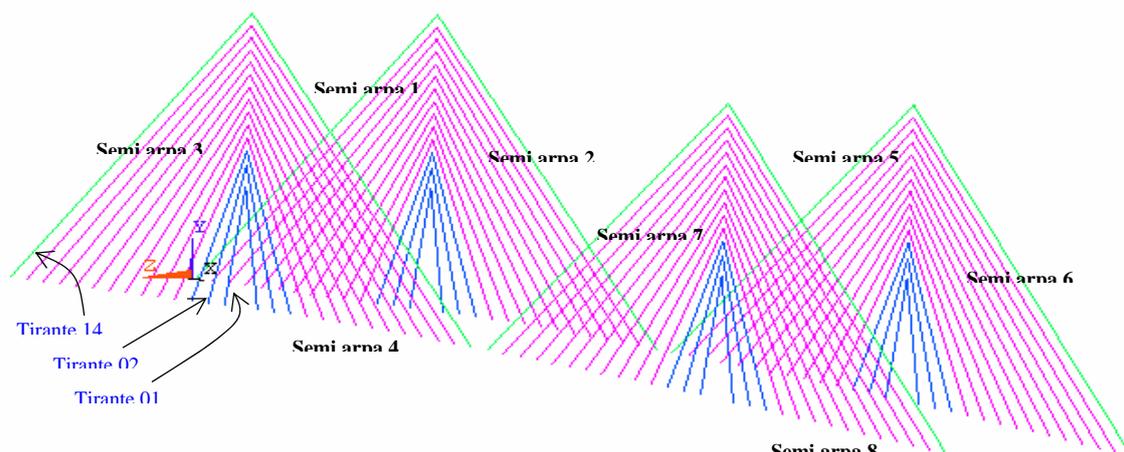
**Figura 4.5**  
**Modelo del puente con condiciones de frontera**

Debido a la enorme cantidad de análisis que se requiere para involucrar todos los parámetros de la carga por tráfico vehicular <sup>[23]</sup>, se hizo un programa de cómputo en el software ANSYS, versión 10; en un lenguaje Fortran, donde se realiza un análisis de esfuerzos para cada uno de los 112 tirantes; y para cada uno de los cinco tipos de vehículos que circular en el puente a cada 5 m de distancia, hasta abarcar toda la superficie de rodamiento del puente, en el Anexo A, se muestra el código fuente de dicho programa.

### 4.3.3 Resultados de las tensiones en los tirantes

Con el programa realizado en ANSYS se obtuvo una serie de esfuerzos que se generan en cada uno de los tirantes del puente conforme al tipo, número y posición del vehículo en el puente. En la fig 4.6 se aprecia la nomenclatura de las semiarpas y de los tirantes; en la tabla 4.6 se incluyeron los resultados de los

esfuerzos en los tirantes para cuando un automotor tipo C-2 está a la mitad del puente, y representa a las cargas menores; la tabla 4.7 corresponde a los esfuerzos para cuando cuatro vehículos tipo T3-S2-R4 están a la mitad del puente, representando a las cargas mayores que se generan en el puente. El historial de los esfuerzos para los demás análisis se presentan en el Anexo B.



**Figura 4.6**  
Nomenclatura de las semi-arnas y de los tirantes

**Tabla 4.6**  
Esfuerzos en los tirantes para un vehículo tipo C-2

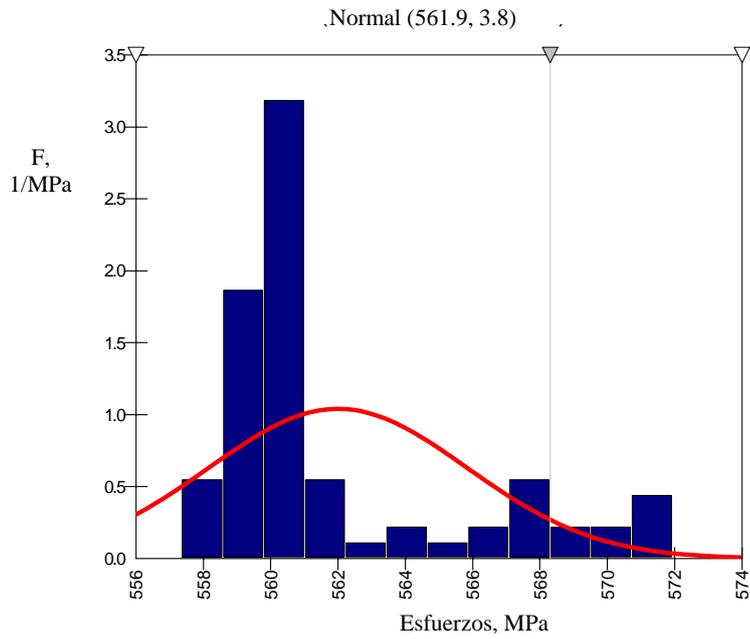
Tirante	Semi-arnas (esfuerzos en MPa)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	432,5	443,5	440,9	449,4	408,6	422,5	409,8	425,2
2	387,4	363,6	388,9	361,1	368,0	384,7	366,6	385,3
3	373,4	341,7	373,1	337,3	357,7	373,5	356,2	373,4
4	357,9	330,1	357,5	326,7	344,9	358,2	343,9	358,0
5	379,1	356,8	378,9	354,8	368,4	379,1	368,0	379,0
6	409,0	393,5	408,8	393,1	401,7	408,7	401,5	408,6
7	441,3	434,3	441,1	435,6	439,5	440,7	439,2	440,6
8	472,3	475,8	472,2	478,6	478,3	471,6	477,6	471,5
9	499,1	514,1	499,0	517,8	514,3	498,5	513,4	498,5
10	519,0	544,4	519,1	547,8	542,4	518,9	541,8	518,8
11	529,4	560,6	529,8	563,0	556,9	530,1	556,8	530,2
12	528,2	555,6	529,3	556,8	550,9	530,4	551,5	530,5
13	515,4	523,1	517,4	522,9	518,0	519,5	519,3	519,9
14	494,7	459,8	497,8	458,2	454,6	501,0	456,8	501,6

**Tabla 4.7**  
**Esfuerzos en los tirantes para cuatro vehículos tipo T3-S2-R4**

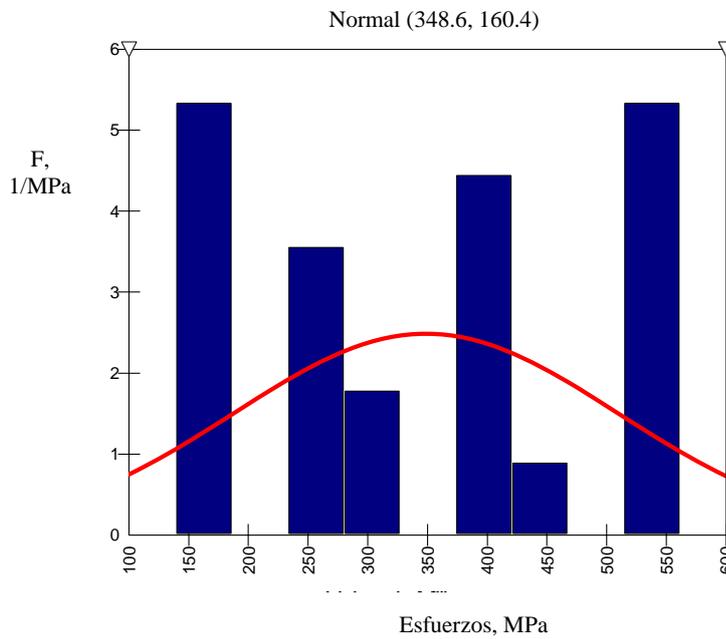
Tirante	Semi-arpas (esfuerzos en MPa)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	434,2	441,5	442,4	447,9	409,5	421,0	410,6	423,9
2	388,0	362,9	389,7	360,1	368,0	384,5	366,8	385,0
3	373,5	341,4	373,4	336,3	357,3	373,7	356,0	373,5
4	357,8	329,7	357,5	325,6	344,3	358,3	343,6	358,1
5	378,7	356,5	378,5	354,1	367,9	379,0	367,6	378,8
6	408,1	393,6	407,9	393,6	401,9	408,0	401,4	407,9
7	439,8	435,5	439,5	438,7	441,2	439,4	439,6	439,4
8	470,3	478,4	469,9	485,7	482,5	469,8	479,0	469,7
9	497,1	518,4	496,8	529,2	521,3	496,8	516,0	496,7
10	518,0	550,2	518,3	562,7	551,8	518,1	545,8	518,0
11	530,8	567,3	532,6	578,5	567,2	532,0	562,3	531,7
12	533,9	562,5	538,5	569,4	560,0	537,0	558,5	536,4
13	527,4	529,8	536,1	530,2	524,6	533,2	528,3	532,1
14	514,6	466,4	528,4	459,2	458,2	523,4	468,2	521,8

Con los datos de los esfuerzos en las dos anteriores tablas, y los mostrados en el Anexo B, se realiza un análisis estadístico para cada tipo de vehículo, y para cuando recorren el puente dos o más unidades, tanto del mismo tipo como de otro. El análisis estadístico se realizó con el software @Risk 4.5<sup>[9]</sup>, que ajusta la distribución de los datos de acuerdo con tres criterios estadísticos: chi-cuadrada; Kolmogorov-Smirnov; y Anderson Darling. Para cada caso se obtuvieron las distribuciones que mejor ajustan los datos analizados.

El análisis de las distribuciones se automatizó mediante un programa computacional en lenguaje Visual Basic 6.0, e hizo interacciones para cada uno de los 112 tirantes. Para obtener la distribución general de los esfuerzos en cada tirante del puente, se calcula una serie de distribuciones para cada tirante; de la siguiente manera: 1º, para cuando por el puente circula un automotor con la carga mínima, representado por uno de dos ejes, tipo C-2; 2º, cuando transitan por el puente cuatro vehículos con carga máxima, representados por unidades de nueve ejes, tipo T2-S3R4; 3º, para cuando circulan en el puente todas las combinaciones para uno, dos, tres y cuatro unidades tanto del mismo tipo como de otro; y 4º, de cada una de las distribuciones calculadas se obtiene la media, y a esa serie de datos, nuevamente se le obtiene un ajuste de distribuciones que representa a la distribución general de los esfuerzos para cualquier escenario posible de carga vehicular en el puente; de esta manera se procede para los 112 tirantes del puente. En las figs 4.7 y 4.8 se muestran dos distribuciones de esfuerzos para el tirante 11 de la semi-arpa 2.



**Figura 4.7**  
Distribución de esfuerzos con cuatro vehículos



**Figura 4.8**  
Distribución de esfuerzos con carga vehicular

## 4.4 Simulación numérica específica del anclaje

Aplicando los mismos pasos para del tema 4.3 en la simulación numérica del puente completo con elementos finitos, se realizó el modelo del elemento de anclaje superior del puente atirantado (figs 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12). El material con que está construido es acero A36. Las condiciones de frontera se hicieron de la siguiente manera: en la fig 4.9, que representa al ancla de acero que va soldada a la torre, en la parte inicial, es decir, al extremo con una terminación similar a la punta de un desarmador, se le consideró como un empotramiento; las cargas de tráfico se aplicaron en el área del cable, de acuerdo con la tabla 4.3; esto es, en el extremo derecho de la fig 4.10. Las propiedades del material son aleatorias, la tabla 4.8 muestra los parámetros de las distribuciones de probabilidades de los datos aleatorios <sup>[16]</sup>. Las variables aleatorias son estadísticamente independientes y los parámetros determinísticos del material son: relación de Poisson  $\nu = 0.33$ . Esfuerzo de fluencia  $\sigma_y = 250$  MPa .

Cuando los anclajes superiores tienen incertidumbres en sus características mecánicas y en sus cargas, la confiabilidad estructural puede calcularse y aplicarse para medir su comportamiento. Se establece la probabilidad de que los esfuerzos a que está sometido rebasen el esfuerzo de fluencia, y se alcance la plastificación del material, así como presentar la falla por fatiga del ancla. El ancla falla cuando,  $\sigma_0 \geq \sigma_y$  donde el primer parámetro es aleatorio, que a su vez depende de otras variables aleatorias, como son las propiedades del material, las cargas vehiculares a que se encuentran sometidos los tirantes del puente. El comportamiento de los anclajes se evalúa aplicando la fórmula 3.10, dónde  $R = \sigma_y$  y  $S = \sigma_0$ .

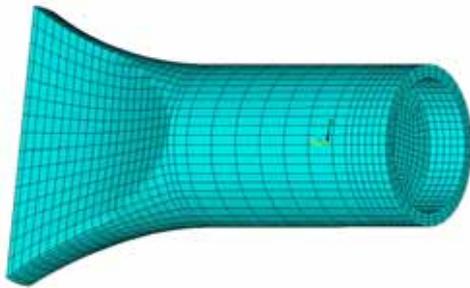
Para realizar la evaluación se deben encontrar las ecuaciones que las caracterizan, la primera depende del tipo de acero de la que está construido el componente estructural:

$$\sigma_y = \text{del espécimen} \quad (4.1)$$

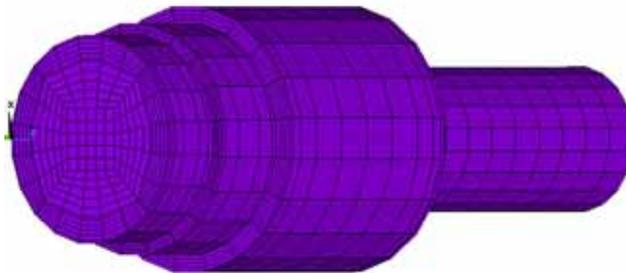
Dónde:  $\sigma_y$  se obtiene mediante pruebas de laboratorio traducidas en la gráfica esfuerzo-deformación del acero utilizado. La carga depende de parámetros aleatorios de la siguiente manera:

$$\sigma_0 = f(E, P, y) \quad (4.2)$$

Dónde:  $E, P, y$  son el módulo de elasticidad del material, las cargas a que está sometida el ancla, y los desplazamientos de los tirantes respectivamente.



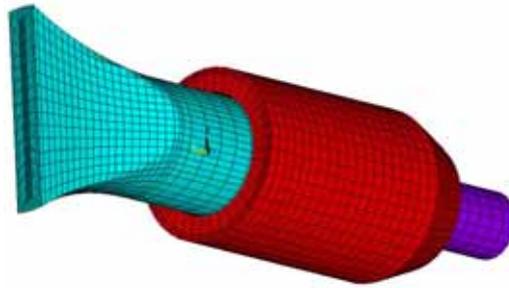
**Figura 4.9**  
**Malla de elemento finito del ancla**



**Figura 4.10**  
**Malla de elemento finito del cable**



**Figura 4.11**  
**Malla de elemento finito del capuchón**



**Figura 4.12**  
**Anclaje superior**

**Tabla 4.8**  
**Propiedades estadísticas de las variables aleatorias**

Variable aleatoria	Media	Desviación estándar	Distribución de probabilidad
Cargas	348.62 MPa	160	Gaussiana

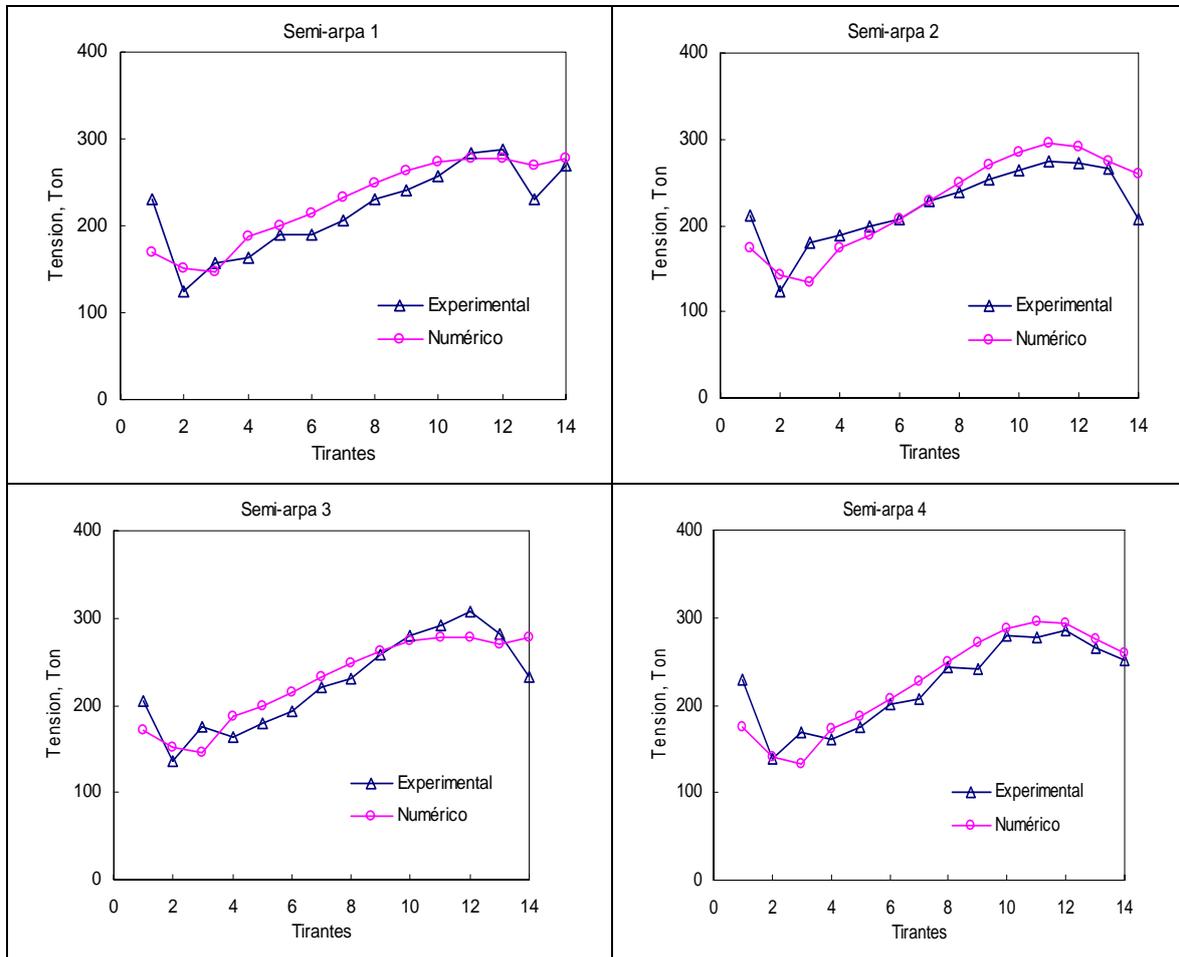
## 4.5 Análisis y discusión de resultados

### 4.5.1 En el modelo general del puente

Las cargas que soportan cada uno de los tirantes de acuerdo con los análisis numéricos realizados en este trabajo, y conforme al análisis experimental realizado por el Instituto Mexicano del Transportes, se muestran en las tablas 4.9 y 4.10, en las que se aprecia que las diferencias en los resultados son mínimas. El total de cargas para los 112 tirantes del análisis numérico es de 25455,42 ton y el del análisis experimental es de 24716,59 ton; la diferencia entre ambos resultados es del 2,9 %.

El peso total de la superficie de rodamiento es de 14101,91 ton; en tanto que en el análisis experimental, el peso resuelto de 13909,98 ton; el porcentaje de error es de 1,3, lo que indica que el modelo numérico realizado con el programa ANSYS es correcto, y sus análisis son válidos.

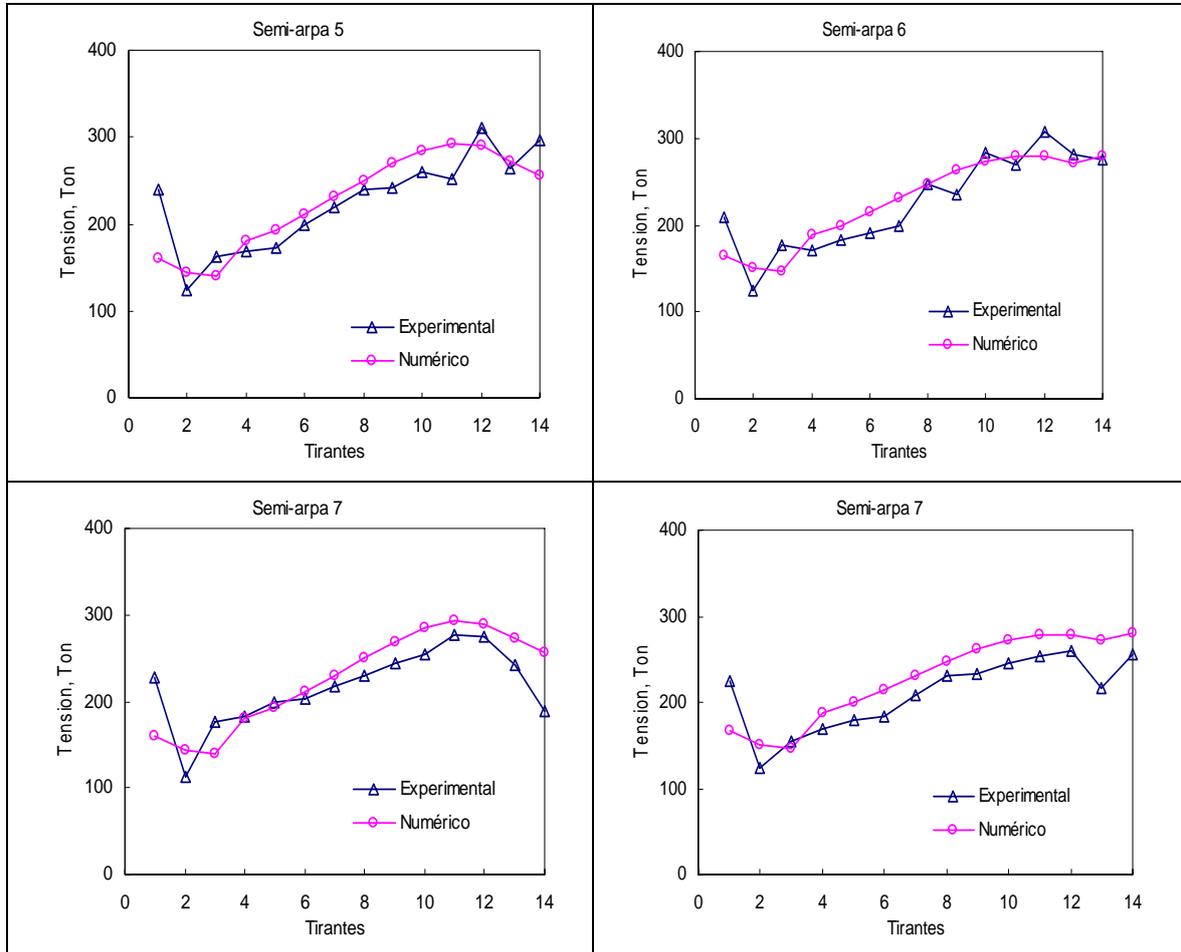
**Tabla 4.9**  
**Tensiones en los cables de la torre 1**



Las gráficas ilustradas en la tabla 4.9, muestran las tensiones de los 156 tirantes de la torre 1, que asciende a 12,723.53 ton, en el análisis numérico; y en el experimental, la tensión es de 12,453.18 ton.

Tabla 4.10

## Tensiones en los cables de la torre 2



Las gráficas en la tabla 4.10 muestran las tensiones de los 56 tirantes restantes del puente, correspondientes a la torre 2, el total es de 12731,89 ton en el análisis numérico; y en el experimental, la tensión es de 12263,40 ton.

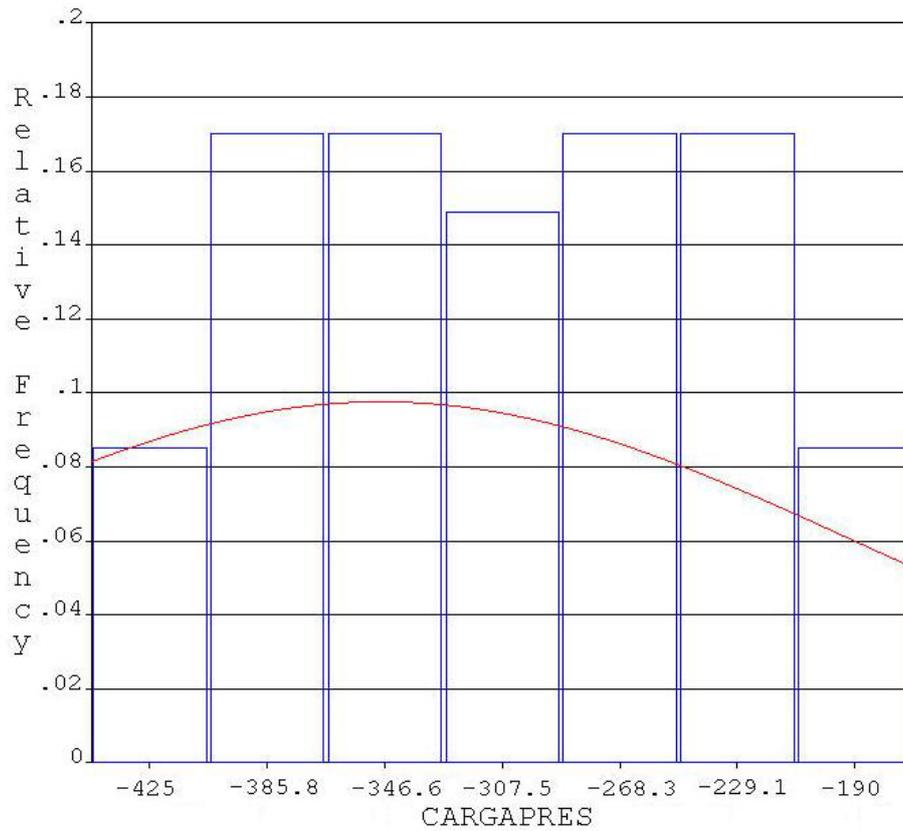
#### 4.5.2 En el modelo específico del anclaje

Los esfuerzos máximos generados rebasan al esfuerzo de fluencia, alrededor del 10% del total de las simulaciones realizadas con Monte Carlo, como se muestra en las figs 4.13, 4.14, y 4.15. Las líneas más tenues de la fig 4.14 equivalen a los límites superior e inferior de incidencia de los esfuerzos máximos.

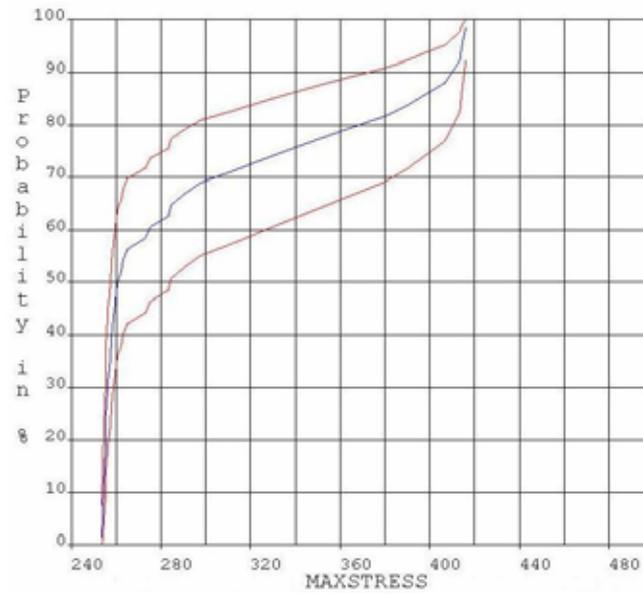
También se aprecia que con este tipo de cargas las anclas presentan

desplazamientos que generan esfuerzos máximos por encima del permisible, lo que induce a una revisión minuciosa de las cargas que se puedan generar en el futuro ante la posibilidad de que haya ruptura en los cables atirantados.

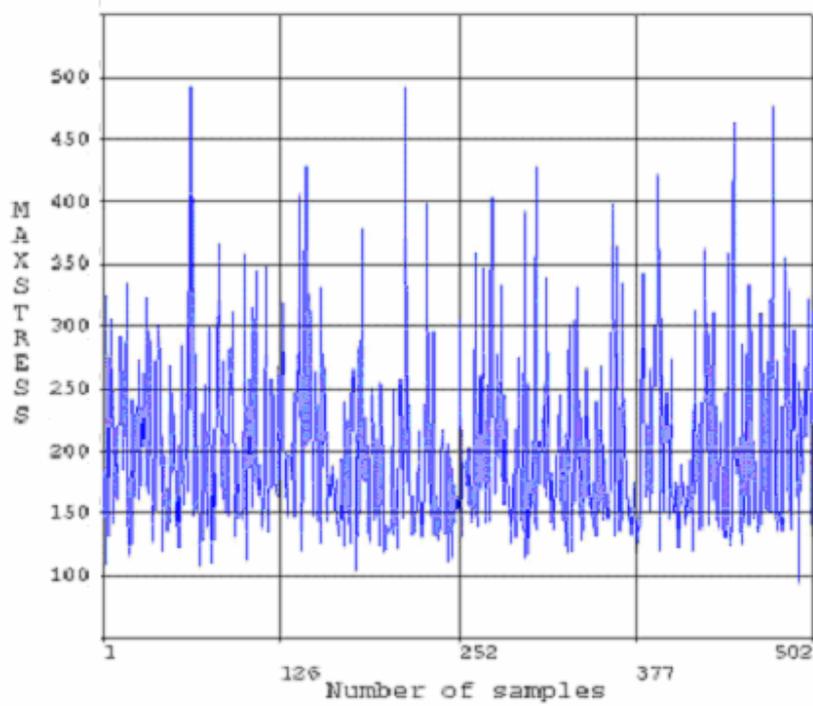
Los parámetros aleatorios de los resultados obtenidos para los esfuerzos máximos son, media: 307; desviación estándar: 70. El mayor esfuerzo máximo presentado es de 442 MPa, y el menor de 118 MPa. Los resultados de los demás parámetros se presentan en la tabla 4.11.



**Figura 4.13**  
**Distribución de probabilidad de los esfuerzos máximos generados**



**Figura 4.14**  
**Función de distribución acumulada de los esfuerzos máximos**

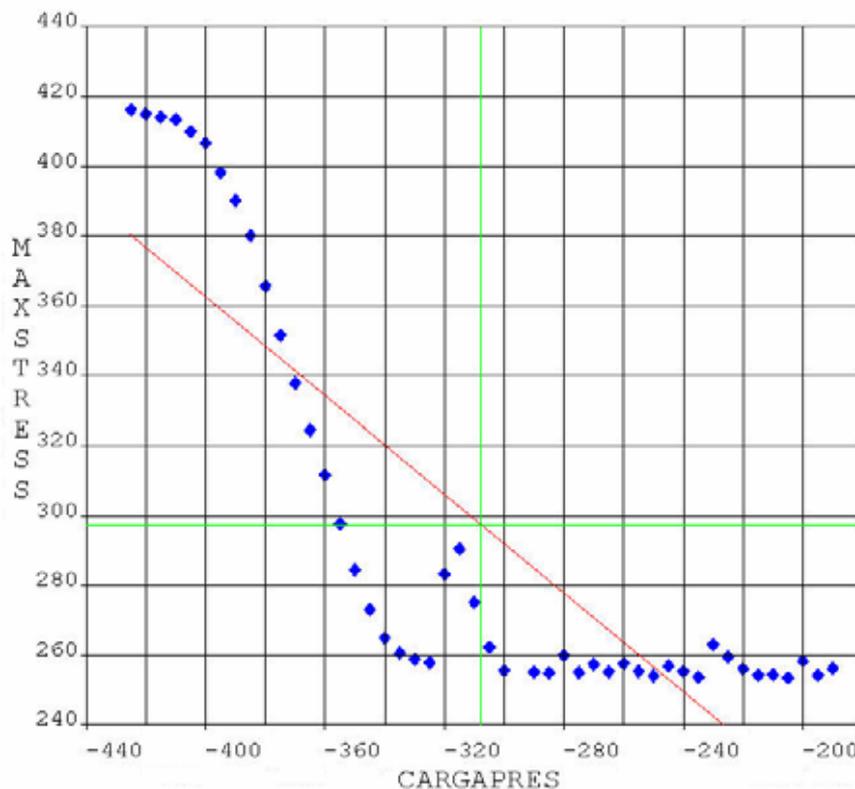


**Figura 4.15**  
**Valores de los esfuerzos máximos en las simulaciones Monte Carlo**

**Tabla 4.11**  
**Resultados estadísticos de los parámetros aleatorios**

Nombre	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Esfuerzo (MPa)	307	70	118	442

Los datos generados para los esfuerzos de la tabla 4.9, e ilustrados en la fig 4.16, indican el comportamiento de la incertidumbre de los valores; un poco más allá de la desviación estándar, los esfuerzos máximos crecen notablemente, tomando valores mucho mayores que el esfuerzo de fluencia (fig 4.16). Si la desviación estándar es mayor, la probabilidad de falla aumentaría notablemente.



**Figura 4.16**  
**Función de distribución acumulada de los esfuerzos generados**

## 5 Conclusiones

---

Con la metodología propuesta se pueden realizar análisis probabilísticos, a fin de conocer la integridad de puentes atirantados. Una vez identificadas las variables y los parámetros que están involucrados en el análisis estructural, se puede aplicar a cualquier tipo de puentes.

Para el modelo completo del puente se realizó una simulación general, puesto que lo que interesa, solamente para este caso particular es conocer los esfuerzos que se generan en los tirantes debido a las cargas de tráfico. Y para conocer a detalle lo que ocurre en un lugar específico del puente, se necesita realizar un modelo parcial del puente, para los elementos de anclaje superior del mismo.

En el modelo general del puente:

1. Se obtuvieron los esfuerzos y deformaciones del puente atirantado aplicando las cargas generadas por cargas muertas primero; y por cargas vivas, utilizando las cargas generadas por el flujo vehicular
2. Se determinaron los escenarios de cargas que soportan cada uno de los tirantes, cuando están sometidos a diferentes cargas vehiculares
3. Mediante un programa desarrollado en Visual Basic, se obtuvieron las distribuciones de los esfuerzos en los tirantes, bajo cargas normales y cargas extraordinarias de operación
4. El modelo numérico se validó con los datos experimentales obtenidos por el Instituto Mexicano del Transporte; en ambos análisis, las diferencias de los resultados resultaron aceptables, ya que fueron menor al 3 %

El modelo específico del puente que se ocupó para estudiar a detalle los elementos del anclaje superior, se obtuvieron los siguientes resultados:

1. La probabilidad de que los esfuerzos generados por las cargas aplicadas y a que las propiedades del material rebasen el esfuerzo de fluencia, es  $P_f = 10\%$ ; esto implica la posibilidad de que haya una plastificación del material; luego entonces, la necesidad de realizar otro análisis empleando los conceptos de la teoría de plasticidad, incluyendo ciclos de carga de la estructura, para tener resultados de falla por fatiga.
2. La incertidumbre en el tamaño de los esfuerzos tiene un efecto significativo para incrementar la probabilidad de que los esfuerzos máximos alcancen el esfuerzo de fluencia, si el valor de la desviación estándar es mayor.

De acuerdo con lo anterior, se establecen las siguientes recomendaciones para trabajos futuros:

- Es necesario realizar con ambos modelos del puente atirantado, análisis dinámicos, e incluir en ellos la presión que sobre el puente ejerce la acción del viento; para ello se necesitan los datos meteorológicos de la zona en donde se construyó el puente.
- Determinar mediante pruebas experimentales, las propiedades mecánicas de los materiales así como sus defectos, porosidades e inclusiones, para incluirlos en los modelos de elementos finitos y de esta manera conocer con mayor exactitud los comportamientos mecánicos estructurales del puente.
- Simular aleatoriamente la falla de una de las 112 botellas, de manera que el puente sea sostenido solamente por 111 tirantes; y calcular la redistribución de las tensiones y sus posibles efectos.

## 6 Referencias

---

1. Chatterjee, S, *The Design of Modern Steel Bridges*, John Wiley & Sons, Inc, 2<sup>nd</sup> Ed (2003)
2. Whitney, Ch S, *Bridges of the World their Design and Construction*, Dover Publications (2003)
3. Walther, R, Houriet, B, Isler, W, and Moia, P, *Cable Stayed Bridges*, Thomas Telford, Ltd, 2nd Ed (2003)
4. Gottermoeller, F, *Bridgescape: The Art of Designing Bridges*, John Wiley & Sons, Inc, 2<sup>nd</sup> Ed (2004)
5. Barker, R M, and Puckett, J A, *Design of Highway Bridges*, John Wiley & Sons, Inc, 2<sup>nd</sup> Ed (2006)
6. Chen, W F, and Duan, L, *Bridge Engineering Handbook*, CRC Press LLC (1999)
7. *Especificación y supervisión de la rehabilitación y estudio de integridad de los elementos de anclaje superior del Puente Río Papaloapan*, Proyecto EE01/04, Instituto Mexicano del Transporte (2004)
8. Murakami, Y, *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*, Elsevier Science (2002)
9. *Estudio para la evaluación de los dispositivos de soporte superior (botellas) de los anclajes de los tirantes del Puente Río Papaloapan*, Informe del Proyecto EE05/03, Instituto Mexicano del Transporte (2003)
10. Sundararajan, R, *Probabilistic Structural Mechanics Handbook, Theory and Industrial Applications*, Springer, 1<sup>st</sup> Ed (1995)
11. Sarveswaran, V, Roberts, M B, and Ward, J A, *Reliability Assessment of Deteriorating Reinforced Concrete Beams*, ICE Proceedings: Structures and Buildings, Vol 140, No 3 (2000)
12. Negrão, J H O, and Simões, L M C, *Reliability-based Optimum Design of Cable-Stayed Bridges*, Proceedings of the WCSMO-4: The Fourth World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization – Vol 1, Dalian, China (Jun 4-7, 2000)
13. Schueller, G I, and Stix, R, *A Critical Appraisal of Methods to Determine Failure Probabilities*, Structural Safety, 4, 4 (1987)

14. Rascón, O A, Barousse, M, y Ventura, G, *Análisis normativo y estadístico de cargas vivas en puentes en México*, Publicación Técnica, No 97, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Querétaro (1997)
15. Palisade Corp, *@RISK, Risk Analysis Software*, Ithaca, NY 14850, USA [www.palisade.com](http://www.palisade.com)
16. Elishakoff, I, *Probabilistic Theory of Structures*, Dover Publications, 2<sup>nd</sup> Ed (1999)
17. Hibbeler, R C, *Structural Analysis*, Prentice Hall, 6<sup>th</sup> Ed (2005)
18. Caminos y Puentes de Ingresos y Servicios Conexos, Comunicación privada (2005)
19. ANSYS Inc, *ANSYS MECHANICAL, Finite Element Software*, Canonsburg, PA, USA, [ansysinfo@ansys.com](mailto:ansysinfo@ansys.com) (2006)
20. Cook, R D, Malkus, D S, Plesha, M E, and Witt, R J, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Inc, 4<sup>th</sup> Ed (2001)
21. Cook, R D, *Finite Element Modeling for Stress Analysis*, John Wiley & Sons, Inc, 1<sup>st</sup> Ed (1995)
22. Moaveni, S, *Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS*, Prentice Hall, 3<sup>rd</sup> Ed (2007)
23. Samayoa, D, Balankin, A, y Carrión, F, *Análisis de esfuerzos en los cables de un puente atirantado debido a la interacción vehículo-estructura*, 4<sup>o</sup> Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, Instituto Politécnico Nacional, México, D F (2005)
24. Rahman, S, *Probabilistic Fracture Mechanics: J-Estimation and Finite Element Methods*, Engineering Fracture Mechanics 68, 1 (2001)

# Anexo A. Código fuente del programa ANSYS

!DEFINICIÓN DE LA CARGA, VEHÍCULO TIPO T3-S2-R4, ES TRAILER DE DOBLE SEMIRREMOLQUE CON 9 EJES

```
dincre=0
/solu
*do,cj,1,76,1      !75 desplazamientos del vehículo tipo
*if,cj,eq,1,then
dincre=0
  *do,ci,1,9,1      !Número de ejes del vehículo: 9
    *if,ci,eq,1,then      !eje 1
      nodoe(ci)=node(30.25+dincre,0,20.835) !ubicación de los ejes del lado del copiloto, nodo externo x,y,z
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2      !fuerza aplicada en el nodo
      nodoi(ci)=node(30.25+dincre,0,18.805) !ubicación de los ejes del lado del piloto, nodo interno x,y,x
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2      !fuerza aplicada en el nodo
    *elseif,ci,eq,2,then      !eje 2
      nodoe(ci)=node(25.75+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(25.75+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,3,then      !eje 3
      nodoe(ci)=node(23.75+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(23.75+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,4,then      !eje 4
      nodoe(ci)=node(15.25+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(15.25+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,5,then      !eje 5
      nodoe(ci)=node(13.75+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(13.75+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,6,then      !eje 6
      nodoe(ci)=node(12+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(12+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,7,then      !eje 7
      nodoe(ci)=node(10.5+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(10.5+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *elseif,ci,eq,8,then      !eje 8
      nodoe(ci)=node(1.5+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(1.5+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
    *else      !eje 9
      nodoe(ci)=node(0+dincre,0,20.835)
      f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
      nodoi(ci)=node(0+dincre,0,18.805)
      f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2
  *endif
*enddo
```

```

*else
dincre=dincre+5      !Desplazamientos con incrementos de 5m
*do,ci,1,9,1        !Número de ejes del trailer: 9

    *if,ci,eq,1,then      !eje 1
nodoe(ci)=node(30.25+dincre,0,20.835) !ubicación de los ejes del lado del copiloto, nodo externo x,y,z
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2      !fuerza aplicada en el nodo
nodoi(ci)=node(30.25+dincre,0,18.805) !ubicación de los ejes del lado del piloto, nodo interno x,y,x
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2      !fuerza aplicada en el nodo

    *elseif,ci,eq,2,then      !eje 2
nodoe(ci)=node(25.75+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(25.75+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,3,then      !eje 3
nodoe(ci)=node(23.75+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(23.75+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,4,then      !eje 4
nodoe(ci)=node(15.25+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(15.25+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,5,then      !eje 5
nodoe(ci)=node(13.75+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(13.75+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,6,then      !eje 6
nodoe(ci)=node(12+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(12+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,7,then      !eje 7
nodoe(ci)=node(10.5+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(10.5+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *elseif,ci,eq,8,then      !eje 8
nodoe(ci)=node(1.5+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(1.5+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

    *else                  !eje 9
nodoe(ci)=node(0+dincre,0,20.835)
f,nodoe(ci),fy,eje(ci)/2
nodoi(ci)=node(0+dincre,0,18.805)
f,nodoi(ci),fy,eje(ci)/2

*endif
*enddo

solve                !Termina el primer análisis para incremento cero
fdele,all,fy        !Borra las cargas anteriores y aplica un incremento (de 5m) y realiza otro análisis
*endif
*enddo              !Termina los 75 análisis

```

## Anexo B. Historial de esfuerzos en los tirantes

Tabla B.1. Esfuerzos con un vehículo de dos ejes

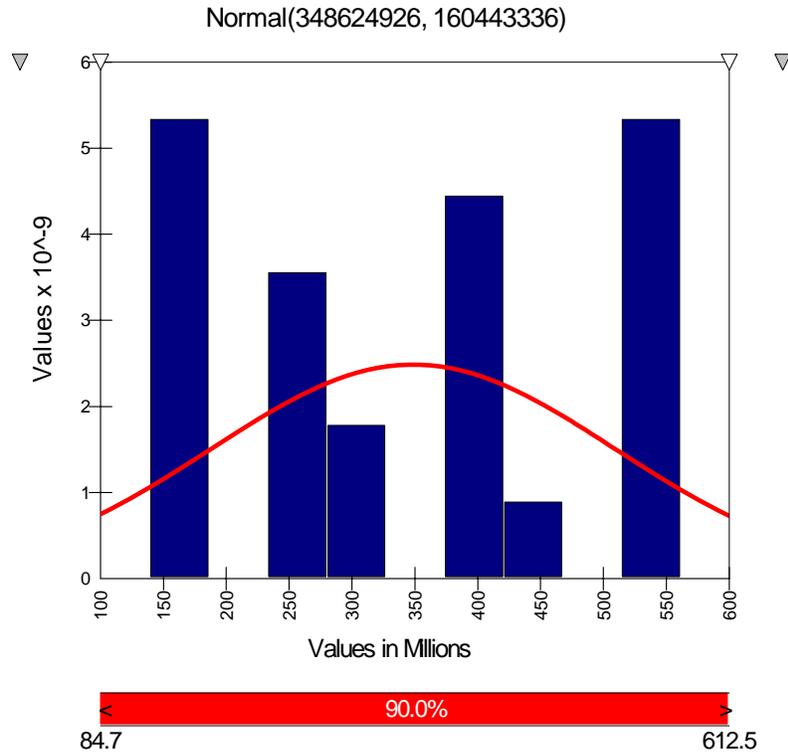
Análisis	Esfuerzos en MPa de los tirantes de la semi-arpa 2, con distribuciones normales													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	111,1	91,0	85,5	82,5	89,2	98,3	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,7	114,9
2	111,2	91,0	85,5	82,5	89,2	98,3	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,0
3	111,4	91,0	85,5	82,5	89,2	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,1
4	111,5	91,1	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,8	130,8	115,2
5	111,6	91,1	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,2
6	111,7	91,1	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,3
7	111,8	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,3
8	111,9	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,3
9	112,0	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,2
10	112,0	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,2
11	112,0	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,2
12	112,1	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,9	115,2
13	112,1	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,1	135,8	140,0	138,9	130,8	115,1
14	112,0	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,1
15	112,0	91,2	85,5	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,1
16	111,9	91,2	85,4	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,1
17	111,8	91,1	85,4	82,5	89,1	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,8	115,0
18	111,4	91,0	85,4	82,5	89,2	98,2	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,7	114,9
19	111,8	91,1	85,4	82,5	89,1	98,2	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,7	115,0
20	111,5	91,1	85,4	82,5	89,1	98,3	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,7	114,9
21	111,6	91,1	85,5	82,5	89,1	98,3	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,8	130,7	114,9
22	111,3	91,1	85,5	82,5	89,2	98,3	108,4	118,7	128,2	135,8	139,9	138,8	130,6	114,8
23	111,1	91,1	85,6	82,6	89,2	98,3	108,4	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,8
24	110,9	91,2	85,7	82,7	89,2	98,3	108,4	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,8
25	110,8	91,1	85,7	82,7	89,3	98,3	108,4	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,8
26	110,6	91,0	85,7	82,8	89,4	98,4	108,4	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,8
27	110,5	90,9	85,7	82,8	89,4	98,4	108,5	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,7
28	110,5	90,9	85,6	82,8	89,5	98,5	108,5	118,7	128,2	135,8	139,9	138,7	130,6	114,7
29	110,4	90,8	85,6	82,8	89,5	98,5	108,6	118,8	128,3	135,9	139,9	138,7	130,6	114,7
30	110,4	90,8	85,5	82,7	89,4	98,6	108,6	118,8	128,3	135,9	140,0	138,7	130,6	114,7
31	110,5	90,8	85,5	82,6	89,4	98,6	108,7	118,9	128,4	135,9	140,0	138,7	130,5	114,7
32	110,5	90,8	85,4	82,6	89,3	98,5	108,7	118,9	128,4	136,0	140,0	138,7	130,5	114,7
33	110,5	90,8	85,4	82,6	89,3	98,4	108,7	119,0	128,5	136,0	140,1	138,8	130,6	114,7
34	110,6	90,8	85,4	82,5	89,2	98,4	108,6	118,9	128,5	136,1	140,1	138,8	130,6	114,7
35	110,6	90,8	85,4	82,5	89,2	98,3	108,5	118,9	128,5	136,1	140,2	138,9	130,6	114,7
36	110,6	90,8	85,4	82,5	89,2	98,3	108,5	118,8	128,5	136,1	140,2	138,9	130,7	114,7
37	110,7	90,9	85,4	82,5	89,2	98,3	108,4	118,8	128,4	136,1	140,2	139,0	130,7	114,8
38	110,8	90,9	85,4	82,5	89,2	98,3	108,4	118,7	128,4	136,1	140,2	139,0	130,8	114,8
39	110,8	90,9	85,4	82,5	89,2	98,3	108,4	118,7	128,3	136,0	140,2	139,0	130,8	114,9
40	110,9	90,9	85,5	82,5	89,2	98,3	108,4	118,7	128,3	136,0	140,1	139,0	130,9	115,0
41	111,0	90,9	85,5	82,5	89,2	98,2	108,4	118,6	128,2	135,9	140,1	139,0	130,9	115,1
42	111,0	91,0	85,5	82,5	89,2	98,2	108,4	118,6	128,2	136,0	140,1	138,9	130,9	115,1
43	111,1	91,0	85,5	82,5	89,2	98,2	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	138,9	130,9	115,1
44	111,2	91,0	85,5	82,5	89,2	98,2	108,4	118,6	128,2	135,8	140,0	139,0	130,9	115,2
45	111,2	91,0	85,5	82,5	89,2	98,2	108,3	118,6	128,2	135,8	140,0	139,0	130,8	115,1
Media	111,1	91,0	85,5	82,6	89,2	98,3	108,4	118,7	128,3	135,9	140,0	138,8	130,7	114,9
Desviación estándar	0,71	0,33	0,29	0,27	0,28	0,29	0,30	0,31	0,32	0,31	0,29	0,31	0,40	0,58

**Tabla B.2. Esfuerzos con cuatro vehículos de nueve ejes**

Análisis	Esfuerzos en MPa de los tirantes de la semi-arpa 2, con distribuciones normales													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	445,3	363,9	341,7	330,0	356,7	393,2	433,8	474,8	512,7	542,4	557,3	550,2	514,6	447,9
2	445,0	363,9	341,7	330,0	356,7	393,2	433,7	474,8	512,8	542,8	558,2	551,8	517,1	451,4
3	445,2	363,9	341,7	330,0	356,7	393,1	433,7	474,8	512,8	542,8	558,2	551,7	516,9	451,0
4	445,3	363,9	341,6	329,9	356,6	393,1	433,7	474,8	512,8	542,8	558,2	551,7	516,9	450,9
5	445,7	364,0	341,6	329,9	356,6	393,1	433,7	474,8	512,9	542,9	558,4	552,0	517,4	451,5
6	446,0	364,1	341,6	329,9	356,5	393,0	433,6	474,8	512,9	543,0	558,6	552,4	517,9	452,3
7	447,8	364,6	341,6	329,8	356,4	392,9	433,5	474,6	512,7	543,0	559,0	553,3	519,5	454,6
8	447,7	364,6	341,6	329,8	356,4	392,9	433,4	474,6	512,8	543,1	559,1	553,5	519,9	455,0
9	448,8	364,9	341,7	329,7	356,3	392,8	433,4	474,5	512,7	543,1	559,4	554,1	520,8	456,6
10	448,0	364,6	341,6	329,7	356,4	392,9	433,4	474,6	512,8	543,2	559,4	554,1	520,7	456,2
11	448,9	364,9	341,7	329,7	356,3	392,8	433,3	474,5	512,7	543,2	559,6	554,6	521,8	457,9
12	450,5	365,3	341,6	329,6	356,3	392,7	433,2	474,4	512,6	543,2	559,8	555,1	522,6	459,2
13	450,7	365,2	341,6	329,6	356,3	392,7	433,3	474,4	512,7	543,3	559,8	555,1	522,7	459,3
14	450,7	365,2	341,6	329,6	356,3	392,8	433,3	474,5	512,7	543,3	559,8	555,1	522,6	459,1
15	449,9	365,1	341,6	329,7	356,4	392,8	433,4	474,5	512,8	543,3	559,8	555,1	522,6	459,2
16	450,8	365,7	341,9	329,8	356,4	392,9	433,4	474,5	512,8	543,3	559,9	555,1	522,7	459,4
17	452,4	367,1	342,6	330,0	356,5	392,9	433,4	474,5	512,8	543,3	559,8	555,0	522,6	459,3
18	448,7	367,1	343,6	330,8	356,9	393,1	433,5	474,6	512,8	543,3	559,8	555,1	522,8	459,6
19	451,2	369,2	345,1	331,6	357,2	393,2	433,5	474,5	512,7	543,3	559,8	555,1	522,9	459,9
20	447,8	369,2	346,5	332,9	358,1	393,6	433,7	474,6	512,7	543,3	559,8	555,1	522,8	459,8
21	447,3	369,7	347,7	334,2	359,1	394,2	434,0	474,7	512,8	543,2	559,8	555,1	523,0	460,1
22	444,4	368,9	348,3	335,4	360,4	395,2	434,5	475,0	512,8	543,2	559,8	555,1	523,0	460,1
23	442,6	367,8	348,1	336,1	361,6	396,4	435,4	475,5	513,1	543,3	559,8	555,1	523,0	460,2
24	441,0	366,3	347,3	336,2	362,5	397,6	436,5	476,2	513,5	543,5	559,9	555,2	523,1	460,3
25	440,0	364,8	346,0	335,8	362,9	398,7	437,7	477,2	514,2	543,9	560,1	555,3	523,1	460,4
26	439,5	363,6	344,7	334,9	362,8	399,2	438,8	478,4	515,1	544,5	560,4	555,5	523,2	460,5
27	439,4	362,9	343,4	333,6	362,0	399,3	439,6	479,6	516,3	545,5	561,0	555,8	523,5	460,7
28	439,6	362,5	342,4	332,4	360,9	398,9	440,0	480,6	517,6	546,6	561,9	556,4	523,8	460,9
29	439,8	362,3	341,8	331,3	359,7	397,9	439,8	481,2	518,7	547,8	562,9	557,1	524,4	461,3
30	440,2	362,4	341,5	330,6	358,5	396,8	439,0	481,1	519,3	548,9	564,1	558,2	525,2	462,0
31	440,6	362,6	341,3	330,1	357,6	395,6	437,9	480,5	519,5	549,8	565,4	559,6	526,4	463,1
32	441,0	362,7	341,3	329,8	356,9	394,4	436,6	479,6	519,2	550,3	566,5	561,0	528,0	464,6
33	441,5	362,9	341,4	329,7	356,5	393,6	435,5	478,4	518,4	550,2	567,3	562,5	529,8	466,4
34	441,9	363,1	341,5	329,7	356,3	393,0	434,5	477,1	517,3	549,8	567,8	563,9	531,9	468,6
35	442,4	363,3	341,5	329,7	356,1	392,6	433,7	476,1	516,2	549,2	568,0	565,1	533,9	470,8
36	442,9	363,5	341,6	329,7	356,0	392,3	433,2	475,3	515,4	548,6	568,1	566,2	535,7	472,6
37	443,4	363,6	341,6	329,6	356,0	392,2	432,9	474,9	514,9	548,3	568,4	567,1	536,9	473,4
38	443,9	363,7	341,6	329,6	355,9	392,1	432,8	474,8	515,0	548,6	569,0	567,9	537,5	473,4
39	444,4	363,8	341,5	329,5	355,8	392,1	432,9	475,1	515,6	549,4	569,8	568,4	537,2	472,4
40	444,8	363,8	341,5	329,5	355,8	392,2	433,3	475,9	516,8	550,8	570,9	568,4	536,1	470,4
41	445,1	363,8	341,4	329,3	355,8	392,5	434,0	477,2	518,6	552,6	571,7	567,8	534,1	467,7
42	445,4	363,8	341,2	329,3	355,9	393,0	435,1	479,0	520,6	554,0	571,9	566,5	531,7	464,9
43	445,7	363,8	341,1	329,2	356,2	393,8	436,7	481,1	522,6	555,1	571,5	564,8	529,2	462,4
44	445,8	363,7	341,0	329,3	356,8	395,1	438,7	483,2	523,8	555,0	570,1	562,6	526,8	460,5
45	445,8	363,6	340,9	329,6	357,8	396,9	441,0	484,9	524,4	554,1	568,2	560,3	524,9	459,2
Media	446,9	365,6	343,3	331,5	358,1	394,6	435,3	476,5	514,8	545,4	562,0	557,2	524,8	461,4
Desviación estándar	5,78	3,43	3,10	2,89	2,93	3,00	3,06	3,12	3,23	3,46	3,84	4,32	4,85	5,43

**Tabla B.3. Esfuerzos para todas las combinaciones vehiculares**

Todos los análisis	Esfuerzos en Mpa de los tirantes de la semi arpa 2, con distribuciones normales													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Media	276,9	226,7	212,9	205,6	222,2	244,8	270,0	295,6	319,4	338,4	348,6	345,7	325,5	286,1
Desv. estándar	127,5	104,3	98,0	94,6	102,2	112,7	124,3	136,0	147,0	155,7	160,4	159,1	149,8	131,7



Gráfica de la distribución de esfuerzos del tirante 11



# Anexo C. Macro para ANSYS en Visual Basic

---

```
'  
'  
'REALIZA LAS DISTRIBUCIONES DE LOS ESFUERZOS POR TIRANTES  
'  
Sub Fitstress()  
'  
'    Fitstress Macro  
'    Macro grabada el 07/10/2005 por dsamayoa  
'    Dim j%, max%  
'-----  
'    For j = 1 To 112  
'        Dim rc%  
'        Dim fitInfo As RiskFitType  
'        Dim fitTabName$  
'        Dim theFunction1$, theFunction2$, theFunction3$, theFunction1i$, theFunction2i$,  
theFunction3i$  
'        Dim funcion$  
'        Dim displayString1$, displayString2$, displayString3$  
'        Dim chiSqValue#  
'        Dim ADvalue#  
'        Dim KSADvalue#  
'        Dim dummyStringChiSq$, dummyStringAD$, dummyStringKS$, dummyInt%,  
dummyintAD%, dummyintKS%  
'        Dim numFits%, whichStatistic%, alpha#, cValue#, fitName$  
'        Dim i%  
  
'        Range("a1").Select  
'        rc = RiskFitGetDefaults(fitInfo)  
'        If rc <> 0 Then GoTo fail  
'        ActiveCell.Offset(0, 0).Range(Cells(1, j), Cells(81, j)).Select  
'        Set fitInfo.DataRange = ActiveCell.Offset(0, 0).Range(Cells(1, j), Cells(300, j)) ' RANGO DE  
LAS CELDAS  
'        fitTabName = fitInfo.fitTabName  
'        rc = RiskFitDistributions(fitInfo) ' MODIFIQUE  
  
'        If rc <> 0 Then GoTo fail  
'        rc = RiskFitGetNumValidFits(fitTabName, numFits)  
'        If rc <> 0 Then GoTo fail  
'        Sheets("Resultados").Select  
'        With Range("B1")  
  
'            rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskChiSqStatistic, 1, RiskFormatNameOnly,  
theFunction1)  
'            rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskADStatistic, 1, RiskFormatNameOnly,  
theFunction2)  
'            rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskKSSStatistic, 1, RiskFormatNameOnly,  
theFunction3)  
  
'            rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskNoStatistic, theFunction1, RiskFormatDisplay,  
displayString1)  
'            rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskNoStatistic, theFunction2, RiskFormatDisplay,  
displayString2)
```

```
rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskNoStatistic, theFunction3, RiskFormatDisplay,
displayString3)

For i = 1 To numFits
rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskChiSqStatistic, i, RiskFormatNameOnly,
theFunction1i)
rc = RiskFitGetFunction(fitTabName, RiskNoStatistic, theFunction1i, RiskFormatDisplay,
displayString1)
rc = RiskFitGetCriticalValue(fitTabName, theFunction1i, RiskChiSqStatistic, alpha, cValue)
If rc <> 0 Then GoTo fail
funcion = theFunction1i
Select Case funcion

Case "Normal"
.Cells(1, 2).Value = displayString1

Case "LogLogistic"
.Cells(1, 6).Value = displayString1

Case "Expon"
.Cells(1, 12).Value = displayString1

End Select
Next i
rc = RiskFitDeleteTab(fitTabName):
If rc <> 0 Then GoTo fail

AppActivate Application.Caption

fail:
If rc <> 0 Then MsgBox "Error in Macro : " & RiskError(rc)

End With
'-----
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown
Sheets("2veh").Select
'
'-----
LAS DISTRIBUCIONES EN ESTE CASO SON PARA DOS VEHÍCULOS TIPO T3-S2-R4
'-----
Next j
'-----

End Sub
'
```



‡ **Certificación ISO 9001:2000 según documento No 0109-2007-AQ-MEX-EMA, vigente hasta el 24 de octubre de 2009 ([www.imt.mx](http://www.imt.mx))**

**CIUDAD DE MÉXICO**

Av Nuevo León 210, piso 2  
Col Hipódromo Condesa  
06100, México, D F  
tel (55) 5265 3190  
fax (55) 5265 3190 ext 4711

**SANFANDILA**

km 12+000, Carretera  
Querétaro-Galindo  
76700, Sanfandila, Qro  
tel (442) 216-9777  
fax (442) 216-9671

[www.imt.mx](http://www.imt.mx)  
[publicaciones@imt.mx](mailto:publicaciones@imt.mx)