SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES
SCT
INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

ISSN 0188-7297

ESTIMACIÓN DE DEMANDA DE TRANSITO EN CARRETERAS COMBINANDO ESTUDIOS ORIGEN-DESTINO CON AFOROS

Roberto de la LLata Gómez

Publicación Técnica No. 25
Sanfandila, Qro, 1991

SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES
INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

Estimación de demanda de tránsito en carreteras combinando estudios origen-destino con aforos

Publicación Técnica No. 25
Sanfandila, Qro, 1991

Este trabajo fue realizado en el Instituto Mexicano del Transporte por el Dr. Roberto de la Llata Gómez.

El Ing. Tristán Ruiz Lang realizó una revisión general.

CONTENIDO

RESUMEN

ESTIMACION DE DEMANDA DE TRANSITO EN CARRETERAS COMBINANDO ESTUDIOS ORIGEN-DESTINO CON AFOROS

La forma más usual de cuantificar demanda de tránsito en carreteras, es mediante las Matrices Origen-Destino, las cuales miden la cantidad de transporte llevado a cabo entre dos puntos en un cierto intervalo de tiempo. La estimación de estas matrices se hace, por lo general, utilizando únicamente los resultados de estudios Origen-Destino. Otra manera que ha sido propuesta para realizar esta estimación, es combinando tanto los resultados de estudios Origen-Destino, como aforos de tránsito. La ventaja de esto último radica en que los aforos de tránsito son más sencillos de realizar; regularmente se cuenta con un buen número de ellos y se obtiene una mejor estimación de las Matrices Origen-Destino al combinar las dos fuentes de información mencionadas. En este trabajo el problema se formula de una manera general, se propone un método de solución y se analiza su relación con las técnicas estadísticas utilizadas usualmente para resolverlo. Los resultados se aplican utilizando datos recabados en torno a la Ciudad de Querétaro en el año 1989 y finalmente, se realiza una simulación en una red ficticia para analizar algunas características del método propuesto.

1. INTRODUCCION

El transporte consiste en mover personas u objetos de un lugar en el espacio a otro. La forma más usada para cuantificar y sintetizar este movimiento es mediante las llamadas matrices origen-destino, las cuales miden la cantidad de transporte llevada a cabo entre dos puntos fijos en un determinado intervalo de tiempo. Estas matrices pueden ser elaboradas con diferentes niveles de agregación, así, podría obtenerse una matriz que indicara el movimiento total entre dos puntos, o podría descomponerse éste en dos grupos, transporte de personas y transporte de mercancías. De la misma manera, el primer grupo podría dividirse en el transporte de personas realizado en automóviles y el realizado en autobuses; el segundo grupo, podría dividirse en diversos productos, como Agrícolas, Forestales, Industriales, Minerales, etc. En general, el nivel de agregación a utilizarse, dependerá tanto del grado de detalle que requiera una aplicación específica, como de la cantidad y tipo de información con que se disponga. Las unidades empleadas para definir una matriz origen destino están íntimamente ligadas con el nivel de agregación de la matriz, así, éstas podrían ser vehículos, personas o toneladas, todas ellas por el intervalo de tiempo que se escoja o su equivalente en promedio durante dicho intervalo. En el presente trabajo, no se hará mención a ninguna unidad específica, debido a que lo que se tratará puede aplicarse directamente a cualquier unidad.

En cuanto a la importancia de obtener las matrices origen-destino para estimar demanda de tránsito en carreteras, podemos afirmar que éstas constituyen una de las piezas de información fundamentales para analizar el funcionamiento o intentar la planeación de redes o corredores de transporte. Para estos propósitos, no basta con tener una idea de los volúmenes de tránsito que pasan por el sistema, sino que es necesario conocer qué regiones producen estos flujos, sobre todo cuando se pretende una modificación al sistema existente. Por ejemplo, al tratar de estimar la demanda potencial que tendría un nuevo libramiento carretero, el contar únicamente con estimaciones de volúmenes del tránsito en los tramos de carretera actuales, seria insuficiente para hacer una estimación confiable de esta demanda.

En este trabajo se tratará el problema de estimar matrices origen-destino, teniendo en cuenta la información que se tiene del movimiento en carreteras, principalmente datos de aforos de tránsito y estudios origen-destino. En un trabajo paralelo y muy relacionado a éste, se estudia el problema de la recopilación de este tipo de información.

Este trabajo está organizado en secciones, en esta primera sección se empieza con una introducción. En la sección 2 se tratará brevemente sobre las características de la información con que usualmente se dispone para alcanzar el objetivo de este trabajo. En la sección 3 se formulará, de una manera general, el problema de la estimación de matrices origen-destino cuando se cuenta con datos de aforos y de estudios origen destino, analizando cómo resolver esta formulación. En la sección 4 se analizará la relación entre la formulación general propuesta y las formulaciones resultantes en el caso de aplicar las técnicas estadísticas más usuales de estimación. En las siguientes dos secciones se probará el método propuesto con datos numéricos; en la sección 5, con datos recabados en torno a la ciudad de Querétaro en el año 1989 y en la sección 6 con datos ficticios generados para hacer un ejercicio de simulación. Finalmente en la sección 7 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. INFORMACION DISPONIBLE

2.1 INTRODUCCION

Cuando se hace la estimación de matrices origen-destino para carreteras, se tiene el problema de que la información es escasa y muchas veces poco confiable, esto es debido en parte a las características mismas de operación de este modo de transporte. Por ejemplo, la operación de un sistema ferroviario genera información confiable de todos los flujos que se dan en su red. En el caso del transporte urbano, debido a que las fuentes generadoras de movimientos están menos dispersas geográficamente, es posible obtener información de mayor calidad que su equivalente en carreteras.

Es por este problema que se tiene con la información, que se debe hacer un uso eficiente de la mayor cantidad de información disponible. En esta sección, se comentarán brevemente las características y tipos de información disponibles. Para este fin se clasificará la información en Primaria y Secundaria, teniendo como base su utilidad para efectos de estimación. La primaria es la información que mide directamente movimientos en carreteras; esta información proviene de los aforos de tránsito y de los estudios origen-destino. La Secundaria, es información como la de datos de variables socioeconómicas, que aunque no miden directamente el movimiento en carreteras, pueden servir para estimar los suponiendo la existencia de una relación causal entre estas variables y el transporte que se genera entre dos puntos determinados.

2.2 INFORMACION PRIMARIA

Esta información se dividirá, en relación a la estimación que proporciona de una matriz origen-destino, en directa e indirecta.

En el primer caso, están los datos que resultan de un estudio origen-destino; a esta información se le llamará directa porque, constituye en sí misma una muestra de las matrices origen-destino.

En el segundo caso, están los datos de aforos en carreteras, a esta información se le llamará indirecta porque el volumen de tránsito en un punto determinado de una carretera, es la suma de ciertos patrones de movimientos entre pares de puntos generadores de transporte, que es precisamente lo que trata de modelar una matriz origen-destino. A continuación, se describirán los dos tipos de información, empezando con los aforos de tránsito.

2.2.1 AFOROS DE TRANSITO

En estos estudios se mide la cantidad de vehículos que transitan por un punto determinado de una carretera y se hace una estimación de la composición vehicular. La composición vehicular consiste en indicar los porcentajes de vehículos que pertenecen a determinadas categorías. Estas categorías dividen a los vehículos en automóviles, autobuses y camiones de carga. En esta última categoría, también es usual hacer otras divisiones de acuerdo al número de ejes y configuración tractor-remolque o remolques de los vehículos.

Existen dos tipos diferentes de aforos, en el primer tipo, se realiza la medición durante todos los días del año, por lo que se les llama aforos permanentes. Estos aforos permanentes, se realizan en las llamadas estaciones maestras, las cuales coinciden la mayoría de las veces, en nuestro país, con las casetas de cobro del organismo caminos y Puentes Federales de Ingreso y Servicios Conexos. En el segundo tipo de aforo, se realiza la medición durante solamente algunos días del año, en nuestro país esto es generalmente una semana, por lo que se les llama aforos de base semanal. Los resultados de los aforos, son usados principalmente para conocer el tránsito diario promedio anual que pasa por un punto dado de una carretera. En el caso de los aforos permanentes esto puede conocerse exactamente, sin embargo, en el caso de los aforos de base semanal, sólo puede hacerse una estimación a partir de los datos recabados.

La estimación mencionada en el párrafo anterior, presenta principalmente dos problemas, los cuales pueden hacer que esta estimación no sea muy confiable. El primer problema se debe a que la estimación es realizada mediante una muestra muy pequeña, una semana en relación a todo el año, por lo que los diferentes valores que puede tomar el estimador presentarán grandes variaciones entre sí. Siendo la variancia la medida más usual de la variación entre un conjunto de valores, este problema se puede decir que consiste en que la variancia del estimador puede ser demasiado grande. El segundo problema es debido a que por las grandes variaciones que presenta el tránsito durante las diferentes épocas del año, la estimación de un promedio anual realizada a partir de los datos de una semana determinada, tenderá a ser bastante diferente a este promedio anual. En este caso se tendrá lo que en Estadística se llama una estimación sesgada, que siendo un poco más precisos, se da cuando el promedio de todos los valores que puede tomar un estimador, es diferente de lo que se quiere estimar.

El primer problema podría ser atacado observando el tránsito durante un mayor número de días, el segundo, haciendo estas observaciones en diferentes épocas del año. Sin embargo, estas medidas tendrían que ser tomadas sólo cuando se requiera un grado de precisión elevado. Así, por ejemplo, muy probablemente no podrían ser recomendadas para los aforos que de forma general y sistemática se realizan año con año pero sí cuando se trate de estudios específicos.

De una manera práctica, para tratar de disminuir el sesgo en la estimación de tránsitos, se aplican factores de corrección a sus estimadores. Estos factores de corrección se calculan observando las variaciones temporales en estaciones maestras cercanas a la estación donde se realiza un aforo de base semanal. Por ejemplo, al promedio obtenido durante una semana de aforo, se le multiplicaría por un factor de corrección mensual y este factor sería el cociente entre el tránsito diario promedio anual en la estación maestra y el tránsito diario promedio en la misma estación pero durante el mes en que se realizó el aforo en la estación de base semanal. La eficacia de esta corrección dependerá de la similitud que pudieran tener las variaciones dek tránsito en la estación maestra empleada, con las del punto donde se realiza el adoro de base semanal.

2.2.2 ESTUDIOS ORIGEN DESTINO

Estos estudios consisten básicamente en detener a los vehículos que pasan por un punto de una carretera, para obtener información sobre los viajes que realizan, principalmente sobre su origen y su destino. Los estudios generalmente se hacen durante cuatro días, de jueves a domingo, por lo que los resultados del estudio son las matrices origen-destino para los días en que se realizó el mismo. Al ser usados estos datos para estimar la matrices correspondientes a todo un año, la estimación resultante presentará los problemas de variaciones grandes y sesgo mencionados en el caso de los aforos de tránsito. En tal situación, tendría que analizarse si las medidas mencionadas anteriormente, como el realizar los estudios durante un mayor número de días y repartir estos días durante diferentes épocas del año, son convenientes teniendo en cuenta la mayor precisión que se obtiene y los costos adicionales en que se incurre.

Como en el caso de los aforos, en estos estudios también se aplican factores de corrección temporal a los resultados obtenidos. En este caso, al no haber información permanente acerca de matrices origen-destino, se aplican los factores de corrección calculados en estaciones de aforo permanente para los tránsitos observados en todos los pares origen-destino. En el caso del sesgo del estimador, habría un sesgo adicional debido a que el estudio no comprende una semana completa y también existen grandes variaciones de tránsito durante los diferentes días de la semana. Por lo tanto, es común el utilizar factores de corrección diaria y factores de corrección mensual.

Cabe señalar que en estos estudios también se recaba información acerca de los tipos de vehículos, tipo y cantidad de carga o número de pasajeros, por lo que las matrices origen destino pueden ser estimadas con diferentes niveles de agregación.

2.3 INFORMACION SECUNDARIA

En este tipo de información, se tienen principalmente datos de variables socioeconómicas de ciudades o regiones, que pudieran tener una relación causal con los movimientos de transporte que se dan entre ellas. Ejemplos de este tipo de variables podrían ser población, producto interno bruto, índice de motorización e indicadores de producción industrial o de actividades comerciales o turísticas. La relación entre variables socioeconómicas y transporte, se estima utilizando un modelo de demanda, el cual consiste en proponer una relación funcional explícita entre transporte y las variables socioeconómicas que se cree pueden explicarlo. Dichos modelos tienen que ser calibrados con datos reales, es decir, con observaciones de movimientos de transporte.

Estos modelos tienen importancia en la estimación de matrices origen-destino en dos casos diferentes. El primero sería cuando se trata de estimar una matriz origen-destino actual y la información primaria es escasa. En este caso, las matrices obtenidas no tienen la misma confiabilidad que las que se obtienen usando únicamente información primaria en la cantidad adecuada, por lo que en los casos en que se requiera de más precisión, es mejor alternativa el recopilar la información primaria necesaria. El segundo caso es cuando se trata de estimar matrices origen-destino para un tiempo futuro. Siendo el transporte una consecuencia de un conjunto de actividades socioeconómicas, es preferible utilizar un modelo de demanda de transporte a la simple extrapolación de una matriz actual, sobre todo en los casos en que se esperan cambios importantes en la actividad económica, los cuales podrían ser propiciados parcialmente por las mismas modificaciones al sistema de transporte. Estos modelos de demanda son calibrados con datos actuales y dan como resultado movimientos de transporte en el futuro en función de diversos escenarios de evolución de variables socioeconómicas.

3. FORMULACIÓN GENERAL Y METODO PROPUESTO

3.1 INTRODUCCION

Existen diferentes maneras de obtener matrices origen-destino actuales, dependiendo del tipo, cantidad y calidad de la información disponible. Esta estimación puede hacerse utilizando únicamente los datos de estudios origen-destino, con lo que el problema consistiría simplemente en expander los resultados de las muestras obtenidas. En el caso del transporte interurbano por carretera, este enfoque no es el más adecuado, porque se estaría dejando a un lado información como la de los aforos de tránsito, que aunque no proporciona directamente información con respecto a las matrices origen-destino, es generalmente más confiable y abundante que los estudios origen-destino. El enfoque más adecuado es utilizar las dos fuentes mencionadas de información; más adelante, se expondrán algunas formas de lograr este propósito. También se tratará, en forma más breve, el caso en que la estimación de matrices origen-destino se hace utilizando información secundaria.

3.2 RELACION ENTRE VOLUMENES ORIGEN-DESTINO Y VOLÚMENES EN ARCOS

Una red de transporte se puede conceptualizar matemáticamente utilizando el concepto de gráficas orientadas. Estas vienen siendo la unión de dos conjuntos, uno de nodos y otro de arcos, así como una relación entre los mismos, llamada relación de incidencia, que a cada arco le asocia un par ordenado de nodos. En este caso, los nodos corresponden a los puntos que son origen o destino de los movimientos de transporte y los arcos a las carreteras que unen a estos puntos.

Una matriz origen-destino, es un conjunto de volúmenes de tránsito:

$$T_j \quad , \mathrm{j} = 1 \ldots, \mathrm{N}$$

donde j es un par origen-destino determinado y N es el número total de pares origen-destino con flujos significativos. En adelante, a estos volúmenes se les llamará volúmenes origen-destino. Por conveniencia, la matriz origen-destino se presentará en forma vectorial. Los volúmenes de tránsito en cada arco de la red serán:

$$V_i \qquad ,1 \ \ldots, \ \mathrm{M}$$

donde M es el número total de arcos en la red. La relación entre volúmenes origen-destino y volúmenes en arcos está dada por las siguientes ecuaciones:

$$V_i = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{N}} \mathrm{P}_{\mathrm{ij}} \ \mathrm{T}_{\mathrm{j}}, \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \ \mathrm{M} \tag{1}$$

donde P_{ij} es la proporción de los volúmenes en el par origen-destino j que usan el arco i. Estos valores P_{ij} se obtienen mediante los procedimientos llamados de asignación, los cuales son considerados a continuación.

3.3 PROCEDIMIENTOS DE ASIGNACION

Hay dos clases, los procedimientos de asignación proporcional y los de asignación en equilibrio. En el caso de la asignación proporcional, cada proporción P_{ij} es independiente del volumen que se mueve en el arco i, por lo que estos valores pueden determinarse previamente. En el caso de asignación en equilibrio, cada proporción P_{ij} es función del volumen que se mueve en el arco i, por lo que proporciones y volúmenes tienen que obtenerse simultáneamente. El que estas proporciones sean funciones de los volúmenes, es una manera de modelar los efectos de congestionamiento en una red de transporte. La relación planteada por las ecuaciones (1), implícitamente supone una asignación proporcional, la cual se mantendrá a lo largo de este trabajo.

Este tipo de asignación, es usada en el caso de redes no muy densas de transporte interurbano, donde los efectos de congestionamiento, en el sentido de inducir a los conductores a cambiar de ruta, son poco significativos.

Los métodos más usados de asignación proporcional son los de asignación "todo o nada" y asignación probabilística. En la asignación "todo o nada", se supone que todo el flujo entre un par origen-destino dado, sigue el camino que en conjunto presenta el costo mínimo. Un camino es una secuencia de arcos que unen a un par origen-destino determinado. En este caso, cada proporción P_{ij} tiene valores 0 ó 1 que se obtienen utilizando cualquier versión de los algoritmos que resuelven el problema del "camino más corto" en redes. En la asignación probabilística, el flujo en un par origen-destino se reparte entre los diferentes caminos que unen a este par de acuerdo al costo de viaje de cada camino. Los diferentes métodos de asignación son tratados en detalle en Sheffi [1985].

En nuestro país, actualmente se está empezando a construir con financiamiento privado, una extensa red de autopistas de cuota, la cual quedará superpuesta a la red troncal de carreteras que existe actualmente. En este escenario, la repartición de los flujos entre ambas redes, será función de diversas variables tales como el congestionamiento y nivel de servicio en ambas redes y las cuotas a aplicarse en la nueva red. Lo anterior debería de ser objeto de estudios tendientes a tratar de comprender cómo podría ser la asignación de tránsito en estas circunstancias.

3.4 FORMULACION GENERAL

Supóngase que se tienen observaciones de volúmenes origen-destino y de volúmenes en arcos y se quiere estimar una matriz origen-destino actual. Dado lo anterior, el problema puede plantearse intuitivamente como el de encontrar los volúmenes origen-destino T_j, que sean lo más "cercano" posible a los volúmenes origen-destino observados y que al ser asignados a la red produzcan volúmenes en arcos que sean también lo más "cercano" posible a los volúmenes en arcos observados. Frecuentemente, debido a que por lo general las observaciones de volúmenes en arcos, son más confiables que las observaciones de volúmenes origen-destino, se ha planteado este problema requiriendo que la asignación de los volúmenes origen-destino estimados en la red, produzcan volúmenes en arcos iguales a los observados. Estas dos formulaciones del problema han sido resueltas de muy diversas maneras, generalmente dependiendo de la técnica estadística utilizada para hacer la estimación, por ejemplo mínimos cuadrados o máxima verosimilitud. En este trabajo, se formulará el problema de una manera general y después se señalará su relación con estas técnicas estadísticas.

Siendo $\hat{T}_j$ y $\hat{V}_i$ los volúmenes observados en el par origen-destino j y en el arco i respectivamente, las dos formulaciones planteadas anteriormente serán desarrolladas matemáticamente a continuación.

3.4.1 PRIMERA FORMULACION

Encontrar valores no negativos de las variables T_j de tal manera que la distancia entre estos valores y los volúmenes observados $\hat{T}_j$, así como entre los volúmenes V_i resultantes de su asignación a la red y los volúmenes observados $\hat{V}_i$ en los arcos, sea la mínima posible. Siendo la función d (u, vv), cualquier medida de la separación entre dos valores u y v. Este problema se formula utilizando la terminología de la programación matemática como:

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{N} d\left(\hat{T}_j, T_j\right) + \sum_{i=1}^{M} d\left(\hat{V}_i, \sum_{j=1}^{N} P_{ij} T_j\right) \\
&s.a \qquad T_j \geq 0, \qquad j = 1, \ldots, N \qquad (2)
\end{aligned}
$$

.En esta terminología, Min y s. a son abreviaciones de Minimizar y sujeto a, respectivamente. Un problema de programación matemática consta de una función objetivo definida sobre un conjunto de variables, a las cuales se les llama variables de decisión y de un conjunto de restricciones definidas también sobre este mismo grupo de variables. El problema consiste en encontrar los valores de las variables de decisión que al mismo tiempo que hagan mínimo el valor de la función objetivo, satisfagan las restricciones impuestas sobre ellas.

3.4.2 SEGUNDA FORMULACION

Encontrar valores no-negativos de las variables, T_j , de tal manera que la distancia entre estos valores y los volúmenes observados $\hat{T}_j$ sea la mínima posible y que lo volúmenes V_i resultantes de su asignación a la red sean iguales a los volúmenes $\hat{V}_i$ observados en los arcos:

$$Min \sum_{j=1}^{N} d\left(\hat{T}_j, T_j\right)$$

$$\begin{aligned} s.a \quad & \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{n} P_{ij} T_j, i = 1 \ldots, M \\ & T_j \geq 0, j = 1, \ldots, N \end{aligned} \qquad (3)$$

En ambas formulaciones, los volúmenes a incluir en la función objetivo, deben ser aquellos para los que se tenga alguna observación, ya que de utilizarse un valor igual a cero para aquellos volúmenes no observados, al minimizar la función objetivo se forzaría a que los volúmenes estimados fueran demasiado pequeños.

3.4.3 RELACION ENTRELAS DOS FORMULACIONES

La diferencia entre las dos formulaciones estriba en la mayor o menor credibilidad relativa que se tenga entre los dos grupos de datos. Así, en la segunda formulación, al exigir que los volúmenes en arcos estimados sean iguales a los observados, se está dando implícitamente una credibilidad total a estos datos y una credibilidad mucho menor a los datos de volúmenes origen-destino. Esta situación podría ser adecuada cuando tenemos, por ejemplo, datos de volúmenes en arcos tomados de aforos permanentes y datos de volúmenes origen-destino estimados a partir de unos cuantos días del año. Una situación intermedia se podría lograr, dando pesos relativos a cada grupo de datos en la primera formulación, en donde mientras mayor sea el peso, mayor será la credibilidad. De esta manera, la formulación (2) quedaría como:

$$\begin{aligned} &Min\ \ a\sum_{j=1}^{N} d\left(\hat{T}_j,\hat{T}_j\right)+b\sum_{i=1}^{M} d\left(V_i,\sum_{j=1}^{N} P_{ij}T_j\right) \\ &s.a \qquad T_j \geq 0,\ j=1,\ldots,N \end{aligned} \tag{4}$$

Al ir aumentando el valor del peso b relativo al valor del peso a, la credibilidad de los datos observados de volúmenes en arcos iría creciendo, hasta llegar al caso en que esta formulación fuera equivalente a la segunda formulación, es decir a la que impone restricciones de igualdad entre volúmenes en arcos observados y estimados. De una manera más general, se podrían incluir pesos relativos para cada dato en particular, puesto que aún dentro de un mismo grupo de datos, hay bastante diferencia entre las observaciones, como por ejemplo, entre aforos permanentes y aforos de base semanal. Siguiendo el mismo criterio de mayor peso a mayor credibilidad, estos pesos pueden asignarse subjetivamente. Posteriormente, se presentan maneras objetivas de realizar esta asignación. Con lo discutido anteriormente, las dos formulaciones quedan como sigue:

$$\begin{aligned} &Min\ \ \sum_{j=1}^{N} a_j\ d\left(\hat{T}_j,T_j\right)+\sum_{i=1}^{M} b_i\ d\left(\hat{V}_i,\sum_{j=1}^{n} P_{ij}T_j\right) \\ &s.\ a \qquad T_j \geq 0,\ j=1,\ldots,N \end{aligned} \tag{5}$$

$$
\begin{aligned}
& Min \ \sum_{j=1}^{n} a_j \ d\left(\hat{T}_j , T_j\right) \\
& s.a \ \ \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{n} P_{ij} , T_j , i = 1,..., M \\
& \qquad T_j \geq 0, j = 1,..., N
\end{aligned}
\tag{6}
$$

La solución de los problemas (5) y (6) dependerá de la forma que se adopte para la función d. En las siguientes secciones se discutirán diferentes formas que pueden asignarse a esta función.

3.5 MINIMIZACION DE LA SUMA DE LAS DESVIACIONES AL CUADRADO

En este caso la función d estaría dada por:

$$d\,(u\,,v) \;=\; (u - v)^2 \;,$$

y los problemas (5) y (6) planteados en la sección anterior quedarían de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
& Min \ \ \sum_{j=1}^{N} a_j \left(\hat{T}_j - T_j\right)^2 + \sum_{i=1}^{M} b_i \left(\hat{V}_i - \sum_{j=1}^{n} P_{ij} T_j\right)^2 \\
& s.a. \qquad T_j \geq 0, j = 1,..., N
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
& Min \ \ \sum_{j=1}^{N} a_j \left(\hat{T}_j - T_j\right)^2 , \\
& s.a. \ \ \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{n} P_{ij} T_j , i = 1,..., M \\
& \qquad T_j \geq 0, j = 1,..., N
\end{aligned}
$$

Estas dos formulaciones pueden expresarse en forma matricial, facilitando la presentación de soluciones a los problemas en casos especiales. En forma matricial, quedarían como sigue:

$$Min \quad \left(\hat{T}-T\right)' A\left(\hat{T}-T\right)+\left(\hat{V}-PT\right)' B\left(\hat{V}-PT\right)$$

$$s.\ a. \qquad T \geq 0 \qquad\qquad (7)$$

y

$$Min \quad \left(T-\hat{T}\right)' A\left(T-\hat{T}\right)$$

$$s.\ a \qquad \hat{V} = PT$$

$$T \geq 0 \qquad\qquad (8)$$

En esta forma, A y B serian matrices diagonales con elementos a_{ii} y b_{ii} iguales a los pesos definidos por a_i y b_i respectivamente. A' indica la matriz transpuesta de cualquier matriz A. Los vectores $T, \hat{T}$ y $\hat{\mathrm{V}}$ tienen como elementos todos los volúmenes origen-destino a estimar, todos los volúmenes origen-destino observados y todos los volúmenes en arcos observados.

Ambos problemas pueden resolverse de manera general, utilizando algún algoritmo de programación no-lineal. Sin embargo, relajando las restricciones $T \geq 0$, pueden obtenerse soluciones explícitas. Así, en el primer problema, derivando la función objetivo con respecto al vector T e igualando a cero, se llega a la solución:

$$T = \left(\mathrm{A} + \mathrm{P}' \ \mathrm{B}\,\mathrm{P}\right)^{-1} \left(\mathrm{A}\,\hat{\mathrm{T}} + \mathrm{P}'\,\hat{\mathrm{V}}\right) \qquad (9)$$

En el caso de que no se consideraran pesos relativos, esto es, A y B fueran matrices identidad de dimensión N y M respectivamente, la solución (9) se simplificaria a:

$$T = \left(\mathrm{I} + \mathrm{P}'\,\mathrm{P}\right)^{-1} \left(\hat{\mathrm{T}} + \mathrm{P}'\,\hat{\mathrm{V}}\right) \qquad (10)$$

De igual manera, en el segundo problema, relajando las restricciones $T \geq 0$ y utilizando la técnica de multiplicadores de Lagrange se obtendria:

$$T = \hat{\mathrm{T}} + \mathrm{A}^{-1}\ \mathrm{P}'\ \left(\mathrm{P}\ \mathrm{A}^{-1}\ \mathrm{P}'\right)^{-1} \left(\hat{\mathrm{V}}\ \mathrm{P}\ \hat{\mathrm{T}}\right) \tag{11}$$

En este caso, dado que A es una matriz diagonal, la matriz A^{-1} puede obtenerse fácilmente, cada elemento de ésta es el recíproco de su contraparte en la matriz A. También como caso particular se tendrá que cuando no hay pesos relativos la solución (11) se transforma en:

$$T = \hat{\mathrm{T}} + \mathrm{P}' \left(\mathrm{P}\ \mathrm{P}'\right)^{-1} \left(\hat{\mathrm{V}} - \mathrm{P}\ \hat{\mathrm{T}}\right) \tag{12}$$

Es más sencillo resolver estos problemas haciendo uso de las soluciones explícitas presentadas arriba, puesto que todo el trabajo computacional consistiría en realizar algunas operaciones con matrices. Sin embargo, no se puede determinar de antemano si estas soluciones serán factibles, es decir, que todos los volúmenes origen-destino estimados, resulten no negativos. Por lo tanto, una estrategia podría ser el resolver estos problemas haciendo uso de las soluciones explícitas y en caso de obtener soluciones que nos sean factibles usar algún algoritmo de programación no-lineal. La experiencia adquirida al resolver algunos problemas de este tipo, indica que mientras mayor sea el número de volúmenes origen-destino observados, mayor será la probabilidad de que se obtengan resultados factibles haciendo uso de las soluciones explícitas.

3.6 MINIMIZACION DE LA SUMA DE LOS VALORES ABSOLUTOS DE LAS DESVIACIONES

En este caso, la función d estaría dada por:

$$d(u, \mathrm{v}) = \left|\, \mathrm{u} - \mathrm{v} \,\right|,$$

las dos formulaciones quedarían como:

$$Min \quad \sum_{J=1}^{N} a_j \left| \hat{T}_j - T_j \right| + \sum_{i=1}^{M} b_l \left| \hat{V} - \sum_{i=1}^{M} P_{ij} T_j \right|$$

$$\text{s.a.} \qquad T_j \geq 0, \quad j = 1, ..., N \tag{13}$$

y

$$Min \quad \sum_{j=1}^{N} a_j \left| \hat{T}_j - T_j \right|$$

$$s.a. \quad \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} T_j, \quad i = 1, ..., M \tag{14}$$

$$T_j \geq 0, \quad j = 1, ..., N$$

Con estas dos formulaciones, no es posible obtener soluciones explícitas al relajar las restricciones de no negatividad como en el caso anterior. Sin embargo, los problemas (13) y (14) tienen el formato de los llamados problemas de programación por metas, para los cuales sería más sencillo encontrar una solución general que para los problemas planteados en la sección anterior. Por lo discutido anteriormente, se puede decir que en el caso de que se tengan relativamente pocas observaciones de volúmenes origen-destino, los métodos propuestos en esta sección, serán más sencillos que los propuestos en la sección anterior.

otra opción que se tiene, sería la de transformar los problemas (13) y (14) al formato de programación lineal y hacer uso de la gran cantidad de paquetes que resuelven problemas de este tipo más eficientemente que sus contrapartes de programación no-lineal. utilizando la técnica descrita en Hillier y Lieberman

[1982], en el formato de programación lineal los problemas quedarían como:

$$Min \quad \sum_{j=1}^{N} a_j \left(v_j^+ + t_j^- \right) + \sum_{i=1}^{M} b_i \left(v_i^+ + v_i^- \right)$$

$$s.\text{a.} \quad \hat{T}_j = T_j + t_j^+ - t_j^-, \quad j = 1, ..., N \tag{15}$$

$$\hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} T_j + v_i^+ - v_i^-, \quad i = 1, ..., M$$

$$T_j,\ t_j^+, t_j^- \geq 0, \quad j = 1, \dots N$$

$$v_i^+, v_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots M$$

y

$$Min \sum_{j=1}^{N} a_j \left(t_j^+ + t_j^- \right)$$

$$\text{s.a.} \quad \hat{T}_j = T_j + t_j^+ - t_j^-, \qquad j = 1, \dots, N \qquad (16)$$

$$\hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}\, T_j, \qquad i = 1, \dots, M$$

$$T_j,\ t_j^+,\ t_j^- \geq 0, \qquad j = 1, \dots, N$$

En ambos casos, las variables $t_j^+,\ t_j^-,\ v_i^+, v_i^-$ son variables auxiliares, esto es, sólo sirven para reformular el problema de una manera más conveniente y después de resuelto el problema sus valores son descartados.

3.7 MINIMIZACION DEL MAXIMO DE LOS VALORES ABSOLUTOS DE LAS DESVIACIONES

En este caso, en lugar de tratar de minimizar la suma de las desviaciones, se trata de minimizar la máxima desviación encontrada entre los volúmenes observados y los volúmenes estimados, ya sea que estos volúmenes sean volúmenes origen-destino o volúmenes en arcos. Esto puede considerarse como una variante de las formulaciones presentadas en la sección anterior, sin embargo puede ser útil cuando con aquellas formulaciones se obtuvieran pocas desviaciones con valores elevados. En este caso, esta nueva formulación tendería a uniformizar las desviaciones. Los problemas se plantearían entonces de la siguiente manera:

$$Min \ \underset{\substack{J = 1, N \\ i = 1, M}}{\text{Max}} \left\{ a_j \left| \hat{T}_j - T_j \right|, b_i \left| \hat{V}_i - \sum_{j=1}^{N} P_{ij}\, T_j \right| \right\}$$

$$\text{s.a.} \quad T_j \geq 0, \qquad j = 1, \dots, N \qquad (17)$$

y

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \underset{j=1, \quad N}{\mathrm{Max}} \left\{ a_j \left| \hat{T}_j - T_j \right|, \; b_i \left| \check{V}_i - \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \; T_j \right| \right\} \\
& \text{s.a.} \quad \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \, T_j, \qquad i = 1, \ldots, \; M \qquad\qquad (18) \\
& \qquad T_j \; \geq 0, \qquad j = 1, \; \ldots, \; N
\end{aligned}
$$

Igualmente pueden ser transformados mediante el uso de variables auxiliares en problemas de programación lineal de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
& \mathrm{Min} \qquad z \\
& \text{s.a.} \qquad a_j \left(t_j^+ + t_j^- \right) - z \leq 0, \qquad j = 1, \ldots, \quad N \\
& \qquad\qquad b_i \left(v_i^+ + v_i^- \right) - z \leq 0, \qquad i = 1, \ldots, \; M \\
& \qquad\qquad \hat{T}_j = T_j + t_j^+, \quad j = 1, \ldots, \; N \qquad\qquad (19) \\
& \qquad\qquad \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \, T_j + v_i^+ - v_i^-, \qquad i = 1, \ldots., \; M \\
& \qquad\qquad T_j \, , \; t_j^-, \; t_j^- \geq 0, \quad j = 1, \ldots, \; N \\
& \qquad\qquad v_i^+, \; v_i^- \geq 0, \quad i = 1, \ldots., \; M \\
& \qquad\qquad z \geq 0
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
& Min \qquad z \\
& \text{s.a.} \qquad a_j \left(t_j^+ + t_j^- \right) - z \leq 0, \qquad j = 1 \ldots., \; N \\
& \qquad\qquad \hat{T}_j = T_j + t_j^+ - t_j^-, \qquad j = 1, \ldots, N \qquad\qquad (20) \\
& \qquad\qquad \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \; T_j, \qquad i = 1, \; \ldots, \; M \\
& \qquad\qquad T_j, \; t_j^+, \; t_j^- \geq 0, \qquad j = 1, \ldots, N \\
& \qquad\qquad z \geq 0
\end{aligned}
$$

3.8 USO DE INFORMACION SECUNDARIA

En este caso, se supone que los volúmenes origen-destino son función de ciertas variables socioeconómicas y del costo de viajar entre el origen y el destino. Siendo T_j el volumen entre el origen r y el destino s, X_{ji}, Y_{ji}, variables socioeconómicas asociadas al origen r y al destino s respectivamente y c_j el costo del viaje entre r y s, se tendrá de una manera general la siguiente relación:

$$T_j = \mathrm{f}\left(\mathrm{X}_{\mathrm{j1}},\ \mathrm{X}_{\mathrm{j2},}\ \ldots, \mathrm{X}_{\mathrm{jn}},\ \mathrm{Y}_{\mathrm{j1}},\ \mathrm{Y}_{\mathrm{j2}}, \ldots, \mathrm{Y}_{\mathrm{jn}},\ \mathrm{c}_{\mathrm{j}} \right)$$

En esta expresión, n es un número cualquiera que nos indica la cantidad de variables socioeconómicas a incluir en el modelo. La variable c_j es el costo del viaje entre r y s, el cual puede incluir cualquier medida relacionada con este costo, cormo distancia o tiempo o una combinación de ambos factores en lo que se llama el costo generalizado. La forma específica de la función f, no puede determinarse de antemano, sino que se escogerá de una manera interactiva, tratando de que esta función se ajuste lo mejor que se pueda a los datos con los que se cuenta, esto es, volúmenes en arcos y volúmenes origen-destino.

Una familia de funciones que se ha utilizado extensivamente para este fin, son los llamados Modelos Gravitacionales. A grandes rasgos, en esta familia de funciones se supone que existen factores "atractores", que tienden a incrementar los viajes entre un par origen-destino y factores "disuasores", que tienden a disminuírlos. Ejemplo de factores "atractores" son variables como las relacionadas con la población y la producción. Un factor “disuasor” podría ser el costo de los viajes entre los pares origen-destino.

Por ejemplo, en el estudio Secretaria de Comunicaciones y Transportes - Sogelerg [1988], se aplicaron variantes de la función:

$$T_j = \mathrm{K1}\ (\mathrm{P}_1\ \mathrm{P}_2)^{k2}\ (\mathrm{m}_1\ \mathrm{m}_2)^{k3}\ / \mathrm{c}_j^{\mathrm{k4}}$$

En donde P_1 y P_2 son las poblaciones del origen y el destino del par origen-destino j; m_1 y m_2 son los índices de motorización del origen y el destino del par origen-destino j, c_j es el tiempo de viaje entre el origen y el destino en el par origen-destino j y $K1$, K2, K3 y $K4$ son constantes que se obtienen al calibrar este modelo con los datos disponibles T_j. Cabe señalar que en el citado estudio no se hizo uso de los datos de volúmenes en arcos. De una manera general, se puede plantear el problema en forma similar a la que se hizo anteriormente. En este caso, siendo X_j y Y_j vectores que contienen todas las variables socioeconómicas del par origen-destino j a emplear, se tendrían las siguientes formulaciones:

$$\begin{aligned} &Min \quad \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{d}\left(\hat{\mathrm{T}}_j, \mathrm{f}(\mathrm{X_j}, Y_j, \mathrm{c_j})\right) + \\ &\qquad \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{M}} \mathrm{d}\left(\hat{\mathrm{V}}_i,\ \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{P_{ij}}\ \mathrm{f}(\mathrm{X_j}\ \ \mathrm{Y_j},\ \mathrm{c_j})\right) \\ &\mathrm{s.a.} \qquad \mathrm{f}(\mathrm{X_j},\ \mathrm{Y_j},\ \mathrm{c_{j0}}) \geq 0, \qquad \mathrm{j} = 1, ..., \mathrm{N} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} &\mathrm{Min} \quad \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{d}\,(\hat{\mathrm{T}}_j,\ \mathrm{f}(X_j,\ \mathrm{Y_j}\ \ \mathrm{c_j})\ ) \\ &\mathrm{s.a.} \quad \hat{\mathrm{V}}_i = \sum_{\mathrm{J=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{P_{ij}}\ \mathrm{f}(\mathrm{X_j}\ \ \mathrm{Y_j},\ \mathrm{c_j})\ ), \quad \mathrm{i} = 1, ..., \mathrm{M} \\ &\qquad \mathrm{f}(\mathrm{X_j},\ \mathrm{Y_j},\ \mathrm{c_j}) \geq 0, \qquad \mathrm{j} = 1, ..., \mathrm{N} \end{aligned}$$

A diferencia de los problemas formulados anteriormente, en este caso no se estiman los valores de las variables T_j directamente, sino los parámetros que definen una forma particular de una función general f escogida previamente. Una vez que se han obtenido estos parámetros, se pueden estimar los volúmenes origen-destino.

4. RELACION DE LA FORMULACION GENERALCON ESTIMADORES ESTADISTICOS

4.1 ESTIMADOR MINIMOS CUADRADOS GENERALIZADO

El problema de estimar matrices origen-destino utilizando volúmenes origen-destino y volúmenes en arcos observados aplicando los métodos de mínimos cuadrados generalizados, ha sido estudiado par muchos autores, entre ellas, Cascetta [1984] y Hendrickson y McNeil [1984]. En estos métodos, se supone que cada volumen observado es igual al volumen verdadero mas un error aleatorio con media igual a cera. En el método a de mínimos cuadrados ordinaria, el supuesto es que los errores son no correlacionados y con una variancia constante. En el método de mínimos cuadrados generalizados, estas dos ultimas suposiciones son relajadas, 10 que da origen a la existencia de una matriz de variancias-covariancias, en la que se especifican la variancia del error para cada volumen y la covariancia entre los errores de cada par de volúmenes. Bajo estas suposiciones, en forma matricial se tiene:

$$\hat{T} = T + \in$$

$$\hat{V} = PT + \eta$$

En donde $\in$ y η son vectores que contienen el error aleatorio para cada volumen origen-destino y cada volumen en arcos respectivamente. Las matrices de varlanclas-covarlanclas, se llamaran U y W respectivamente. En este caso, el estimador de mínimos cuadrados generalizado es el vector T que minimiza el problema

(Cascetta [1984]) :

$$\begin{aligned} &Min \quad \left(\hat{T} - T\right)' U^{-1} \left(\hat{T} - T\right) + \left(\hat{V} - PT\right)' W^{-1} \left(\hat{V} - PT\right) \\ &s.\ a \quad T \geq 0 \end{aligned} \qquad (21)$$

Esto coincide con el problema (7), sustituyendo las matrices A y B con U^{-1} y W^{-1} respectivamente. En el caso de considerar que no hay correlación entre los errores relacionados con diferentes volúmenes, estas matrices serian diagonales y sus elementos corresponderían a los pesos especificados en el problema mencionado. De esta manera, se tendría que el peso asociado a cada volumen en la función objetivo, seria igual al reciproco de la variancia de su error, por lo que a términos con menor variancia correspondería un mayor peso. Como en un grupo de datos, a menor variancia corresponde mayor credibilidad, esto coincide con el criterio que se había señalado para asignar pesos relativos subjetivamente, a la vez que nos proporciona una manera objetiva de hacer esta asignaci6n. Par otra parte, si se quiere que log volúmenes estimados, V_i ,sean igual a los volúmenes observados, $\hat{V}_i$ el estimador de mínimos cuadrados generalizado es el vector T que minimiza el problema (Cascetta [1984]):

$$
\begin{aligned}
&Min \; \left(\hat{\mathrm{T}} - \mathrm{T} \right)' \, \mathrm{U}^{-1} \left(\hat{T} - \mathrm{T} \right) \\
&\text{s.a.} \qquad \hat{\mathrm{V}} = \mathrm{P\,T} \\
&\qquad\qquad \mathrm{T} \geq 0 \qquad\qquad\qquad\qquad (22)
\end{aligned}
$$

También este problema coincide con el problema (8), sustituyendo la matriz A con U^{-1}.

4.2 ESTIMADOR CHI-CUADRADO

Una variante del modelo de mínimos cuadrados generalizado, mencionada en Hendrickson y McNeil [1984], es el suponer que aunque la variancia de los errores no es constante, es proporcional a los valores observados de los volúmenes $\hat{T}$ y $\hat{V}$. Esto puede ser apropiado en muchas ocasiones, en las cuales mientras mayores sean los valores que tome una variable, mayores serán las variaciones observadas (en términos absolutos). De esta manera se tendrían formulaciones similares alas presentadas anteriormente en los problemas (21) y (22), con matrices de variancia-covariancia U y W igual a matrices diagonales,en la que los elementos en la diagonal son iguales a $\hat{T}$ y $\hat{V}$ respectivamente.

Como la inversa de una matriz diagonal es también una matriz diagonal con elementos iguales al reciproco de los elementos en la primera matriz, se tiene una manera sencilla de aproximar los pesos a aplicar en estos problemas, cuando no sea sencillo estimar las variancias de los volúmenes observados. En forma explicita, se tendrían los siguientes problemas:

$$\begin{aligned} & Min \quad \sum_{j=1}^{n} \left(\hat{T}_j - T_j \right)^2 / \hat{T}_j + \sum_{i=1}^{M} \left(\hat{V}_i - \sum_{j=1}^{N} P_{ij} T_j \right)^2 / \hat{V}_i \\ & \text{s. a} \quad T_j \geq 0, \ ..., \ N \end{aligned} \tag{23}$$

y

$$\begin{aligned} & Min \quad \sum_{j=1}^{N} \left(\hat{T}_j - T_j \right)^2 / \hat{T}_j \\ & \text{s.a} \quad \hat{V}_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} T_j, \ i = 1, \ ..., \ M \\ & \qquad T_j \geq 0, \quad j = 1, \ ..., \ N \end{aligned} \tag{24}$$

otra ventaja de esta formulación es que al relajar las restricciones de no-negatividad en estos problemas y obtener soluciones explicitas similares a las dadas par las ecuaciones (9) y (11), los resultados tienen mayor probabilidad de ser factibles, es decir, que ningún componente de la solución sea negativo. Lo anterior se debe al hecho de que los valores pequeños de volúmenes observados, que son los que podrían en un momento dado tender hacia valores negativos, reciben los pesos mas grandes en estas formulaciones.

4.3 ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Además de las técnicas de mínimos cuadrados, en la estadística clásica otro gran grupo de técnicas de estimación son los métodos de máxima verosimilitud. El empleo de estas técnicas para obtener estimaciones de una matriz origen-destino, ha sido explorado par varios autores, entre ellos Geva, Hauer y Landau [1983] y Cascetta y Nguyen [1988]. De manera general, en estos métodos, se supone una distribución probabilística para la variable a estimar y se toman los parámetros de esta distribución que hacen a la probabilidad de ocurrencia de la muestra observada mayor que con cualquier otro valor que pudieran tomar estos parámetros. El tener que suponer una distribución probabilística para las variables a estimar, representa una desventaja de estos métodos, ya que esto lleva a hacer generalizaciones o a necesitar mayor información de la que normalmente se tiene. En contraposición, los métodos de mínimos cuadrados mencionados anteriormente, no necesitan suponer distribuciones probabilísticas. Diferentes formas de distribuciones han sido tratadas en las referencias arriba mencionadas, en particular, cuando se suponen distribuciones normales para los volúmenes en arcos y volúmenes origen-destino, se llega a una solución idéntica a la obtenida con la formulación general mencionada anteriormente. Cabe señalar que en Cascetta y Nguyen [1988], se menciona que la distribución normal es la mas adecuada para modelar los volúmenes de tránsito, cuando estos no son demasiado pequeños.

5. EJEMPLO DE APLICACION

5.1 INFORMACION UTILIZADA

En esta sección se aplicaran los métodos propuestos, utilizando datos de estudios origen-destino realizados en las inmediaciones de la ciudad de Querétaro en el año 1989. En total fueron cuatro los estudios realizados, uno en cada una de las carreteras principales que comunican a la ciudad de Querétaro, con las demás regiones del país. Todos los estudios se realizaron durante cuatro días consecutivos, de jueves a domingo. La localización de dichos estudios, así como la fecha en que se realizaron es la siguiente:

1) Estación Los Ángeles, en el kilómetro 11+680 de la carretera Querétaro-Irapuato (libre), realizado del 21 al 24 de Octubre.
2) Estación Santa Maria, en el kilómetro 0+600 de la carretera Querétaro-Irapuato (cuota), realizado del 28 de Septiembre al 1° de Octubre.
3) Estación Juriquilla, en el kilómetro 14+060 de la carretera Querétaro-San Luis Potosí, realizado del 5 al 8 de Octubre.
4) Estación La Noria, en el kilómetro 200+000 de la autopista México-Querétaro, realizado del 19 al 22 de Octubre.

Adicionalmente, se tuvieron los datos para el mismo año 1989, de estaciones de aforo permanente en los siguientes lugares:

1) Estación La Norita, en el kilómetro 14+000 de la carretera Querétaro-Irapuato.
2) Estación Santa Rosa Jáuregui, en el kilómetro 18+000 de la carretera- Querétaro-San Luis Potosí.
3) Estación El Colorado, en el kilómetro 194+000 de la autopista México-Querétaro.

Los datos del estudio origen-destino realizado en la estación Santa Maria, fueron también utilizados para obtener un aforo de cuatro días, de los vehículos que circularon por ese punto.

La localización aproximada de las estaciones se muestra en la siguiente figura.

Figura 1
Localización de estaciones

Para analizar tanto los movimientos desde o hacia la ciudad de Querétaro, como los movimientos que pasan par esta ciudad sin ser esta su destino final, sé construyó la red mostrada en la figura 2. Como se indicó anteriormente, una red consta de nodos y arcos. Los nodos representan a los puntos o regiones que son origen o destino de viajes y los arcos a los tramos de carretera que comunican entre sí a los nodos. Esta red consta de cuatro nodos y cuatro arcos. El nodo Q, representa a la ciudad de Querétaro. El nodo N, representa a todas las localidades que son origen de viajes que utilizan la carretera Querétaro-San Luis Potosí antes de llegar o pasar a través de la ciudad de Querétaro. El nodo 0, representa a todas la localidades que son origen de viajes que utilizan las carreteras Querétaro-Irapuato, antes de llegar o pasar a través de la ciudad de Querétaro. De igual manera, el nodo S, representa a todas las localidades que son origen de viajes que utilizan la autopista México-Querétaro, antes de llegar o pasar a través de la ciudad de Querétaro. La anterior definición puede ser ambigua al tratar de relacionar viajes entre localidades especificas con viajes entre los nodos propuestos, sin embargo, para la gran mayoría de los viajes no existe este problema. Los cuatro arcos de la red, representan tramos de carretera que van de la ciudad de Querétaro a los lugares donde se realizaron los estudios origen-destino. El arco 1, corresponde a la autopista México-Querétaro, el arco 2 a la carretera Querétaro-San Luis Potosí, el arco 3, a la carretera Querétaro-Irapuato (cuota) y el arco 4 a la carretera , Querétaro-Irapuato (libre).

En la tabla 1, se muestran los volúmenes origen-destino obtenidos a partir de los estudios origen-destino. En el primer renglón de esta tabla, se tiene un par origen-destino de acuerdo a la red de la figura 2. En el segundo renglón, se tienen los volúmenes promedio, en vehículos, de viajes entre cada par origen-destino observados durante los días en que se efectuaron los estudios origen-destino mencionados. Finalmente, en el tercer renglón, se tienen los volúmenes anteriores después de haber aplicado factores de corrección, para tener en cuenta las variaciones durante los diferentes días de la semana y meses del año.

Los factores de corrección se obtuvieron a partir de las variaciones observadas en las estaciones de aforo permanente mencionadas anteriormente. Estos volúmenes, son una primera aproximación a los volúmenes diarios promedio durante el ano 1989, entre cada par origen-destino, que se estimaran en esta sección y corresponden a los volúmenes observados en la notación presentada en este trabajo. Par otra parte, en la tabla 2 se presentan los volúmenes diarios promedio, también en vehículos, en cada uno de los arcos de la red.

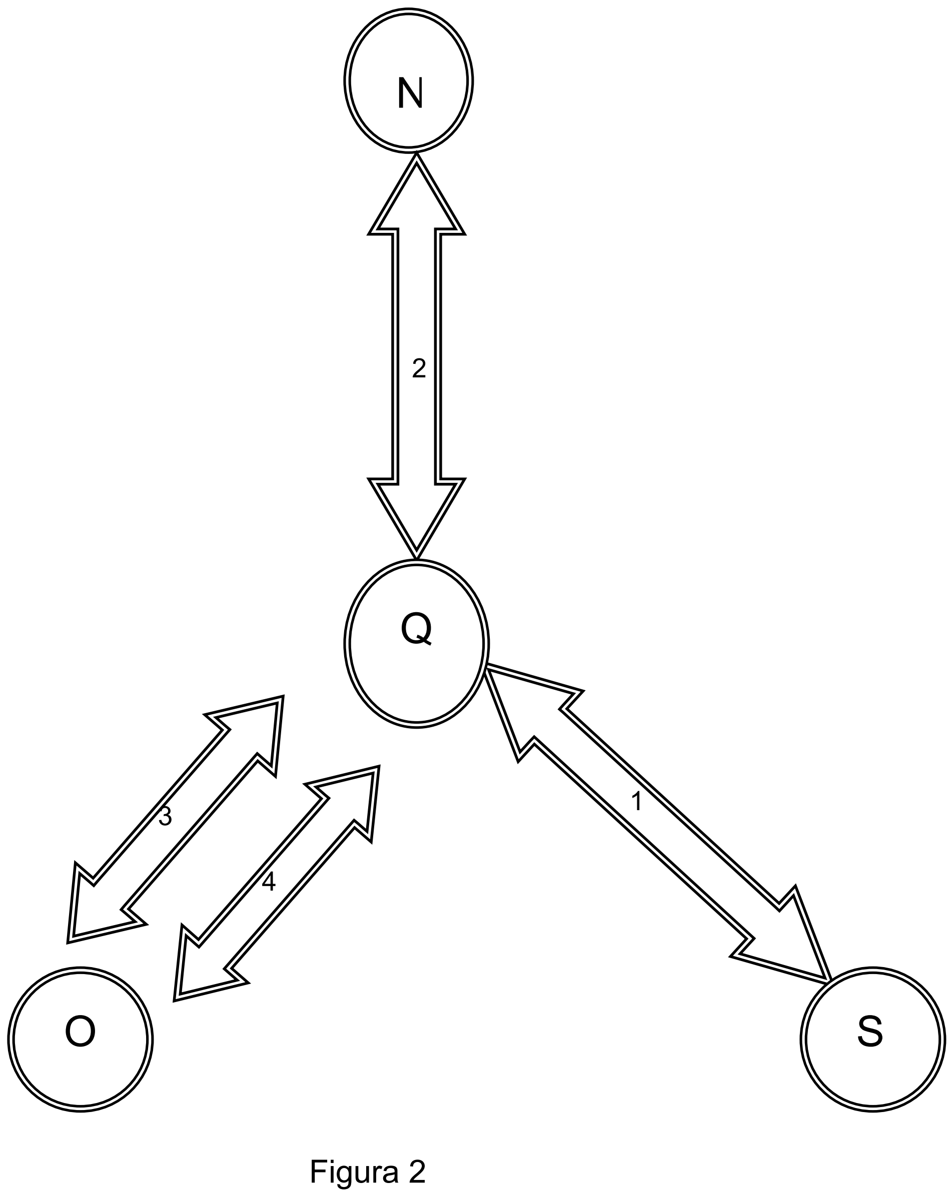

Figura 2
Diagrama de la red

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	2800	2779	5222	5521	6238	5928	3148	2981	445	448	3481	3409
2	2667	2647	5226	5564	5776	5488	2970	2812	456	467	3985	3937

Tabla 1

Volúmenes origen-destino diarios promedio
Observados en los estudios origen-destino

ARCO 1	ARCO 2	ARCO 3	ARCO 4
26420	11790	14360	5680

Tabla 2
Volúmenes en arco diarios promedio

Con estos datos se pueden aplicar los modelos presentados en la sección 3, en la notación descrita en dicho capitulo, el vector $\hat{T}$ corresponde al renglón 2 en la tabla 1 y el vector $\hat{V}$ corresponde al renglón de la tabla 2. Falta par definir la matriz de asignación P, para lo cual se usará la matriz mostrada en la tabla 3. Esta matriz fue estimada a partir de los porcentajes que, del total de los volúmenes origen-destino observados desde o hacia el nodo 0, correspondieron a cada uno de los dos arcos que conectan a dicho nodo.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.85 & 0.85 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0.7 & 0.52 & 0.52 \\ 0 & 0 & 0.15 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 & 0.48 & 0.48 \end{bmatrix}$$

Tabla 3

Matriz de asignación observada

Como se explicó anteriormente, los cuatro renglones de esta matriz corresponden a cada uno de los arcos de la red y las 12 columnas corresponden a cada uno de los pares origen-destino. De esta manera, el volumen en cualquier arco i se obtendría como la sumatoria del producto de todos los volúmenes origen-destino j par el elemento P_{ij} de la matriz de asignación.

5.2 MODELO DE MINIMIZACIÓN DE LA SUMA DE DESVIACIONES AL CUADRADO

Para estimar los volúmenes origen-destino, primeramente se plantea el siguiente problema:

$$\begin{aligned} Min\ \ & \mathrm{a}_1 \left(\mathrm{T}_{NS} - 2667\right)^2 + \mathrm{a}_2 \left(\mathrm{T}_{NS} - 2647\right)^2 + \mathrm{a}_3 \left(\mathrm{T}_{OS} - 5226\right)^2 + \\ & \mathrm{a}_4 \left(\mathrm{T}_{OS} - 5564\right)^2 + \mathrm{a}_5 \left(\mathrm{T}_{QS} - 5776\right)^2 + \mathrm{a}_6 \left(\mathrm{T}_{QS} - 5488\right)^2 + \\ & \mathrm{a}_7 \left(\mathrm{T}_{QN} - 2970\right)^2 + \mathrm{a}_8 \left(\mathrm{T}_{QN} - 2812\right)^2 + \mathrm{a}_9 \left(\mathrm{T}_{NO} - 456\right)^2 + \\ & \mathrm{a}_{10} \left(\mathrm{T}_{NO} - 467\right)^2 + \mathrm{a}_{11} \left(\mathrm{T}_{QO} - 3985\right)^2 + \mathrm{a}_{12} \left(\mathrm{T}_{QO} - 3937\right)^2 + \\ & \mathrm{b}_1 \left(0.85 \left(2\ \mathrm{T}_{OS}\right) + 0.7 \left(2\ \mathrm{T}_{NO}\right) + 0.52 \left(2\ \mathrm{T}_{QO}\ - 14360\right)^2\right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s.\ \mathrm{a}\qquad & 2\ \mathrm{T}_{NS} + 2\ \mathrm{T}_{OS} + 2\ \mathrm{T}_{QS} = 26420 \\ & 2\ \mathrm{T}_{NS} + 2\ \mathrm{T}_{QN} + 2\ \mathrm{T}_{NO} = 11790 \\ & 0.15 \left(2\ \mathrm{T}_{OS}\right) + 0.3 \left(2\ \mathrm{T}_{NO}\right) + 0.48 \left(2\ \mathrm{T}_{QO}\right) = 5680 \\ & \mathrm{T}_{J} \geq \mathrm{O},\ \mathrm{J} = \mathrm{NS}, ..., \mathrm{QO} \end{aligned}$$

En esta formulación, se incluyeron como restricciones de igualdad, las ecuaciones que relacionan volúmenes origen-destino con volúmenes en arco obtenidos a partir de estaciones de aforo permanente, pues se supone que no existe diferencia entre estos volúmenes y sus correspondientes volúmenes observados. Por el contrario, el mismo tipo de ecuación para el arco 3 no se incluyó como restricción de igualdad, puesto que el valor obtenido para el volumen observado en dicho arco, esta sujeto a variaciones al no provenir de una estación de aforo permanente. También en esta formulación, se estimaron iguales valores para cada uno de los dos volúmenes origen-destino que resultan al intercambiar origen y destino, pues no existe ninguna razón para suponer que puedan resultar desequilibrios direccionales significativos al considerar los movimientos durante todo un año.

Se consideraron varias opciones al asignar los pesos relativos en esta formulación. Los resultados se obtuvieron utilizando el paquete de programación GINO en una computadora personal y se muestran en la tabla 4. En el primer renglón están los resultados obtenidos al no asignar ningún peso. En el segundo renglón, están los resultados obtenidos al utilizar como peso para cada a volumen origen-destino a estimar, el reciproco de su variancia, la cual se estimó con la variancia muestral calculada para cada uno de los volúmenes origen-destino, observados durante los estudios origen-destino. En el tercer renglón, están los resultados obtenidos al utilizar como peso para cada volumen origen-destino a estimar, el reciproco de su correspondiente volumen origen-destino observado. Esto último es equivalente a la estimación chi-cuadrado, mencionada en la sección 4 de este trabajo y como se explicó, tiene sentido si se supone que las variancias en los volúmenes origen-destino, son proporcionales a sus valores.

De acuerdo a los resultados obtenidos, en este ejemplo es significativo el empleo de pesos relativos en la estimación de volúmenes relativamente pequeños. También se observa que al utilizar como pesos relativos los recíprocos de volúmenes observados, no resultan diferencias significativas con respecto a los valores obtenidos al usar como pesos los recíprocos de las variancias muéstrales de volúmenes observados. Lo anterior es importante, dado que en ciertos casas puede no ser posible estimar variancias de volúmenes.

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	2430	2430	5390	5390	5390	5390	2900	2900	560	560	3880	3880
2	2630	2630	5260	5260	5320	5320	2810	2810	460	460	3990	3990
3	2540	2540	5300	5300	5370	5370	2890	2890	470	470	3970	3970

Tabla 4

Volúmenes origen-destino diarios promedio estimados usando el modelo de minimización de la suma de desviaciones al cuadrado

En este ejemplo, los volúmenes origen-destino observados, fueron ajustados mediante el empleo de factores de corrección par variación temporal. Estos factores de corrección, fueron obtenidos con estaciones de aforo permanente localizadas casi en el mismo lugar de las estaciones donde se realizaron los estudios origen-destino. En general, se tienen que utilizar factores de corrección tomados de estaciones de aforo permanente no tan relacionadas con las estaciones donde se realizan los estudios origen-destino. Para tratar de tener una idea del efecto de factores de corrección inadecuados, se resolvió el problema anterior, pero ahora con los volúmenes observados antes de aplicarles el factor de corrección. Estos volúmenes están en el renglón 1 de la tabla 1. Los resultados obtenidos al resolver el problema utilizando esta nueva variante son mostrados en la tabla 5. Se consideraron las mismas opciones de asignación de pesos relativos y los resultados para cada opción están presentados en el mismo orden.

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	2310	2310	5380	5380	5520	5520	2920	2920	560	660	3820	3820
2	2670	2670	5260	5260	5270	5270	2780	2780	450	450	3990	3990
3	2470	2470	5330	5330	5410	5410	2950	2950	480	480	3950	3950

Tabla 5

Volúmenes origen-destino diarios promedio estimados usando el modelo de minimización de la suma de desviaciones al cuadrado (volúmenes origen-destino observados sin corrección temporal)

Los resultados son bastante similares a los obtenidos anteriormente, par 10 que se deduce que el utilizar volúmenes en arcos al estimar volúmenes origen-destino, tiene un efecto similar al de aplicar factores de corrección temporal adecuado, de 10 cual resulta que es mejor no aplicar factores de corrección si estos son inapropiados. Sabré todo si la estimación de volúmenes origen-destino pudiera ser complementada con varias estimaciones de volúmenes en arco de base temporal y distribuidas en diferentes estaciones del año.

Finalmente, se consideró el caso en el que se pretende estimar volúmenes origen-destino, únicamente a partir de volúmenes en arco, es decir sin haber realizado estudios origen-destino. En este caso, la formulación adecuada sería similar a la segunda formulación propuesta en la sección 3. Esto se debe a que, siendo él numero de volúmenes origen-destino a estimar mayor que las ecuaciones de igualdad que relacionan estos volúmenes con los volúmenes en arco, existirá un numero muy grande de valores de volúmenes origen-destino que satisfagan las ecuaciones anteriores. Par esto se requiere tener alguna función objetivo que seleccione, de entre este número muy grande de posibles soluciones, una de ellas. El problema a resolver sería:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \left(2\ T_{NS} + 2\ T_{OS} + 2\ T_{QS} - 26420\right)^2 + \\
& \left(2\ T_{NS} + 2\ T_{QN} + 2\ T_{NO} - 11790\right)^2 + \\
& \left(0.85\ (2\ T_{OS}) + 0.7\ (2\ T_{NO}) + 0.52\ (2\ T_{QO}) - 14360\right)^2 + \\
& 0.15\ (2\ T_{OS}) + 0.3\ (2\ T_{NO}) + 0.48\ (2\ T_{QO}) - 5680)^2 \\
s.\ a \quad & T_j \geq 0, \quad j = NS, \ldots, QO
\end{aligned}
$$

No se consideró en este caso el empleo de pesos relativos. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	4870	4870	4980	4980	4160	4160	0	0	1820	1820	3220	3220

Tabla 6
Volúmenes origen-destino diarios promedio estimados usando el modelo de minimización de la suma de desviaciones al cuadrado (estimación hecha únicamente con volúmenes en arco

Como puede observarse, los resultados obtenidos en este caso son bastante malos y el empleo de pesos relativos no ayudaría gran cosa a mejorarlos. Par lo anterior se puede considerar que al estimar volúmenes origen-destino con el tipo de modelos propuestos, es mejor hacer alguna estimación preliminar de la mayoría de los volúmenes origen-destino, aún cuando no todas estas estimaciones sean igualmente confiables.

5.2 MODELO DE MINIMIZACIÓN DE LA SUMA DE DESVIACIONES ABSOLUTAS

En este caso, la formulación tendría las mismas restricciones que en el caso anterior y la función objetivo sería:

$$
\begin{aligned}
Min\ \ & a_1 \left|T_{NS} - 2667\right| + a_2 \left|T_{NS} - 2647\right| + a_3 \left|T_{OS} - 5226\right| + \\
& a_4 \left|T_{OS} - 5564\right| + a_5 \left|T_{QS} - 5776\right| + a_6 \left|T_{QS} - 5488\right| + \\
& a_7 \left|T_{QN} - 2970\right| + a_8 \left|T_{QN} - 2812\right| + a_9 \left|T_{NO} - 456\right| + \\
& a_{10} \left|T_{NO} - 467\right| + a_{11} \left|T_{QO} - 3985\right| + a_{12} \left|T_{QO} - 3937\right| + \\
& b_1 \left|0.85 \left(2\ T_{OS}\right) + 0.7 \left(2\ T_{NO}\right) + 0.52 \left(2\ T_{QO}\right) - 14360\right|
\end{aligned}
$$

Después de haberse transformado este problema al formato de programación lineal, tal como se describió en la sección 3, se resuelve utilizando el paquete de programación lineal LINDO. Se aplican las mismas tres opciones de asignación de pesos relativos y los resultados se presentan en el mismo orden en la tabla 7.

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	2620	2620	5250	5350	5350	5350	2810	2810	470	470	3990	3990
2	2670	2670	5230	5320	5320	5320	2770	2770	460	460	4000	4000
3	2630	2630	5230	5360	5360	5360	2810	2810	460	460	4000	4000

Tabla 7

Volúmenes origen-destino diarios promedio estimados el
Modelo de minimización de la suma de desviaciones absolutas

En este caso se observa que los resultados son muy similares a los obtenidos con el modelo de minimización de la suma de desviaciones al cuadrado; también, que los resultados obtenidos, son menos sensibles al cambia en los pesos relativos utilizados.

5.3 MODELO DE MINIMIZACIÓN DE LA MÁXIMA DESVIACIÓN ABSOLUTA

En este caso continuamos con las mismas restricciones y la función objetivo:

$$
\begin{aligned}
Min\ \mathrm{Max}\ \{ & a_1 |T_{NS} - 2667|' \quad a_2 |T_{NS} - 2647|' \ a_3 |T_{OS} - 5226| \\
& a_4 |T_{OS} - 5564|' \quad a_5 |T_{QS} - 5776|' \ a_6 |T_{QS} - 5488|' \\
& a_7 |T_{QN} - 2970|' \quad a_8 |T_{QN} - 2812|' \ a_9 |T_{NO} - 456|' \\
& a_{10} |T_{NO} - 467|' \quad a_{11} |T_{QO} - 3985|' \ a_{12} |T_{QO} - 3937|' \\
& b_1 | 0.85\ (2\ T_{OS})' + 0.7\ (2\ T_{NO}) + 0.52\ (2\ T_{QO}) - 14360| \ \}
\end{aligned}
$$

A esta formulación convertida al formato de programación lineal, se le aplicaron las mismas tres opciones de pesos relativos. Los resultados se presentan en la tabla 8, en el mismo orden utilizado anteriormente.

Observando los resultados, se puede apreciar que con exepci6n del caso en el que no se asignaron pesos relativos, los resultados son muy similares a los obtenidos anteriormente.

O/D	NS	SN	OS	SO	QS	SQ	QN	NQ	NO	ON	QO	OQ
1	2380	2380	5350	5350	5490	5490	2770	2770	750	750	3780	3780
2	2720	2720	5290	5290	5200	5200	2710	2710	460	460	3980	3980
3	2520	2520	5250	5250	5450	5450	2900	2900	480	480	3980	3980

Tabla 8

Volúmenes origen-destino diarios promedio estimados usando
El modelo de minimización de la máxima desviación absoluta

6. SIMULACION

En esta sección se aplica el método propuesto en una red ficticia, la cual es mostrada en la figura 3. Esta red consta de seis arcos, cinco nodos y 20 pares origen-destino. Se considera que los viajes diarios entre cada par origen-destino, siguen una distribución normal, lo cual es adecuado cuando el número de viajes no es pequeño. Se supone también que la información es captada mediante una serie de estudios origen-destino y aforos de tránsito.

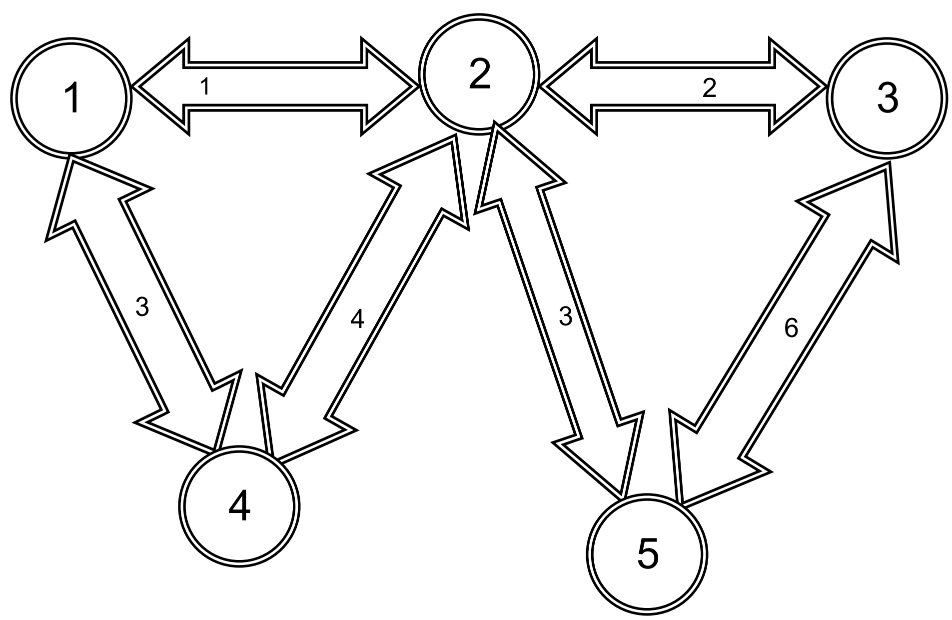

Figura3

Diagrama de la red utilizada en la simulación

Los estudios origen-destino, se realizan durante cuatro días en cada uno de los cuatro arcos que comunican al nodo dos. Los aforos se realizan en todos los arcos de la red y se utilizan dos opciones; en la primera se realizan aforos durante siete días y en la segunda de manera permanente. De esta manera, cada vez que se simula la obtención de datos se pueden tener tres estimadores de los volúmenes origen-destino. El primer estimador se obtiene considerando únicamente los volúmenes origen-destino. El segundo estimador se obtiene considerando tanto los volúmenes origen-destino, como los aforos semanales. Finalmente, el tercer estimador se obtiene considerando volúmenes origen-destino y aforos permanentes. Este proceso se repite en múltiples ocasiones y se analizan los resultados obtenidos con los tres estimadores. Como no se consideran variaciones temporales en los volúmenes diarios, el promedio de todos los valores obtenidos para cada uno de los tres estimadores al repetir el proceso un número grande de veces, es prácticamente igual a la media supuesta para cada volumen origen-destino. En este caso, se escogió un número de repeticiones, igual a 300 y se observó que utilizando este número de repeticiones, la diferencia entre la media supuesta y el promedio obtenido fue bastante menor del uno porciento del primer valor. Para realizar las estimaciones se minimizó la suma de las desviaciones al cuadrado.

La finalidad de este ejercicio de simulación, es estudiar la variación que presentan los resultados obtenidos en cada repetición par los diferentes estimadores. Para este fin, se calculó la variancia de los 300 resultados obtenidos para cada estimador y se definió la variancia muestral promedio, como la suma de las variancias de cada volumen estimado para cada estimador, entre el numero de volúmenes estimados. En la tabla 9, se presentan los resultados obtenidos suponiendo que todos los volúmenes origen destino tienen la misma media y desviación estándar. En este caso la media se supuso igual a 2000. Cada uno de los tres renglones representan a un estimador y en cada columna se ensayaron diferentes valores de la desviación estándar. Estos valores fueron de 100, 200 Y 300 respectivamente. Siendo el coeficiente de variación la relación entre la desviación estándar y la media, equivale a coeficientes de variación del 5, 10 y 15% respectivamente. Los resultados están expresados en porcentajes relativos a la variancia muestral promedio obtenida con el primer estimador, esto es, considerando únicamente datos de estudios origen-destino.

	Coeficiente de variación		
	0.05	0.10	0.15
Est. 1	100	100	100
Est. 2	82.4	83.5	83.4
Est. 3	60.2	61.5	60.9

Tabla 9

Variación relativa
Resultados de la simulación con media = 2000

Con los resultados obtenidos, se puede observar que no hubo diferencia significativa al cambiar el coeficiente de variación y que la variabilidad disminuye notablemente al utilizar volúmenes en arco mas precisos.

También se realizaron diferentes simulaciones con valores de la media entre 1000 y 5000 Y diferentes coeficientes de variación. Los resultados obtenidos, fueron bastante similares a los presentados anteriormente, par 10 que no son presentados. Posteriormente, se hicieron algunas corridas seleccionando los valores de los volúmenes origen-destino aleatoriamente en el rango de 1000 a 5000. Como era de esperarse hay mayores variaciones en los resultados obtenidos, sin embargo se pudo observar que el promedio de dichos valores es similar a los resultados mostrados en la tabla 9.

Como conclusión de esta sección, podemos decir que para la red presentada, se obtuvieron disminuciones significativas en la variabilidad de los estimadores, utilizando la combinación de volúmenes origen-destino y volúmenes en arco.

Esta variabilidad disminuyó notablemente al uti1izar los aforos permanentes simulados, lo cual puede llevar a concluir, que aunque no sea posible tener estos aforos permanentes, es conveniente tener aforos de base semanal medidos varias veces en el año. Par otra parte, aunque no se simularon variaciones tempora1es, el incluir éstas tendría el efecto de hacer más significativas las disminuciones en la variabilidad observadas.

7. CONCLUSIONES

El empleo de la información proporcionada par los aforos de tránsito, conjuntamente con estimaciones directas de volúmenes origen-destino, ayuda a obtener una mejor estimación de estos. Las ventajas obtenidas son que par una parte, se disminuye el sesgo ocasionado por las variaciones temporales del tránsito y por otra, se obtienen estimadores sujetos a una menor variación en los valores que pueden tomar. De esta manera los estimadores obtenidos son más confiables. Es recomendable utilizar este tipo de métodos, puesto que los aforos de tránsito son llevados a cabo sistemáticamente en bastantes puntas de la red de carreteras y par otro lado, son relativamente sencillos de realizar cuando no se cuenta con ellos. El empleo de las técnicas propuestas, implica el contar con ciertos paquetes de programación matemática, los cuales pueden obtenerse también con relativa facilidad. Se han propuesto diferentes maneras de realizar la estimación de matrices origen-destino utilizando programación matemática y se observó que se obtienen resultados similares con todas ellas, por lo que la selección de una forma determinada, puede ser realizada tomando en consideración el tamaño del problema y la disponibilidad de paquetes computacionales.

REFERENCIAS

E. Cascetta (1984), Estimation of Trip Matrices from Traffic Counts and Survey Data: A Generalized Least Squares Estimator, Transportation Research-B, Vol. 18B, No.4.

E. Cascetta y S. Nguyen (1988), A Unified Framework for Estimating or Updating Origin/Destination Matrices from Traffic Counts, Transportation Research-B, Vol. 22B, No.6.

I. Geva, E. Hauer y U. Landau (1983), Maximum-Likelihood and Bayesian Methods for the Estimation of Origin-Destination Flows, Transportation Research Record 944, Transportation Research Board.

C. Hendrickson y S. McNeil (1984), Estimation of Origin-Destination Matrices with Constrained Regression, Transportation Research Record 976, Transportation Research Board.

F. Hillier y G. Lieberman (1982), Introducción a la Investigación de Operaciones, Editorial Mc Graw-Hill, Mexico, D.F.

Secretaría de Comunicaciones y Transportes-Sogelerg (1988), programación Sectorial del Transporte. Esquemas Directores Subsectoriales, Subsector Carretero, Anexos Técnicos. México, D.F.

Y. Sheffi (1985), Urban Transportation Networks. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

CIUDAD DE MEXICO

Av. Patriotismo 683
Col. Mixcoac
03730, México, D. F.
Tel (55) 56 15 35 75
55 98 52 18
Fax (55) 55 98 64 57

SANFANDILA

Km. 12+000, Carretera
Querétaro-Galindo
76700, Sanfandila, Qro.
Tel (442) 2 16 97 77
2 16 96 46
Fax (442) 2 16 96 71

Internet: http://www.imt.mx
publicaciones@imt.mx