**ISSN 0188-7297** 





# CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL OLEAJE EN TANQUES

José Antonio Romero Navarrete Oswualdo Ramírez Cano Jesús Mateo Fortanell Romero Robert Hildebrand Miguel Martínez Madrid

Publicación Técnica No. 219 Sanfandila, Qro, 2003

# SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE

# Caracterización experimental del oleaje en tanques

Publicación Técnica No. 219 Sanfandila, Qro, 2003 El presente estudio se ubica en el contexto de un conjunto de investigaciones llevadas a cabo en la Coordinación de Equipamiento, las cuales tienen como objetivo analizar la seguridad carretera de los vehículos tipo autotanque.

En el desarrollo experimental de esta investigación se contó con el apoyo de José Ricardo Hernández Jiménez, David Vázquez Vega, Guadalupe Lomelí y Manuel de Jesús Fabela. En cuanto a la redacción se consideraron los comentarios de Alejandro Lozano Guzmán, Manuel de Jesús Fabela y David Vázquez Vega.

El documento fue revisado por el Dr. Miguel Martínez Madrid, coordinador de equipamiento para el transporte.

Resumen		IX
Abstract		XI
Resumen ejecutivo		XIII
Definicion	es	XV
Capítulo1.	Introducción	1
1.1	Frecuencias naturales de oscilación del fluido	1
1.2	Variación de la posición del centro de gravedad de la masa del líquido	2
1.3	Incidencia de accidentes de los autotanques	8
1.4	Objetivos y alcances	10
Capitulo 2	. Revisión de la literatura	13
2.1	Aproximaciones experimentales	13
2.2	Análisis comparativo de los esquemas experimentales	20
Capitulo 3	. Equipo de prueba e instrumentación	23
3.1	Definición del principio experimental a ser empleado	23
3.2	Diseño conceptual del equipo	23
3.3	Descripción del equipo resultante	27
3.4	Método de prueba	30
3.5	Matriz de pruebas	31
Capitulo 4	. Resultados experimentales	33
4.1	Recipiente cilíndrico	33
4.2	Recipiente elíptico	43
4.3	Recipiente genérico	51
4.4	Análisis comparativo de las fuerzas de oleaje	60
4.5	Resultados para el 98% de llenado	61
4.6	Discusión	65
Capítulo 5	. Aproximación teórica para las frecuencias naturales	67
5.1	Descripción de la metodología de las ondas gravitacionales	67
5.2	Aplicaciones	70
5.3	Validación	75
5.4	Discusión	78

# Capítulo 6. Conclusiones

# Referencias

83

79

Se presenta una aproximación experimental al estudio del oleaje en tanques, la cual tuvo por objeto determinar como una función de la forma del tanque, tanto las frecuencias de oscilación libre de los líquidos contenidos como las fuerzas de oleaje desarrolladas. Complementariamente a este enfoque experimental se propone una aproximación teórica para determinación de las frecuencias naturales de oscilación, cuyos resultados correlacionaron satisfactoriamente con los resultados experimentales.

La instalación experimental consistió en un excitador electroneumático armónico, que trabajando en posición horizontal impulsó un soporte móvil del tanque ensayado. El soporte se desplazó sobre tres rodamientos a lo largo de guías de aluminio. Aparte de transductores para la verificación de la frecuencia de excitación, la instrumentación consistió de un transductor de fuerza, instalado en serie entre el excitador y el soporte móvil del tanque.

El procedimiento de prueba fue medir las fuerzas residuales, posteriores a un estado de excitación permanente. El diseño experimental fue multifactorial, incluyendo tres formas de secciones transversales para los tanques (cilíndrico, elíptico y genérico (triangular redondeado)), siete niveles de llenado y diversas frecuencias de excitación.

Los resultados mostraron una alta repetibilidad respecto a las frecuencias naturales de la oscilación del fluido, con desviaciones estándar relativas menores al 2%. El recipiente que mayor sensibilidad mostró al nivel de llenado fue el denominado genérico, el cual también exhibió frecuencias de oscilación ligeramente más grandes, con una máxima frecuencia de 20% mayor a la máxima del tanque elíptico. El que generó mayor fuerza en promedio fue el elíptico, seguido del genérico y el cilíndrico. La fuerza promedio de oleaje en el recipiente elíptico fue un 23% mayor que la del recipiente cilíndrico, y un 10% mayor que la del genérico. A altos niveles de llenado (98%), el recipiente elíptico presentó las menores fuerzas, seguido del genérico y del cilíndrico.

An experimental approach is presented for the study of the sloshing of liquids within tanks, aimed to determine, as a function of tank cross section shape and fill level, the sloshing natural frequencies and forces. In addition to the experimental approach, a theoretical approach is proposed and validated, for the determination of sloshing frequencies. The experimental setup consisted of an electromechanical shaker, that working horizontally moved a mobile support for the tested scale tank. Such mobile support of the scale tank moved on aluminum guides, throughout three rolling bearings. Besides a displacement transducer for the verification of the excitation frequency, instrumentation included a force transducer, which was mounted in series between the shaker and the mobile support. The testing procedure consisted in measuring the residual forces, just after stopping the shaking inputs once some excitations were applied. A multi-factorial design was considered, including three tank cross shape (cylindrical, elliptical and generic (rounded triangle)), seven fill levels and different excitation frequencies. Results showed a high repeatability of the values obtained for the natural frequencies of the fluid within the tank, with relative standard deviations lower than 2 percent. The tank shape that higher sensitivity revealed to the filling level was the denominated generic, which also exhibited higher natural sloshing frequencies, having a maximum natural frequency 20 percent higher than the elliptical shape. The tank shape that exhibited the maximum sloshing forces was the elliptical one, followed by the generic and cylindrical. The average sloshing force in the elliptical tank was 23 percent higher than that linked to the cylindrical, and 10 percent higher than that of the so-called generic. For high fill levels (98 %), the elliptical tank exhibited the minimum forces, followed by the generic and then the cylindrical.

El transporte carretero de líquidos presenta características particulares, las cuales se derivan del movimiento de los fluidos transportados y del efecto que éste ejerce sobre la estabilidad lateral y direccional de los vehículos. Aunque es una práctica común de las empresas transportistas evitar usar sus vehículos a niveles parciales de llenado, minimizando con ello el potencial oleaje del fluido y sus efectos, existen numerosas aplicaciones de transporte en las que circular a niveles parciales de llenado resulta inevitable (repartos y recolecciones de leche y de algunos combustibles).

Por otro lado, numerosos artefactos se han ideado para minimizar el oleaje de tales fluidos; son básicamente elementos tipo caparazón (rompeolas), mismos que, inmersos en los toneles de los autotanques, impiden el movimiento de los líquidos. Asimismo, investigaciones recientes sobre el oleaje en tanques y la estabilidad de los vehículos han producido diversos esquemas de optimización de la separación de los rompeolas, incluyendo una forma alterna para la sección transversal de los toneles (triangular redondeada), cuyas bondades todavía requieren ser validadas experimentalmente.

Se presenta una aproximación experimental al estudio del oleaje en tanques, la cual tuvo por objeto determinar como una función de la forma de la sección transversal del tanque y del nivel de llenado, tanto las frecuencias de oscilación libre de los líquidos contenidos, como las fuerzas de oleaje desarrolladas. Complementariamente a este enfoque experimental, se propone una aproximación teórica para la determinación de las frecuencias naturales de oscilación, cuyos resultados correlacionaron satisfactoriamente con los experimentales. La instalación experimental consistió en un excitador electroneumático armónico, que trabajando en posición horizontal impulsó un soporte móvil con el tanque ensayado. El soporte se desplazó sobre tres rodamientos a lo largo de guías de aluminio. Aparte de transductores para verificar la frecuencia de excitación, la instrumentación se complemento con un transductor de fuerza, instalado en serie entre el excitador y el soporte móvil del tanque.

El procedimiento de prueba consistió en medir las fuerzas residuales, desarrolladas posteriormente a un estado de excitación permanente (10 ciclos). El diseño experimental fue multifactorial, incluyendo tres formas de tanque (cilíndrico, elíptico y genérico (triangular redondeado)), siete niveles de llenado y diversas frecuencias de excitación. Para cada condición de prueba se estimaron tres réplicas de prueba.

Los resultados presentaron una alta repetibilidad respecto a las frecuencias naturales de la oscilación del fluido, con desviaciones estándar relativas (referidas

al valor promedio), menores al 2%. La variación de las frecuencias naturales como una función del nivel de llenado fue una función de la forma de tanque considerada, siendo el de forma genérica el que mayor variación mostró. Esta misma forma de tanque fue la que exhibió las mayores frecuencias naturales, con una frecuencia natural máxima que resultó un 20% mayor que la del tanque elíptico, que fue el que menores frecuencias naturales presentó.

El recipiente que generó la mayor fuerza promedio de oleaje fue el elíptico, seguido del genérico y el cilíndrico. De esta forma, la fuerza promedio de oleaje en el elíptico fue un 23% mayor que la del cilíndrico, y un 10% mayor que la del genérico. Por lo que se refiere a la prueba a altos niveles de llenado (98%), el recipiente elíptico presentó las menores fuerzas, seguido del genérico y del cilíndrico.

Para facilitar la comprensión de este texto, a continuación se definen en orden alfabético algunos términos empleados de manera reiterada.

Acelerómetro – Instrumento que mide la aceleración o fuerza gravitacional capaz de provocar aceleración.

Amplitud de oscilación – Máximo valor absoluto generado por la alteración de una onda, o por cualquier cantidad que varíe periódicamente.

Centro de rotación de la masa suspendida – El punto en el plano vertical transversal de un vehículo, a través del cual una fuerza aplicada al mismo no producirá oscilación de la suspensión; se asume como el centro de rotación de las masas montadas sobre las suspensiones del transporte.

Diseño multifactorial – Técnica de diseño de experimentos en la que diferentes factores son considerados de manera independiente para el análisis de su efecto, sobre un fenómeno dado. Estos factores tienen por lo general diferentes niveles, y los experimentos tienen réplicas.

Frecuencia natural – Es la frecuencia a la cual un sistema oscila en ausencia de fuerzas externas. También llamada frecuencia de oscilación libre.

Masa no suspendida *(unsprung mass)* – Es la integración de las masas de los ejes, llantas y suspensiones como una sola, que no está siendo cargada por la suspensión del vehículo.

Masa suspendida *(sprung mass)* – Es la masa del vehículo considerada, que descansa sobre las muelles.

Onda – Perturbación la cual se propaga de un punto a otro en un medio, sin provocar en el medio un desplazamiento permanente.

Resonancia – Fenómeno presentado por un sistema físico que es excitado por una fuerza motriz periódica externa, en el cual la amplitud de oscilación resultante en el sistema llega a ser grande en el momento en que la frecuencia de la fuerza motriz se acerca a la frecuencia de oscilación libre o natural del sistema.

En relación con el transporte de sustancias líquidas, el término oleaje se ha definido como el movimiento periódico de la superficie libre de un líquido en un contenedor, o tanque parcialmente lleno (Abramson, 1966). En inglés se denomina *slosh*, o *liquid load movement*. Tal movimiento de la carga, característico de los líquidos transportados en toneles parcialmente cargados, influye de diversas maneras, la mayoría de las cuales están ligadas con la seguridad vial. De esa manera, los movimientos que el fluido sufre en el interior del tanque, producto de las maniobras de cambio direccional o frenado, representan fuerzas ejercidas sobre el vehículo, las cuales afectan su estabilidad lateral y eficiencia de frenado (Rakheja, et al, 1992; Aquaro, et al, 1999; Romero, et al, 2002).

Aparte del transporte carretero, las investigaciones del oleaje en tanques parcialmente cargados se han dado en ambientes ligados tanto al transporte aeroespacial como al ferroviario y al marítimo (Abramson, 1969; Sankar, et al, 1992). Mientras que en el caso de los vehículos espaciales, el oleaje de los combustibles líquidos causaba inestabilidades en los sistemas de dirección de los cohetes (Abramson, 1966); en los modos de transporte carretero y ferroviario el efecto del oleaje tiene que ver con la tendencia a la volcadura de los vehículos.

A pesar de numerosas investigaciones a nivel mundial respecto a la interacción entre una carga líquida y los vehículos que la transportan, se identifica la necesidad de ensayar formas alternas de secciones transversales de recipientes, las cuales podrían representar ventajas desde el punto de vista de la estabilidad, pero que no han sido ensayadas hasta la fecha.

A continuación se describen algunos aspectos de la interacción del fluido contenido y los camiones que lo transportan, para dar paso a la descripción de los objetivos y alcances del presente trabajo.

# 1.1 Frecuencias naturales de oscilación del fluido contenido

Se revisan algunos aspectos cualitativos de las ondas superficiales en las superficies de líquidos contenidos, en la perspectiva de la respuesta libre en oscilación lateral de los autotanques.

# Efecto del nivel de llenado

Para secciones transversales de tanques de forma no rectangular, el nivel de llenado define la longitud que pueden viajar las ondas en las superficies de los líquidos, antes de reflejarse en el otro lado del recipiente, de la manera como se muestra en la fig 1, en la cual una onda generada en el extremo derecho del recipiente se propagará hacia la izquierda, llegará a la pared izquierda del recipiente y se reflejará hasta la posición original. Asumiendo que de alguna manera sea constante la velocidad, *v*, de propagación de la onda, el tiempo que le llevará a esta perturbación viajar de un lado a otro del tanque, regresando a la posición inicial, será función de la longitud, *L*. En el caso del recipiente oval mostrado, esta longitud es una función de la altura de llenado, *h*. El tiempo que le lleve a una onda superficial realizar un ciclo completo de oscilación, representa un periodo de oscilación.

# Frecuencia natural de oscilación lateral del vehículo

Con objeto de evitar una situación de resonancia entre la oscilación del líquido transportado y la respuesta en oscilación libre del vehículo, que pudiera manifestarse por grandes amplitudes de oscilación del fluido, así como por fuerzas considerables de oleaje, el periodo de oscilación de la onda en el líquido no debería coincidir con el periodo de vibración natural de la oscilación lateral del camión,  $f_0$ . Esto es, el transporte representa un sistema con características naturales de oscilación lateral (fig 2), cuyos valores son una función de las características dimensionales, de rigidez y de masa de los componentes del vehículo (llantas, chasis, suspensiones).

De esta manera, resulta crucial en el contexto de la seguridad vial, analizar el oleaje en tanques parcialmente llenos desde el punto de vista de las  $f_0$ , sobretodo en la perspectiva de la dependencia que guarda la frecuencia de oscilación del fluido con las características geométricas y de llenado del tanque empleado. Una situación de resonancia entre la vibración del fluido y del vehículo afectaría definitivamente la estabilidad lateral.

# 1.2 Variación de la posición del centro de gravedad de la masa del líquido

Otros efectos del nivel de llenado y forma de los toneles sobre la seguridad carretera se refieren a la tendencia a la volcadura de los autotanques, y se asocian a las posiciones tanto vertical como transversal, del centro de gravedad del fluido en el interior de los toneles.

Mientras que la posición vertical del centro de gravedad del líquido contenido en un autotanque se define fundamentalmente de manera estática (en el momento de llenar el contenedor), la posición transversal del centro de gravedad de la masa del líquido transportado depende de corrimientos dinámicos sufridos por el líquido durante las maniobras direccionales.



Fig 1. Cinemática de la onda en la superficie del líquido



Fig 2. Oscilación lateral de un autotanque

# Posición vertical del centro de masa del líquido

El nivel de llenado de los toneles de los autotanques define la posición vertical del centro de masa de la carga transportada, con lo que dicho nivel afecta de manera directa la estabilidad lateral del vehículo. Como se muestra en la fig 3, la altura del centro de gravedad de la masa del líquido es menor en el caso de un recipiente llenado parcialmente. En consecuencia, el brazo de palanca para girar el vehículo durante las maniobras, es menor en el caso de un recipiente parcialmente lleno,  $h_1$ , que en el de un recipiente con nivel de llenado mayor o completo,  $h_2$ .

La aparente ventaja de un recipiente parcialmente lleno por cuanto a la reducida altura de su centro de gravedad, se ve eclipsada por el efecto dinámico del oleaje del fluido, el cual se presenta sólo en el caso de tener niveles parciales de llenado del recipiente o contenedor.

#### Posición lateral del centro de masa del líquido

Otro de los efectos del movimiento del fluido en el interior de los toneles llenados parcialmente, se refiere al desplazamiento lateral del centro de gravedad de la masa del líquido, producto de las aceleraciones laterales aplicadas. La fig 4 ilustra diferentes posiciones laterales del centro de gravedad del líquido. Tales corrimientos oscilantes han sido descritos por algunos autores como movimientos de un péndulo (Aquaro, et al, 1999).

El corrimiento lateral del centro de gravedad del líquido transportado tiene efectos sobre la estabilidad lateral debido a que la masa del fluido, desplazada de su posición de equilibrio a lo largo del eje de simetría vertical del tanque, representa un momento desequilibrante aplicado al vehículo. Esta situación se ilustra esquemáticamente en la fig 5, la cual muestra el momento  $m_F g \ l_d$ , mismo que tiende a volcar el vehículo, superponiéndose a las fuerzas de inercia que propenden a la volcadura durante una maniobra direccional.

En la fig 5 se observa el centro de oscilación,  $c_o$ , de las masas de los transportes, alrededor del cual se asume el movimiento oscilatorio lateral de las masas suspendidas de los vehículos.



Fig 3. Posición de la altura del centro de gravedad del tonel como una función del nivel de llenado, (a) parcialmente lleno; (b) totalmente lleno



Fig 4. Posición lateral del centro de gravedad del líquido transportado durante la oscilación de la masa del líquido transportado



Fig 5. Momento desequilibrante ( $m_F g I_d$ ) provocado por la oscilación del líquido en el interior del tanque

Los fenómenos descritos del efecto del movimiento del fluido en el interior de los toneles, que incluyen tanto la posibilidad de un acoplamiento dinámico de las características de vibración de los fluidos y de los vehículos, así como variaciones en las posiciones laterales y verticales de las masas de los líquidos, han sido correlacionados con los percances de los autotanques. A continuación se presenta un análisis de dichos eventos, basado en un estudio efectuado en los Estados Unidos (Ervin, et al, 1985).

# **1.3** Incidencia de accidentes de los autotanques

Del estudio estadístico de percances carreteros en vehículos, se ha encontrado que los autotanques, cargados parcial o totalmente, tienden a sufrir volcaduras. De estudios en Estados Unidos, se encontró que este tipo de percances se presentó en 22 de 30 accidentes reportados (73%), mientras que para otros tipos de vehículos, la relación de volcaduras fue menor, 47 de 87 accidentes (54%) (Ervin, et al, 1985). Aunque las cifras son de 1985, se considera que tales tendencias son vigentes, dada la inexistencia de alternativas tecnológicas para el diseño de los autotanques. Las estadísticas también reportaron la mayor probabilidad de ocurrencia de accidentes en el caso de tanques parcialmente cargados durante la operación en segmentos curvos del camino. Esos mismos datos, de la década de los ochenta, señalan que sólo un 4% de los accidentes de autotanques estaría ligado directamente al oleaje de los líquidos en el interior de los toneles. Sin embargo, se reconoce que tales accidentes representan un alto costo en personas heridas y daños materiales.

Las condiciones para que los vehículos circulen a niveles parciales de llenado se derivan de cuestiones normativas y operacionales. Acerca de las cuestiones normativas, las condiciones de llenado parcial se asocian al cumplimiento de los límites de peso de los vehículos. De esta manera, los transportistas pueden requerir usar niveles parciales de llenado en caso de que un mismo tonel se emplee para sustancias de distinta densidad. Abundando en los aspectos normativos, las disposiciones de cargas sobre puentes representan restricciones de peso adicionales a las de los pesos sobre pavimentos.

En cuanto a las razones operacionales para tener niveles parciales de llenado en los toneles de los autotanques, se sabe que algunos vehículos recolectan o entregan productos durante su itinerario, por lo que necesariamente sus contenedores viajan a niveles parciales de llenado. Este es el caso de los camiones "lecheros", los cuales circulan por las zonas agrícolas para recolectar las entregas de leche. También es el caso del abasto de combustibles en zonas rurales.

La peligrosidad del transporte a niveles parciales de llenado se agrava en el caso de materiales alimenticios debido a que por razones sanitarias, tales autotanques están desprovistos de cualesquiera dispositivos antioleaje (rompeolas). Para minimizar estos efectos, los fabricantes de autotanques para leche han optado por

emplear toneles de varios compartimentos. Otros usos en los que se presentan niveles parciales de llenado, corresponden al acarreo de aceites industriales o comestibles, y de fertilizantes líquidos (Ervin, et al, 1985).

De esta manera, las características y elementos que participan en la interacción entre el vehículo y la carga líquida transportada, se asocian tanto a la carga como al vehículo. Entre otros, se podrían incluir los siguientes:

- Nivel de llenado del tonel del vehículo
- Posición vertical del centro de gravedad del tonel
- Nivel de excitación aplicada por el vehículo sobre el fluido transportado
- Frecuencia natural de oscilación del fluido en el interior del tanque
- Forma del tonel
- Características de respuesta dinámica del vehículo empleado

De acuerdo con lo planteado hasta ahora, el transporte carretero de líquidos representa un caso especializado de estudio, con su particular problemática de análisis. En esta perspectiva, y concordante con la problemática asociada al transporte de líquidos a niveles parciales de llenado, diferentes variantes de diseño de los toneles de los autotanques han sido propuestas.

Los esquemas y conceptos de diseño de los toneles, tendientes a mejorar la seguridad del transporte de sustancias líquidas, han tomado en cuenta la reducción del oleaje, empleando para ello elementos tipo rompeolas, colocados tanto transversal como longitudinalmente. Por otra parte, formas alternas para las secciones transversales se han propuesto, con objeto de reducir la altura de los centros de gravedad de los toneles de los autotanques. En particular, la fig 6 ilustra una forma alterna para los tanques, propuesta por investigadores de la Universidad de Concordia (Canadá) (Kang, 2000).

De lo tratado hasta ahora, se puede identificar la necesidad de efectuar investigaciones tendientes a mejorar el estado de conocimiento acerca del comportamiento de formas alternas de tanques, las cuales no han sido reportadas en la literatura. Asimismo, se considera necesario contar con alguna fuente para predecir el comportamiento dinámico de los fluidos en el interior de los toneles que los transportan.



Fig 6. Forma genérica de tanque (Kang, 2000)

# 1.4 Objetivos y alcances

Es el propósito de este trabajo presentar un modelado experimental de la oscilación libre lateral de un fluido en un recipiente, estableciendo el potencial efecto del nivel de llenado y forma de la sección del tanque, sobre el valor de la frecuencia natural de oscilación, y sobre la fuerza de oleaje desarrollada.

En el Cap 2, se describe una revisión de la literatura en relación con el estudio experimental del oleaje en tanques. Esta revisión comprende una descripción de los diferentes elementos empleados en las investigaciones reportadas, atendiendo los medios de excitación de los tanques, y las instrumentaciones usadas.

En el Cap 3 se presenta el desarrollo del proceso de diseño del equipo empleado en esta investigación, incluyendo una descripción del diseño conceptual resultante y de la instrumentación empleada.

El Cap 4 contiene los resultados experimentales, agrupados considerando la forma de tanque: cilíndrico, elíptico y genérico. Estos resultados incluyen los espectros de amplitudes de las fuerzas desarrolladas como una función de la frecuencia de

perturbación, lo cual permite definir tanto las fuerzas encontradas como las frecuencias naturales de oscilación de los líquidos en el interior de los tanques.

El Cap 5 describe una aproximación teórica para predecir las frecuencias naturales de oscilación de los líquidos en el interior de los tanques, la cual se basa en el comportamiento de las ondas gravitacionales. La velocidad de propagación de estas ondas es función del valor de la gravedad, mientras que la forma del tanque define la frecuencia de oscilación de los líquidos. Los resultados experimentales son comparados con los valores teóricos.

El Cap 6 incluye las conclusiones que se desprenden del presente trabajo, planteando algunas recomendaciones en cuanto a trabajos futuros.

Se presenta una revisión de la literatura, referente a aproximaciones experimentales reportadas para el estudio del oleaje de líquidos en tanques. Estas aproximaciones han tenido distintos ámbitos de aplicación, que van desde la estabilidad de cohetes espaciales, hasta vehículos carreteros.

# 2.1 Aproximaciones experimentales

En el campo del transporte aeroespacial, se desarrollaron en las décadas de los 50 y 60 numerosos estudios del oleaje en tanques, financiados por la Agencia Aeroespacial de los Estados Unidos (*National Aeronautical and Space Administration*, NASA); por su parte, en el ámbito del transporte carretero, diferentes instituciones en el mundo han reportado estudios experimentales. La diferencia de enfoques entre los vehículos espaciales y carreteros, estriba fundamentalmente en la forma de los tanques, y en las frecuencias y direcciones de excitación. Mientras que en el caso del transporte carretero, las principales excitaciones se dan sobre el plano de la carretera tanto lateral como longitudinalmente con respecto al vehículo, en el caso del transporte aeroespacial son en las tres dimensiones.

# 2.1.1 Vehículos carreteros

Respecto a los autotransportes de líquidos, los desarrollos experimentales han planteado como objetivo caracterizar los efectos del oleaje de los líquidos transportados en la estabilidad direccional de los autotanques. Las distintas investigaciones han estado ligadas a modelos teóricos (Rakheja, et al, 1992; Popov, 1993; Strandberg, 1978), siendo variados sus alcances; por ejemplo; mientras que Rakheja (1992) efectuó pruebas de campo utilizando un autotanque con un tonel transparente, las investigaciones de Popov (1993) y Strandberg (1978) se enfocaron a determinar en laboratorio las fuerzas de oleaje y sus frecuencias naturales de oscilación. Asimismo, en el caso particular del trabajo de Popov, el objetivo fue el validar una aproximación teórica propuesta por él, en tanto que las investigaciones de Strandberg fueron exhaustivas, experimentando acerca del efecto que la forma del tanque y nivel de llenado tienen sobre las fuerzas laterales y estabilidad de los autotanques.

Las investigaciones de Strandberg se realizaron en el Instituto Nacional de Investigación en Caminos y Tráfico de Suecia (*Statens Väg-och Trafikinstitut*, VTI), y comprendieron diferentes fases experimentales (fig 7). Las diferentes fases hace evidente una aproximación gradual al tema: se inicia en la fase 1 con experimentos de escala limitada, avanzando hacia la prueba con otros dispositivos de prueba y configuraciones de tanques. De manera notable, y como consecuencia de la gran cantidad de información obtenida, la última de las fases del proyecto comprendió el análisis y reporte de los trabajos.

Las formas de tanque experimentadas en el VTI fueron circular, elíptica y súper elíptica ("elíptica alargada"). Dichos tanques estuvieron sometidos a diferentes tipos de movimientos simples y armónicos, generados por accionamientos mecánicos y electro-hidráulicos. La forma de tanque ensayada en la fase I fue circular, empleándose como fuente de movimiento un accionamiento a base de un torno (máquina herramienta), mientras que diferentes tipos de transductores se empleaban para capturar las magnitudes de las fuerzas dinámicas laterales desarrolladas durante la excitación de los recipientes. El equipo de accionamiento en esta fase (torno máquina-herramienta), representó limitaciones en cuanto a la simetría de los movimientos de vaivén, aparte de otros problemas derivados del tipo de transductores.

Durante la fase II de la investigación se ensayaron varias formas de tanques, trabajadas con diferentes niveles de llenado y líquidos contenidos. En esa fase se empleó como accionamiento vibratorio un servomotor hidráulico, el cual transmitía la fuerza al conjunto de tanque y su soporte móvil.

En la fase III de la investigación en VIT, las señales de los transductores se registraron en un dispositivo magnético, compatible con una computadora híbrida, proveyéndose la excitación del tanque mediante un generador armónico. En esta fase de los trabajos, las investigaciones experimentales incluyeron el estudio del efecto de los rompeolas transversales sobre las fuerzas laterales desarrolladas, y las consecuencias en la estabilidad lateral de los vehículos.

La fig 8 ilustra los dos arreglos experimentales en las investigaciones de laboratorio llevadas a cabo por el Prof. Strandberg en el VIT. Mientras que la parte (a) muestra el arreglo experimental durante la fase I del programa experimental, la parte (b) incluye lo correspondiente a las fases II y III. De esta manera, en la fase I se empleó una máquina-herramienta (torno) para proporcionar tanto la superficie de deslizamiento del marco-soporte del tanque (bancada del torno), como para proveer las fuerzas y movimiento armónico; por su parte en la fase II se recurrió a un carro rodante como apoyo del marco-soporte del tanque y un excitador electrohidráulico.



Fig 7. Fases de investigación experimental en el VIT, Strandberg(1978)

La incorporación del carro rodante en la fase 2 permitió reducir la fricción entre el marco-soporte móvil y el soporte estacionario, con lo que las fuerzas de oleaje se determinaron con mayor certeza. Tales mediciones de fuerza se efectuaron tanto de manera dinámica como estática. Esto es, se midieron durante el tiempo de excitación armónica (fuerzas dinámicas de oscilación del líquido) y también durante los instantes posteriores al cese de la excitación (fuerzas residuales de oscilación del líquido).

En ambos arreglos experimentales (fig 8) se observa el empleo de transductores de fuerza para los componentes horizontales y verticales de las fuerzas de oleaje. Tales transductores se instalaron entre el marco-soporte móvil del tanque de prueba y el propio tanque, de tal suerte que el de prueba quedó directamente fijado tanto horizontal como verticalmente por los transductores fuerza. Esto permitió medir las fuerzas de oscilación del fluido en la excitación armónica del conjunto, sin incluir como parte de estas fuerzas medidas, aquéllas derivadas de la inercia del movimiento del conjunto del marco-soporte móvil. En el segundo de los arreglos experimentales, se empleó un acelerómetro para control de las perturbaciones.



Transductores de fuerza



Fig 8. Arreglos experimentales del Prof Strandberg (VIT) (1978), (a) fase I; (b) fases II y III

La fig 9 corresponde a la disposición de los equipos de transducción y manejo de señales empleados en la fase II de la investigación en el VTI. El esquema de manejo de señales corresponde al esquema (b) de la fig 8, en el que mediante una computadora analógica se eliminó el componente de fuerza de inercia asociada al recipiente contenedor del líquido oscilante.



# Fig 9. Esquemas del manejo de señales del experimento realizado por Strandberg en el VTI (1978)

# 2.1.2 Vehículos aeroespaciales

Las investigaciones experimentales en la literatura en relación al oleaje en tanques de vehículos aeroespaciales, corresponden a trabajos de los 70 por investigadores de la Agencia Aeroespacial de los Estados Unidos (NASA). Tales trabajos tuvieron como propósito caracterizar estos fenómenos de oleaje, evaluando la efectividad de distintos componentes diseñados para eliminarlo. La fig 10 ilustra el arreglo de los transductores y sistemas de excitación empleados en este caso (Abramson, 1966).

En cuanto a las fuerzas de oleaje, las investigaciones en la NASA consideraron diferentes esquemas de medición; por un lado, éstas se integraron a partir de transductores de presión embebidos en las paredes de los recipientes. Por otro lado, se emplearon transductores de fuerza montados en serie con el equipo de excitación. La fig 10 (a) muestra el arreglo para la medición de las fuerzas de oleaje, que incluye tanto las fuerzas verticales como horizontales, lo cual permitió establecer tanto la distribución de la presión dinámica del fluido sobre las paredes de los recipientes, como la posición lateral instantánea del centro de masa del volumen del fluido a través de las celdas de carga para las fuerzas verticales.

La fig 10 (b) presenta el mecanismo biela-manivela, empleado en una gran cantidad de los experimentos de la NASA antes de que se emplearan accionamientos de tipo oleo-hidráulico. Los problemas inherentes a este mecanismo destinado a la excitación del movimiento del fluido son evidentes al considerar los efectos de desgaste en los componentes del equipo en los componentes verticales de las fuerzas de accionamiento, ligadas a este mecanismo biela-manivela. Además, el dispositivo mecánico presentó problemas acerca de la velocidad de eliminación de la excitación, en caso de desear caracterizar, mediante fuerzas residuales, el comportamiento de los fluidos en los tanques. Esto es, para la medición de tales fuerzas residuales se requiere, preferentemente, del cese instantáneo de la excitación, dejando al fluido oscilar libremente a su frecuencia natural.

En lo que respecta a los equipos empleados por la NASA para manejo de señales, la fig 11 hace alusión a un arreglo común empleado en esas investigaciones, el cual incluye, para caracterizar el movimiento de perturbación, un medidor de desplazamiento.

Teniendo presente el objetivo primario de las investigaciones de la NASA sobre eliminar el oleaje del combustible líquido de las naves espaciales, se consideró su efecto en las fuerzas y frecuencias de oleaje de los combustibles de los cohetes con distintos diseños de dispositivos rompeolas. En cuanto a las formas de tanques involucradas en las investigaciones, fueron la esférica y la rectangular (Abramson, 1966).

# 2.1.3 Otros desarrollos experimentales

Popov, et al (1993) reportan un arreglo experimental consistente en un tanque rectangular de *plexiglass*, de 80 X 58 X 30 cm (largo, ancho y altura, respectivamente), montado en una plataforma equipada con rodamientos de baja fricción, empleando como medio de excitación del tanque un excitador electrohidráulico. Se reporta que en ese modelo experimental se registraron el desplazamiento y la aceleración del tanque, así como la fuerza relativa entre el tanque y el actuador. El movimiento de la superficie del líquido (agua en este caso), se grabó con una videocámara. La finalidad del modelo experimental fue validar aproximaciones teóricas propuestas reportándose, para los momentos

desequilibrantes y la forma de la superficie libre, buenas correlaciones entre las ecuaciones propuestas y los resultados experimentales. El modelo incluyó el estudio de la respuesta del líquido en recipientes equipados con compartimentos o mamparas, al ser sometido a aceleraciones laterales o longitudinales, derivadas a su vez de maniobras de frenado, aceleración y cambio direccional de los autotanques. Los autores reportan un efecto amortiguador de los rompeolas longitudinales, sin afectar las frecuencias naturales de oscilación transversal del líquido.



Fig 10. Esquema experimental empleado en la NASA (Abramson, 1966): (a) esquemas de captura de fuerzas; (b) mecanismo de excitación



Fig 11. Esquema para la obtención de fuerzas de excitación en el experimento de la NASA

# 2.2 Análisis comparativo de los esquemas experimentales

Con objeto de identificar las ventajas y desventajas de las aproximaciones experimentales descritas, en la perspectiva de desarrollar un modelo experimental propio, se presentan algunos elementos de comparación entre las dos aproximaciones más completas reportadas en la literatura: la relativa a los vehículos carreteros (realizada en VTI), y las investigaciones concernientes al transporte aeroespacial (realizada en la NASA en los 70). En el caso del transporte aeroespacial se hace notar que la falta de informes recientes vuelve evidente que el oleaje en tanques no constituye en la actualidad un problema en esa área, ya sea por la efectividad de los dispositivos rompeolas o por el empleo de combustibles sólidos. En el caso del transporte carretero, se obtuvo solamente un reporte de estudios experimentales de laboratorio desarrollados en la década pasada, lo que evidencia cierta antigüedad en los conocimientos actuales del transporte carretero de sustancias líquidas.

Los arreglos experimentales presentados en esta sección denotan diferentes tecnologías, las cuales eran novedosas para las fechas en que tales experimentos fueron realizados. Sin embargo, se puede apreciar una diferente intensidad de las investigaciones en ambos ámbitos. Esto es, la importancia de los estudios en el caso de las naves aeroespaciales fue considerablemente mayor en comparación

con el transporte carretero, lo cual se atribuye a que el éxito de las misiones espaciales dependía en buena medida de la supresión del oleaje en los tanques de combustible. Sin embargo, puede decirse que los dos desarrollos experimentales fueron exhaustivos, cubriendo desde las situaciones elementales ligadas a recipientes de formas sencillas, hasta el empleo de elementos de supresión y amortiguamiento del oleaje.

Acerca de los medios para excitación del oleaje en tanques, se reporta en ambos esquemas experimentales el uso tanto de medios mecánicos (un torno en el caso de VTI, y un mecanismo biela-manivela en el de la NASA), como de medios electrohidráulicos. Esto hace evidente una aproximación gradual a los problemas de oleaje en tanques, lo cual pudo deberse en parte, a la evolución de las tecnologías en esas fechas.

Con relación a los transductores para medir las fuerzas horizontales de oleaje, una diferencia notable entre ambos esquemas se refiere al uso de sensores de presión en el transporte aeroespacial (fig 10), y de transductores de fuerza en el caso del transporte carretero (fig 8). El empleo de los distintos transductores implica que en lo que atañe al transporte aeroespacial, se obtuviera una mayor información, la cual permitiera un patrón de presión del fluido sobre la pared del recipiente. Tal enfoque es particularmente interesante, dado que mediante esta información del gradiente de presión sobre la pared del recipiente, pudo establecerse una diferencia entre los regímenes estático y dinámico de distribución de presión, para una misma posición del fluido en el interior del tanque. Esto es que del conocimiento de la altura de la ola del fluido en la pared del tanque, podría concerse una distribución estática de la presión, la cual podría contrastarse con la distribución dinámica de la presión, obtenida del uso de los transductores de presión.

En lo que se refiere a los métodos para la adquisición y almacenamiento de la información, es factible afirmar que en las etapas avanzadas de ambos desarrollos experimentales, se emplearon los más recientes avances tecnológicos disponibles cuando los experimentos se realizaron.

Aunque ambos esquemas podrían en un momento dado haber empleado un esquema de fuerzas residuales, los reportes hacen referencia a la medición de las fuerzas dinámicas de oleaje.

La información descrita para los desarrollos experimentales tanto en el ámbito del transporte carretero como aeroespacial, se emplea en el siguiente capítulo, a manera de revisión del estado de la técnica para una instalación conceptual que permita el estudio de las frecuencias naturales de oscilación de los fluidos en el interior de los tanques y de las fuerzas de oleaje asociadas.
Se presenta el desarrollo del diseño conceptual de un equipo experimental para la caracterización del oleaje en tanques, describiendo la configuración del equipo resultante.

## 3.1 Definición del principio experimental a ser empleado

De entre los esquemas experimentales descritos en el capitulo precedente, se ha escogido para el desarrollo de un arreglo experimental propio, el esquema de las fuerzas residuales de la oscilación del fluido en el interior de los tanques, con base en las siguientes razones:

- Es el arreglo experimental más sencillo posible
- Tal esquema podría simular cierto tipo de maniobras de los autotanques en la práctica
- El esquema provee información clara acerca de las frecuencias naturales de oscilación de los fluidos en el interior de los tanques

De esta manera, el equipo experimental deberá proveer los medios para excitar lateralmente el tanque ensayado, contando con lo necesario para cesar tal excitación de manera instantánea y permitir medir las fuerzas residuales del oleaje. El tanque a ser ensayado estará montado en un dispositivo que tenga la menor fricción posible.

## 3.2 Diseño conceptual del equipo

Se considera la aplicación de técnicas del *Diseño en Ingeniería*, para el diseño conceptual del equipo para la caracterización del oleaje en tanques. Las etapas de este enfoque incluyen la definición de las necesidades que deberá satisfacer el equipo, atendiendo un conjunto de restricciones identificadas.

#### 3.2.1 Definición de necesidades

Las necesidades de equipo incluyen los equipos de prueba en los que serán montados diferentes tipos de tanques, además de la instrumentación requerida para medir las frecuencias naturales de oscilación de los líquidos en los distintos recipientes.

Por otro lado, se requiere que los dispositivos para el montaje de los tanques a ser ensayados, sean compatibles con ciertos equipamientos disponibles en la institución en la cual serán llevadas a cabo las pruebas (Laboratorio de Vibraciones del Instituto Mexicano del Transporte, IMT). Estos equipos comprenden un excitador de vibraciones (con una capacidad de hasta 3,000 N de fuerza de excitación), y diferentes instrumentos de medición de las características de vibración v fuerzas, tales como acelerómetros, medidores de desplazamiento v Asimismo, transductores de fuerza. se cuenta con osciloscopios V acondicionadores de señal, complementarios a los transductores existentes, cuyo propósito es acondicionar y procesar las señales obtenidas de los diferentes transductores. Las características de funcionamiento necesarias del equipo e instrumentación son las siguientes:

- I. Que el equipo de excitación permita un control de la perturbación en cuanto a la frecuencia
- II. Que el arreglo experimental minimice el efecto del equipo sobre la respuesta libre del fluido
- III. Que el conjunto del tanque experimental minimice los efectos tridimensionales potenciales
- IV. Que el tanque de prueba permita observar el movimiento del fluido
- V. Que el tanque de prueba permita variar el nivel del fluido contenido
- VI. Que permita el equipo de medición capturar los valores de las fuerzas de oleaje
- VII. Que los soportes del conjunto experimental cuenten con los medios para alinear la dirección de la excitación, con la dirección de desplazamiento del tanque perturbado

Como ya se ha indicado, la satisfacción de las necesidades de excitación del movimiento tanque-líquido se logró mediante un equipo de excitación (mesa vibradora) disponible en el Laboratorio de Vibraciones del IMT. Este equipo es una mesa cuya dirección de vibración puede ser horizontal o vertical. Las características de este equipo se desglosan en manuales de operación (IMT, 1999).

Respecto a los dispositivos en los que los diferentes tanques serían instalados, se requirió que fueran compatibles tanto con los equipos de excitación descritos como con la instrumentación disponible.

La fig 12 muestra un arreglo de los bloques de los equipamientos empleados en los experimentos. Esta descripción global comprende tres bloques genéricos: bloque del equipo excitador (controlable en frecuencia y amplitud de la vibración); bloque del equipo soporte móvil del tanque de prueba; bloque de equipos para dar respaldo estacionario, de altura ajustable, a todo el conjunto de elementos del tanque ensayado y la instrumentación correspondiente; y otro bloque asociado a la instrumentación requerida.



Fig 12. Bloques de que comprende el equipo experimental

De esta manera, los principios de operación de los diferentes módulos que comprenderían el equipo, serían establecidos con base en las características de los equipos a ser empleados. Consiguientemente, sólo los principios de operación de los siguientes elementos de equipo estarían, todavía, por definirse:

- Elementos de fijación del tanque sobre el soporte móvil (portatanque)
- Soporte móvil y elementos antifricción
- Configuración del soporte estacionario ajustable

#### 3.2.2 Conceptualización

Se describe el proceso de definición del principio de operación de cada uno de los elementos de equipo listados anteriormente.

## Portatanque

Las opciones para fabricar la interfase entre el tanque y el soporte móvil, consistieron de:

- Soportes discretos a ambos lados del tanque
- Soporte continuo, tipo silleta

Atendiendo la confiabilidad provista por estos principios de fijación, se estableció que el mejor soporte para el tanque sería, no obstante que es más difícil de manufacturar, el tipo silleta.

### Soporte móvil

Los elementos de este componente comprenden una superficie de apoyo para el portatanque, así como los elementos antifricción que faciliten el movimiento de este soporte en relación con el soporte estacionario de altura ajustable. Como opciones para proveer un medio antifricción para el deslizamiento entre estos componentes, están:

- Superficies lubricadas
- Superficies lubricadas con guías rectangulares o "colas de milano"
- Elementos de rodadura (cojinetes de bolas), los cuales estuviesen guiados mediante canales montados entre ambos cuerpos (soporte móvil y estacionario)

En este caso, como criterios de evaluación a ser considerados para determinar cuál de estos principios de operación sería el más adecuado, se tuvieron los siguientes:

- Confiabilidad
- Facilidad de manufactura
- Precisión provista para el desplazamiento del tanque de prueba

La aplicación de estos criterios a las tres opciones descritas produjo el siguiente orden de aceptación de los esquemas propuestos, que va desde el más conveniente hasta el que proporciona la menor satisfacción de los criterios de evaluación designados:

- Elementos de rodadura
- Superficies guiadas
- Superficies no guiadas

De manera complementaria, en esta selección se especifica el uso de tres rodamientos, con objeto de asegurar que el portatanque tuviese un apoyo firme

sobre el soporte del conjunto. Esto es, el uso de tres puntos de apoyo asegura que todos los restantes trabajen simultáneamente.

## Soporte estacionario de altura ajustable

El soporte o mesa ajustable debería proveer los medios para alinear de manera efectiva el movimiento horizontal del excitador, con las superficies sobre las cuales se movería el soporte móvil. Como opciones, en este caso, se tuvieron:

- Estructura metálica tubular, equipada con una placa en la parte superior que sirva para el deslizamiento del soporte móvil, mediante tornillos de ajuste, tanto de altura como de alineación, en la parte inferior
- Estructura hecha de barras roscadas, las cuales permitirían no sólo la sujeción, sino también los alineamientos longitudinal y transversal de la placa superior de apoyo con el medio de excitación

Al adoptar en este caso, como criterios de selección la confiabilidad del diseño y la facilidad de manufactura, la variante seleccionada fue la de barras roscadas. Esto, como resultado de la facilidad provista por tales barras en cuanto al ajuste de la posición vertical de las partes montadas en la estructura.

## 3.3 Descripción del equipo resultante

La fig 13 ilustra, de manera esquemática, el ensamble de equipos establecido para satisfacer las necesidades experimentales planteadas, de acuerdo con el diseño conceptual descrito en el Cap 2. Este ensamble consta de los siguientes subensambles de equipos:

- 1. Tanque apoyado en 2 silletas portatanque
- 2. Soporte móvil, antifricción, para el portatanque
- 3. Mesa fija o soporte estacionario de altura ajustable, con guía para el movimiento del soporte móvil
- 4. Acoplador equipado con un transductor de fuerza en serie
- 5. Equipo excitador (mesa vibradora)
- 6. Acelerómetro de realimentación y control de mesa vibradora

El tanque consistió en un segmento longitudinal, de 10 cm de largo, y recipientes de material transparente (policarbonato), cuyas tapas, también transparentes, fueron de mica de 3 mm de espesor. El sellado de las tapas con el cuerpo del tanque se efectuó mediante silicón. Un par de orificios, para llenado y venteo, se practicaron en las caras opuestas de cada uno de los recipientes ensayados. El tanque seleccionado se descansó sobre un par de silletas de madera, maquinadas conforme al perfil exterior de cada una de las formas de los tanques ensayados. El

tanque se cubicó mediante una bureta de precisión, colocando sobre una de las tapas del tanque las galgas correspondientes para los distintos volúmenes parciales, señalados en octavos del contenido total. La especificación de una longitud de sólo 10 cm se derivó de la necesidad de evitar una dispersión potencial de la vibración del líquido en el tanque, como probable producto de cualquier falla en el alineamiento transversal del tanque con respecto a la dirección de excitación.

Los materiales para la manufactura del tanque permitieron observar las características de vibración del fluido en el tanque. El soporte móvil, sobre el cual se descansó el tanque y sus silletas, consistió en una placa maquinada rígida, de acero de 12 mm de espesor, soportada por tres rodamientos de bolas. Estos rodamientos, montados en guías de aluminio, tuvieron un diámetro exterior de 35 mm y un ancho de 10 mm (especificación 6300), y se colocaron en los vértices de un triángulo isósceles imaginario debajo de la placa de acero. Este arreglo permitió minimizar la fricción entre el soporte móvil (2) y la mesa ajustable (3), en atención directa del objetivo (II) señalado anteriormente, referente a la no afectación de las fuerzas de oleaje por el equipo de prueba (apartado 3.2.1).

La mesa fija (3) se construyó a partir de cuatro columnas hechas de barras roscadas de 19 mm de diámetro ("espárragos"), cuyo uso permitió ajustes finos para alinear el movimiento de la mesa vibradora (5) con el soporte antifricción del tanque (2). La mesa consistió en dos placas de madera de 25 mm de espesor; una a manera de placa guía y otra para dar rigidez al ensamble. El acoplador (4) es una barra hueca roscada interiormente, y dos birlos de 8 mm. El transductor de fuerza se ensambló en serie en uno de los extremos de la barra hueca, de tal suerte que el transductor quedó acoplado a la placa soporte móvil.

Sobre el nivel del piso del laboratorio donde se efectuaron las pruebas, la posición de las guías de deslizamiento del tanque se elevó aproximadamente 60 cm. La señal del transductor de fuerza montado en el acoplamiento (4), fue acondicionada y amplificada de acuerdo con el diagrama de la fig 14. La capacidad del transductor de fuerza fue de 1,000 N a tracción y 5,000 N en compresión.

El controlador de la mesa vibradora es capaz de generar señales sinusoidales de frecuencia y amplitud controladas, siendo la amplitud máxima de desplazamiento igual a 12 mm, misma que fue suficiente para lograr una respuesta notable del líquido en el interior del tanque. El que el conjunto de la mesa vibradora contara con una frecuencia mínima de excitación de sólo 0.75 Hz, continuamente incrementada hasta más de 100 Hz, hizo posible excitar los tanques a sus respectivas frecuencias naturales, para los distintos niveles de llenado.

Las señales de ambos transductores, el de fuerza y el de aceleración, fueron observadas en tiempo real en la pantalla del osciloscopio. La capacidad de almacenamiento de las señales recibidas en el osciloscopio fue de 4,000 puntos, los cuales pudieron espaciarse a partir de 0.00125 s. Esta resolución permitió una señal de claridad aceptable para el rango de frecuencias de oscilación natural

obtenidas. Los datos capturados en el osciloscopio se transfirieron a una computadora PC portátil, en caracteres ASCI. La ganancia del transductor de fuerza fue de 3.16 mV / unidad de salida.



Fig 13. Representación esquemática del aparato de prueba



Figura 14 Diagrama de la instrumentación empleada en la instalación de prueba

## 3.4 Método de Prueba

El procedimiento de prueba consistió en aplicar la perturbación del excitador al tanque de prueba, para posteriormente interrumpir tal excitación y observar la respuesta libre del fluido en el interior del contenedor, capturando la señal del transductor de fuerza. La mecánica de las pruebas consistió en aplicar la perturbación por espacio de 10 ciclos para cada frecuencia de excitación, para registrar en el osciloscopio los primeros segundos posteriores a la interrupción de la excitación.

Las distintas frecuencias permitieron identificar el rango en el que se encontraba potencialmente la frecuencia natural de oscilación. Una vez realizados distintos

ensayos para determinar la frecuencia natural de oscilación, se aplicó una corrida a la frecuencia natural de oscilación detectada, efectuando la captura de las mediciones.

Durante el desarrollo de las pruebas se registraron las temperaturas ambiente y del líquido en el interior del tanque. De acuerdo a la duración de las pruebas (de varias horas por día de ensayo), estas temperaturas fueron registradas tanto al inicio como al final de la serie de pruebas.

## 3.5 Matriz de pruebas

La caracterización del comportamiento de los líquidos en el interior de los recipientes se realizó en cuanto al efecto que tienen el nivel de llenado y forma del tanque, en los valores de frecuencia natural de oscilación de los líquidos contenidos, como sobre la magnitud de las fuerzas laterales generadas por la oscilación del fluido. La tabla 1 muestra la matriz de pruebas del experimento, significando un total de 378 pruebas (7 niveles x 6 frecuencias x 3 réplicas x 3 formas de tanque).

Tabla 1.	Matriz de prueba (tres réplicas se consideraron para cada condición
	de prueba)

Factor	Niveles / condiciones
Nivel de llenado (V/Vtotal)	1/8 1⁄4 3/8 1⁄2 5/8 3⁄4 7/8
Frecuencia (Hz)	.75 1. 1.25 1.5 1.75 2
Forma del tanque	Cilíndrico Elíptico Genérico

Se consideraron tres réplicas para cada condición de prueba, seleccionando de manera aleatoria el orden de las respectivas pruebas; en tanto que la secuencia de los niveles de llenado se consideraron de manera aleatoria, las distintas frecuencias de excitación fueron tomadas secuencialmente, desde la más baja hasta la más alta.

La fig 15 ilustra las distintas formas de tanque seleccionadas, teniendo los tres diferentes tanques el mismo volumen y largo. El tanque denominado genérico se

obtuvo de investigaciones reportadas por la Universidad de Concordia (Kang, et al, 2000).



Fig 15. Tanques ensayados, (a) cilíndrico; (b) elíptico; (c) genérico

Se desarrolla la matriz experimental descrita en el subcapítulo 3.5, presentando los resultados y análisis como una función de la forma del tanque. Tales resultados y análisis incluyen lo siguiente:

- Ejemplificación de las respuestas en el tiempo
- Mediciones de las frecuencias naturales,  $f_0$ , en función del nivel de llenado
- Análisis de varianza de los resultados de las frecuencias naturales
- Análisis de las fuerzas de oleaje en función de la frecuencia de excitación.
- Análisis de la correlación entre  $f_0$  y el nivel de líquido, y entre esta frecuencia,  $f_0$ , y el ángulo del recipiente en su interfase con el líquido.

Como parte del análisis de las fuerzas laterales generadas por el movimiento del fluido, se incluye una estimación de las fuerzas que podrían desarrollarse en un tanque de 20,000 lt, asumiendo una relación directamente proporcional entre las fuerzas de oleaje y el peso del fluido obtenido de esta experimentación.

## 4.1 Recipiente cilíndrico

## Respuesta en el tiempo

La fig 16 (a) contiene distintas señales derivadas de la respuesta libre del fluido una vez cesada la excitación. Estos resultados permiten ilustrar la mecánica empleada para determinar la frecuencia natural significativa en los distintos ciclos de oscilación registrados; consistió en medir, con base en el cursor del osciloscopio el tiempo transcurrido para los tres primeros ciclos, obteniéndose un valor significativo para la frecuencia de oscilación libre del fluido al dividir este tiempo para los tres ciclos, entre tres. En la figura se observa que los periodos de oscilación varían ligeramente con el tiempo, reflejando ello la naturaleza no lineal de las oscilaciones. De esa manera, los periodos de oscilación de los tres primeros ciclos indican frecuencias naturales de 1.675, 1.7 y 1.73 Hz, respectivamente, de tal suerte que el valor significativo tomado para este caso fue de 1.701 Hz. Otro ejemplo de la variación en el tiempo de las fuerzas de oleaje se muestra en la fig 16 (b).

Los resultados contenidos en la fig 16 indican cierto nivel de amortiguamiento, denotado por la disminución gradual en la amplitud de la fuerza de oleaje. El amortiguamiento se observó distinto para cada uno de resultados de la figura. Esto evidencia la compleja interacción entre los distintos factores que afectan la respuesta del fluido en el interior del tanque. Un estudio del decaimiento de las

amplitudes de oscilación, sin embargo, no se consideró como objetivo del presente estudio.

La fig 17 muestra otros resultados en el dominio del tiempo para el recipiente cilíndrico, correspondientes al caso particular de una situación de excitación en resonancia, para un nivel de llenado del 50%. En ella gráfica se observa el pico y el nivel de las fuerzas de oleaje.







### Fig 17. Respuesta para un estado de resonancia para llenado al 50%

#### Mediciones de las frecuencias naturales en función del nivel de llenado

De acuerdo con la metodología descrita en el capítulo anterior, la tabla 2 lista los resultados de los promedios de frecuencias naturales medidas para el rango de frecuencias de excitación,  $f_e$ , considerados, presentando tales determinaciones como una función del nivel de llenado del tanque. En la tabla están contenidos los resultados de promediar las mediciones para el barrido de frecuencias efectuado, por cada réplica y nivel considerados en el experimento.

Por su parte la fig 18 muestra la gráfica de los resultados listados en la tabla 2, revelando una relación no lineal creciente entre el volumen de llenado y la frecuencia natural de oscilación. La sensibilidad de las frecuencias naturales a las variaciones en el nivel de llenado se observa pequeña al tomar en cuenta las relativamente pequeñas variaciones en las frecuencias naturales medidas, en comparación con las importantes variaciones en los niveles de llenado. Esto es, mientras que la relación de volúmenes varía de 7 a 1, el rango de variación de  $f_0$  es de 1.42 (2.05 Hz/1.44 Hz). Con objeto de ejemplificar los valores obtenidos en estas pruebas del recipiente cilíndrico, la tabla 3 contiene las mediciones para las distintas frecuencias en una de las réplicas.

Fracción de llenado (octavos)	Frecuencia natural <i>fo</i> (Hz)			
	Réplica 1	Réplica 2	Réplica 3	Promedio
1	1.4421	1.4389	1.4411	1.4407
2	1.4924	1.4836	1.4597	1.4786
3	1.5638	1.5483	1.5420	1.5514
4	1.6185	1.6157	1.6106	1.6149
5	1.7098	1.6907	1.6877	1.6961
6	1.8152	1.8150	1.8300	1.8201
7	2.0625	2.0563	2.0554	2.0581

Tabla 2.	Resultados de	f <sub>0</sub> para el	promedio de	frecuencias	de cada réplica
----------	---------------	------------------------	-------------	-------------	-----------------



Fig 18. Frecuencia natural de oscilación como una función del volumen de llenado en el tanque de prueba. Tanque cilíndrico

Fracción de llenado	f <sub>e</sub> (Hz)	<i>f</i> <sub>0</sub> (Hz)
	0.750	1 1 1 1
1/0 (010.025)	1,000	1.414
1/8 (010.025)	1.000	1.440
1/8 (010.025)	1.250	1.448
1/8 (610.625)	1.500	1.442
1/8 (610.625)	1.750	1.457
1/8 (610.625)	2.000	1.450
1/4 (1221.25)	0.750	1.496
1/4 (1221.25)	1.000	1.486
1/4 (1221.25)	1.250	1.481
1/4 (1221.25)	1.500	1.464
1/4 (1221.25)	1.750	1.485
1/4 (1221.25)	2.000	1.485
3/8 (1831.88)	0.750	1.579
3/8 (1831.88)	1.000	1.572
3/8 (1831.88)	1.250	1.542
3/8 (1831.88)	1.500	1.517
3/8 (1831.88)	1.750	1.552
3/8 (1831.88)	2.000	1.559
1/2 (2442.5)	0.750	1.611
1/2 (2442.5)	1.000	1.624
1/2 (2442.5)	1.250	1.627
1/2 (2442.5)	1.500	1.611
1/2 (2442.5)	1.750	1.610
1/2 (2442.5)	2.000	1.612
5/8(3053.13)	0.750	1.685
5/8(3053.13)	1.000	1.707
5/8(3053.13)	1.250	1.704
5/8(3053.13)	1.500	1.701
5/8(3053.13)	1,750	1.683
5/8(3053 13)	2 000	1 704
3/4(3663 75)	0 750	1 822
3/4(3663 75)	1 000	1 825
3/4(3663 75)	1 250	1 824
3/4(3663 75)	1.500	1.828
3/4(3663 75)	1 750	1 808
3/4(3663 75)	2 000	1.830
7/8 (4274 38)	0.750	2.07
7/8 (1071 30)	1 000	2.07
7/8 (4214.30)	1.000	2.00
110 (4214.30) 7/9 (1071 20)	1.200	2.07
110 (4214.30) 7/8 (1071 20)	1.000	2.07
110 (4214.30) 7/0 (1071 20)	1.700	∠.U0 2.05
110 (4214.30)	2.000	2.00

## Tabla 3. Valores de $f_0$ para las distintas frecuencias de excitación

### Análisis de varianza de los resultados para el recipiente cilíndrico

Un análisis estadístico de los resultados en la tabla 3 se presenta en la tabla 4, la cual incluye las desviaciones estándar ( $\sigma$ ) obtenidas para las frecuencias,  $f_0$ , medidas en el total de pruebas, como una función de cada nivel de llenado considerado. Estas desviaciones se expresan tanto en valor absoluto como en términos de porcentaje con respecto al valor promedio ( $\mu$ ).

Fracción de Ilenado	σ (Hz)	σ / μ (%)
1/8	0.0017	0.11
1/4	0.0169	1.14
3/8	0.0112	0.72
1/2	0.0040	0.24
5/8	0.0120	0.70
3/4	0.0086	0.47
7/8	0.0039	0.18

## Tabla 4 Desviaciones estándar para los distintos niveles de llenado delrecipiente cilíndrico

La variabilidad de la tabla 4 se considera altamente aceptable, ya que representa menos del 2% en relación con el valor promedio. Al respecto, es criterio común aceptar desviaciones estándar menores del 3%.

#### Análisis de las fuerzas de oleaje en función de la frecuencia de excitación

Como una función de la frecuencia de excitación aplicada al conjunto del tanque experimental, la fig 19 muestra los promedios de las fuerzas máximas de oleaje medidas en cada una de las réplicas del experimento. La parte (a) de la figura muestra las fuerzas laterales,  $F_L$ , normalizadas al peso del líquido contenido para el respectivo nivel de llenado.



Fig 19. Fuerzas de oscilación, *F*<sub>L</sub>, como una función de la frecuencia de excitación para siete niveles distintos de llenado. Tanque cilíndrico

Las partes (b) y (c) de la figura manifiestan las fuerzas  $F_L$  para el caso de un tonel de 20,000 lt de agua, asumiendo que la proporción indicada en la parte (a) se conserva para otros toneles de mayor tamaño. A la luz de esta proporción, los valores de fuerzas obtenidas para el tanque de 20,000 lt, en el rango de 5 a 40 kN (0.5 a 4 t), hace prever que el efecto del oleaje sobre la estabilidad direccional de los autotanques, podría tornarse peligroso para la operación segura del vehículo.

Dos aspectos son importantes respecto a los resultados escalados que los hacen susceptibles de discusión. Por un lado están las fuerzas residuales, obtenidas después de una serie de perturbaciones en estado permanente, lo cual sería improbable en una situación real. Por otro lado un tanque de 20,000 lt implica otro rango de frecuencias naturales, en general lejanas, de las frecuencias que se presentan en maniobras direccionales comunes (Rakheja y Wang, 2001). Sin embargo, es de destacarse que aun los valores pequeños de fuerza obtenidos en estos escalamientos para frecuencias lejanas de las naturales de oscilación del líquido, podrían contribuir de manera importante a la volcadura de vehículos tipo autotanque parcialmente cargados, especialmente por la posición relativamente alta del centro de gravedad de estos vehículos.

La fig 20 muestra, para el tanque escalado a 20,000 lt de capacidad, los resultados de las fuerzas máximas residuales calculadas para una frecuencia de excitación de 1.0 Hz. En ellos no se observa una tendencia por el efecto del nivel de llenado sobre la fuerza lateral desarrollada, presentando valores mínimos de 6 kN y máximos de 11 kN. Estos resultados a baja frecuencias indican, asimismo, que los rangos de magnitud para las fuerzas de oleaje es independiente del nivel de llenado, esto es, que un tanque cargado hasta 7/8 de su capacidad exhibirá fuerzas de oleaje semejantes a las experimentadas a bajos niveles de llenado. Sin embargo, el efecto sobre la estabilidad lateral del transporte será diferente, dada la diferencia de alturas de aplicación de la fuerza de oleaje aplicada al vehículo.



#### Fig 20. Fuerzas de oscilación, *F<sub>L</sub>*, como una función del nivel de llenado, para una frecuencia de excitación de 1.0 Hz, considerando un escalamiento para un tanque de 20,000 lt. Tanque cilíndrico

Análisis de la correlación entre  $f_0$  y el nivel de líquido, y de  $f_0$  y el ángulo del tanque en las fronteras del líquido

Con objeto de identificar la interrelación entre la frecuencia natural de oscilación del fluido en el tanque, y las características de llenado y geométricas del recipiente, se efectúa un análisis de la correlación entre estas distintas características. La Figura 21 hace referencia al ángulo de la pendiente de la recta tangente en la interfase líquido-tanque, mientras que la tabla 5 recoge los valores para este ángulo en los distintos niveles de llenado del tanque cilíndrico. Dichos valores se correlacionan con los de las frecuencias naturales del fluido. El coeficiente de correlación (r) se expresa como:

$$r = \frac{\sum_{i} (x_{i} - \overline{x})(y_{i} - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i} (x_{i} - \overline{x})^{2}} \sqrt{\sum_{i} (y_{i} - \overline{y})^{2}}}$$
(1)

Los valores para r entre los de las frecuencias naturales y el nivel del líquido, y entre las frecuencias naturales y el ángulo del recipiente en la interfase del líquido, resultaron de 0.957 y 0.959, respectivamente. Estos valores, altos para r, demuestran que las frecuencias de vibración natural del fluido en el tanque, van en función del nivel del líquido y de la forma del tanque, la cual define las fronteras para la superficie libre del líquido. De manera interesante, la longitud de la

superficie libre no resultó ser un factor directamente correlacionado con los valores de frecuencias naturales medidas.

Fracción de llenado	H (cm)	α (°)	f <sub>o</sub> (Hz)
1/8	4.55	50.1	1.44
1/4	7.43	63.4	1.47
3/8	10.06	78.6	1.55
1/2	12.50	90.0	1.61
5/8	15.00	101.3	1.69
3/4	17.57	116.5	1.82
7/8	20.45	129.8	2.05

# Tabla 5. Ángulos en las fronteras como una función del nivel de llenado(cilíndrico)



Fig 21. Características geométricas para un llenado parcial

## 4.2 Recipiente elíptico

#### Respuesta en el tiempo

La fig 22 (a) ilustra distintas señales obtenidas de la respuesta libre del fluido una vez cesada la excitación. Según la mecánica seguida, el valor significativo para la frecuencia de oscilación natural del fluido corresponde al inverso del promedio de los periodos para los tres primeros ciclos de vibración del fluido. El promedio de estos periodos fue de 0.713 s, que corresponde a una frecuencia significativa de 1.4025 Hz. La fig 22 (b) muestra otra respuesta en el tiempo para las fuerzas de oleaje con objeto de ilustrar las variaciones en los resultados en el tiempo. Por su parte la fig 23 hace alusión a otros resultados en el dominio del tiempo para el recipiente elíptico, correspondientes al caso de una situación de excitación en resonancia para un nivel de llenado al 50%. En los casos de resonancia, las señales se obtuvieron con mayor claridad, dado que el ruido electromagnético, en comparación con la señal, fue menor.

#### Mediciones de las frecuencias naturales en función del nivel de llenado

La tabla 6 lista los resultados de los promedios de frecuencias naturales medidas para el rango de frecuencias de excitación  $f_e$  considerado, presentando tales determinaciones como una función del nivel de llenado del tanque.

La fig 24 representa la gráfica de los resultados listados en la tabla 6, los cuales exhiben, igual que en el caso del recipiente cilíndrico, una relación no lineal creciente entre el volumen de llenado y la frecuencia natural de oscilación. Al respecto, la relación de la variación relativa de la frecuencia es de 1.542 (1.8222 Hz/1.1809 Hz), mientras que la variación relativa en el volumen fue de 7/1. La tabla 7 contiene las mediciones para las distintas frecuencias en una de las réplicas.

#### Análisis de varianza para los resultados del recipiente elíptico

El análisis estadístico de los resultados en la tabla 7 se incluye en la tabla 8, junto con las desviaciones estándar ( $\sigma$ ) obtenidas para las frecuencias naturales medidas en el total de pruebas efectuadas, como una función de cada nivel de llenado considerado. Estas desviaciones se expresan tanto en valor absoluto como en términos de porcentaje con respecto al valor promedio ( $\mu$ ).



Ciclo	Periodo (s)	
1	0.715	
2	0.715	
3	0.701	

Nivel de llenado = 1/2



Fig 22. Ejemplos de respuesta en el tiempo para el tanque elíptico





Fig 23. Respuesta para un estado de resonancia a un nivel de llenado medio para el tanque elíptico

Tabla 6.	Resultados de	f <sub>0</sub> para e	l promedio o	de frecuen	icias de	cada réplica
----------	---------------	-----------------------	--------------	------------	----------	--------------

Fracción de llenado (octavos)	Frecuencia natural <i>f</i> ₀ (Hz)			
	Réplica 1	Réplica 2	Réplica 3	Promedio
1	1.1827	1.1809	1.1790	1.1809
2	1.2434	1.2538	1.2530	1.2501
3	1.3267	1.3161	1.3170	1.3199
4	1.4072	1.4084	1.3966	1.4040
5	1.4937	1.4964	1.4984	1.4962
6	1.6231	1.6291	1.6320	1.6281
7	1.8217	1.8043	1.8407	1.8222



# Fig 24. Frecuencia natural de oscilación como una función del volumen de Ilenado en el tanque de prueba. Tanque elíptico

Las variaciones de la tabla 8 son aceptables, con un valor relativo, máximo, menor al 1%.

#### Análisis de las fuerzas de oleaje en función de la frecuencia de excitación

Como una función de la frecuencia de excitación ejercida sobre el conjunto del tanque experimental, la fig 25 muestra los promedios de las fuerzas máximas de oleaje medidas en cada una de las réplicas del experimento. La parte (a) corresponde a las fuerzas laterales residuales,  $F_L$ , normalizadas al peso del líquido contenido para el respectivo nivel de llenado.

Tales resultados revelan el corrimiento de la frecuencia natural de oscilación como una función del nivel de llenado, con picos importantes en las situaciones de resonancia. Las partes (b) y (c) hacen referencia a las fuerzas  $F_L$  para un tonel con 20,000 lt de agua, asumiendo que la proporción indicada en la parte (a) se conservará para otros toneles de mayor tamaño. Estos resultados muestran valores importantes para las fuerzas laterales sobre el tonel (aun para situaciones de no resonancia), con lo que se puede asegurar que tales fuerzas de oleaje son un factor determinante en los niveles de estabilidad de los autotanques. Para el escalamiento del tanque a 20,000 lt, la fig 26 alude a los resultados de las fuerzas máximas residuales calculadas para una frecuencia de excitación de 1.0 Hz, mismos que revelan un comportamiento oscilante, entre 8 y 13 kN, aproximadamente.

Fracción de llenado (volumen, ml)	$f_e$ (Hz)	f <sub>o</sub> (Hz)
1/8 (655)ml	0.78	1.1772
1/8 (655)ml	1.00	1.1622
1/8 (655)ml	1.17	1.1966
1/8 (655)ml	1.20	1.1958
1/8 (655)ml	1.25	1.1898
1/8 (655)ml	1.50	1.1734
1/4 (1310)ml	0.75	1.25
1/4 (1310)ml	1.00	1.23
1/4 (1310)ml	1.24	1.25
1/4 (1310)ml	1.26	1.26
1/4 (1310)ml	1.29	1.26
1/4 (1310)ml	1.75	1.25
3/8 (1965)ml	0.76	1.32
3/8 (1965)ml	1.00	1.31
3/8 (1965)ml	1.25	1.32
3/8 (1965)ml	1.50	1.31
3/8 (1965)ml	1.75	1.31
3/8 (1965)ml	2.00	1.32
1/2 (2620)ml	0.77	1.41
1/2 (2620)ml	1.00	1.40
1/2 (2620)ml	1.25	1.40
1/2 (2620)ml	1.50	1.41
1/2 (2620)ml	1.75	1.41
1/2 (2620)ml	2.00	1.41
5/8 (3275)ml	0.75	1.50
5/8 (3275)ml	1.00	1.50
5/8 (3275)ml	1.25	1.50
5/8 (3275)ml	1.50	1.50
5/8 (3275)ml	1.75	1.49
5/8 (3275)ml	2.00	1.50
3/4 (3930)ml	1.00	1.65
3/4 (3930)ml	1.25	1.64
3/4 (3930)ml	1.20	1.67
3/4 (3930)ml	1.70	1.62
3/4 (3930)ml	2.00	1.6365
7/8 (4585)ml	0.75	1.8379
7/8 (4585)ml	1.00	1.037
7/8 (4585)ml	1.50	1.8299
7/8 (4585)ml	1.75	1.7976
7/8 (4585)ml	2.00	1.8181

## Tabla 7. Valores de f<sub>0</sub> para las distintas frecuencias de excitación. (Elíptico)

## Tabla 8.Desviaciones estándar obtenidas para los distintos niveles de<br/>Ilenado. Tanque elíptico

Fracción de Ilenado	σ (Hz)	σ / μ (%)
1/8 1/4 3/8 1/2 5/8 3/4	0.0018 0.0057 0.0058 0.0064 0.0023 0.0045	0.15 0.46 0.44 0.46 0.15 0.27
7/8	0.0182	0.99

## Análisis de la correlación entre $f_0$ y el nivel de líquido, y entre $f_0$ y el ángulo del recipiente en la interfase del líquido

Se obtienen los valores de correlación tanto de la frecuencia natural de oscilación con el nivel de llenado como de esta frecuencia, con el ángulo  $\alpha$  de la fig 27. La tabla 9 lista los valores para el ángulo  $\alpha$ , y  $f_0$  como una función del nivel de llenado. Los valores de correlación (*r*), resultaron prácticamente idénticos: 0.9797 entre  $\alpha$  y  $f_0$ , y 0.9798 entre el volumen de llenado y  $f_0$ .



Fig 25. Fuerzas residuales de oscilación ( $F_L$ ) como una función de la frecuencia de excitación, para siete niveles de llenado. Tanque elíptico



Fig 26. Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función del nivel de llenado, para una frecuencia de excitación de 1.0 Hz, considerando un escalamiento para un tanque de 20,000 lt. Tanque elíptico

Fracción de llenado	H (cm)	α (°)	f <sub>o</sub> (Hz)
1/8	4.10	42	1.18
1/4	6.65	59	1.25
3/8	8.90	75	1.32
1/2	11.04	90	1.40
5/8	13.15	105	1.50
3/4	15.35	120	1.63
7/8	17.80	137	1.82

Tabla 9. Ángulos en las fronteras como una función del nivel de llenado



Fig 27. Ángulo tangente en la interfase pared-líquido para un recipiente elíptico

## 4.3 Recipiente genérico

#### Respuesta en el tiempo

La fig 28 muestra distintas señales obtenidas de la respuesta libre del fluido una vez cesada la excitación. La parte (a) ilustra la variación del periodo de la respuesta del fluido para los tres primeros ciclos de oscilación. El valor significativo de frecuencia se tomó como el promedio de los valores para dichos ciclos. Los resultados indican un ligero incremento en la frecuencia natural de oscilación en la medida en que se dan las oscilaciones del líquido, como resultado de las menores amplitudes de oscilación. Las variaciones observadas en el periodo de oscilación para los tres primeros ciclos indican frecuencias naturales de 1.64, 1.65 y 1.66 Hz, respectivamente, por lo que el valor tomado fue de 1.65 Hz. La parte (b) alude a otra respuesta en el tiempo para las fuerzas de oleaje.

La fig 29 evidencia otros resultados de dominio en el tiempo, correspondiente al caso de una situación de resonancia en el nivel de llenado al 50%, la cual permite una mejor apreciación de la respuesta del fluido al tener las fuerzas asociadas a esta situación, su valor máximo.

Los resultados mostrados en el dominio del tiempo (fig 28 y 29) vuelven evidente un pequeño decaimiento de las oscilaciones del fluido, derivadas del bajo amortiguamiento presente. Esta condición de bajo amortiguamiento es importante en el contexto de la oscilación de los fluidos transportados.



Ciclo	Periodo (s)	
1	0.608	
2	0.606	
3	0.602	

Nivel de llenado = 1/2





Fig 28. Ejemplos de respuesta en el tiempo para el tanque genérico



# Fig 29. Respuesta en el tiempo para un estado de resonancia a un nivel de 50% de llenado para el tanque genérico

#### Mediciones de las frecuencias naturales en función del nivel de llenado

La tabla 10 lista los resultados de los promedios de frecuencias naturales medidas para el rango de frecuencias de excitación,  $f_e$ , tomado como una función del nivel de llenado, la réplica considerada en los experimentos. La fig 30 representa la gráfica de los resultados listados en la tabla 10, revelando distintas curvaturas entre los primeros y últimos tres valores obtenidos, identificándose el punto de llenado a cuatro octavos como punto de transición. Aparentemente, el crecimiento de las frecuencias naturales con el volumen de llenado, se da a tasas mayores en los últimos niveles de llenado estimados. Para esta forma de contenedor, las variaciones relativas de las frecuencias y volúmenes de llenado quedan de la siguiente manera: 1.8932 para las frecuencias (2.2028 Hz/1.1635 Hz) y de 7/1 para los volúmenes. La tabla 11 contiene los resultados de frecuencia natural para una de las réplicas.

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Tabla 10.	Resultados	de f	para el	promedio de	e frecuencias	de cada ré	plica
---------------------------------------	-----------	------------	------	---------	-------------	---------------	------------	-------

Fracción de Ilenado (octavos)	Frecuencia natural <i>f</i> ₀ (Hz)			
	Réplica 1	Réplica 2	Réplica 3	Promedio
1	1.1685	1.1740	1.1480	1.1635
2	1.3482	1.3447	1.3469	1.3466
3	1.5112	1.4982	1.5121	1.5072
4	1.6526	1.6477	1.6541	1.6515
5	1.7924	1.7798	1.7815	1.7845
6	1.9540	1.9461	1.9431	1.9477
7	2.2065	2.1996	2.2022	2.2028



Fig 30. Frecuencia natural de oscilación como una función del volumen de Ilenado en el tanque de prueba. Tanque genérico

	<b>f</b> (11)	<i>6</i> (11)
Fraccion de llenado (volumen ml)	t <sub>e</sub> (Hz)	<i>t</i> <sub>0</sub> (Hz)
1/8 (663.75)ml	0.75	1.1280
1/8 (663.75)ml	1.00	1.1338
1/8 (663.75)ml	1.20	1.1839
1/8 (663.75)ml	1.25	1.1835
1/8 (663.75)ml	1.30	1.1279
1/4 (1327.5)ml	0.75	1.3308
1/4 (1327.5)ml	1.00	1.3396
1/4 (1327.5)ml	1.40	1.3762
1/4 (1327.5)ml	1.50	1.3458
1/4 (1327.5)ml	1.75	1.3435
1/4 (1327.5)ml	2.00	1.3180
3/8 (1991.25)ml	0.75	1.5195
3/8 (1991.25)ml	1.00	1.4080
3/8 (1991.25)ml	1.25	1.5099
3/8 (1991.25)ml	1.75	1.5044
3/8 (1991.25)ml	2.00	1.5120
3/8 (1991.25)ml	2.25	1.5073
1/2 (2655)ml	0.75	1.6743
1/2 (2655)ml	1.00	1.6744
1/2 (2655)ml	1.25	1.6518
1/2 (2655)ml	1.50	1.6479
1/2 (2655)ml	1.75	1.6404
1/2 (2655)ml	2.00	1.6739
5/8 (3318.75)ml	0.75	0.7500
5/8 (3318.75)ml	1.00	1.0000
5/8 (3318.75)ml	1.25	1.2500
5/8 (3318.75)ml	1.50	1.5000
5/8 (3318.75)ml	1.75	1.7500
5/8 (3318.75)ml	2.00	2.0000
3/4 (3982.5)ml	0.75	0.7500
3/4 (3982.5)ml	1.00	1.0000
3/4 (3982.5)ml	1.25	1.2500
3/4 (3982.5)ml	1.50	1.5000
3/4 (3982.5)ml	1.75	1.7500
3/4 (3982.5)ml	2.00	2.0000
7/8 (4646 25)ml	1.00	2.2021
7/8 (4646.25)ml	1.25	2.2444
7/8 (4646.25)ml	1.50	2.2286
7/8 (4646.25)ml	1.75	2.2068
1/8 (4646.25)mi	2.00	2.1822

## Tabla 11. Valores de fo para las distintas frecuencias de excitación

Análisis de varianza para los resultados de frecuencia natural en el recipiente genérico

La tabla 12 enumera algunos datos estadísticos de los resultados en cuanto a la variabilidad de las frecuencias naturales medidas, la cual se expresa en términos de la desviación estándar,  $\sigma$ , tanto en valor absoluto como relativo (%).

## Tabla 12. Desviaciones estándar σ obtenidas para los distintos niveles de Ilenado

Fracción de Ilenado	σ (Hz)	σ/μ, %
1/8	0.0137	1 18
1/6	0.0137	0.13
3/8	0.0078	0.51
1/2	0.0033	0.20
5/8	0.0068	0.38
3/4	0.0056	0.29
7/8	0.0035	0.15

Los valores para las varianzas relativas de la tabla 12 indican muy poca dispersión en las mediciones, exhibiendo un valor máximo relativo de tan sólo 1.18 %.

#### Análisis de las fuerzas de oleaje en función de la frecuencia de excitación

La fig 31 presenta los resultados de las variaciones de las fuerzas máximas de oleaje, como una función de la frecuencia de excitación y del nivel de llenado. La parte (a) corresponde a las fuerzas desarrolladas en términos del peso del líquido contenido. Estos resultados revelan frecuencias de resonancia para cada nivel de llenado, en la que las fuerzas se hacen máximas. En la figura el valor máximo para la relación de fuerza / peso del líquido se presenta para un llenado de un octavo del volumen total, en el que dicha relación alcanza un valor de 0.6. Las partes (b) y (c) hacen referencia a los valores de las fuerzas totales que corresponderían de manera proporcional a un tanque de 20,000 lt de capacidad en unidades de kN y kg, respectivamente. En las gráficas, los valores de resonancia se revelan

cercanos a los 40,000 N (4,000 kg aproximadamente), mientras que los mínimos, en condiciones lejanas a la de resonancia, son de 5,000 N. Estas magnitudes para las fuerzas derivadas del oleaje en tanques, se consideran importantes en el establecimiento de las condiciones de estabilidad de los vehículos.

La fig 32 representa la relación entre las fuerzas laterales de oleaje y la fracción de llenado del tanque, para un valor específico de la frecuencia de excitación (1 Hz), conforme los resultados a tanque escalado a 20,000 lt, secciones (b) y (c). Estos resultados muestran oscilaciones importantes para las fuerzas de oleaje, observándose picos a ciertos niveles de llenado, sin que se asocien al fenómeno resonante, sino a las distintas sensibilidades de esta relación fuerza-nivel de llenado.

## Análisis de la correlación entre $f_0$ y el nivel de líquido, y entre $f_0$ y el ángulo de la pared del recipiente en la interfase del liquido

La tabla 13 contiene los valores de las frecuencias naturales y de los ángulos de tangencia en la interfase nivel de líquido-pared ( $\alpha$ , fig 33), como una función del nivel de llenado. Los valores de los coeficientes de correlación (r, ec 1) entre estas características, resulta como sigue: entre  $f_0$  y el nivel de llenado, r=0.9959, y entre la  $f_0$  y  $\alpha$ , r = 0.9173. El valor de 0.9959 representa una mayor correlación entre los tres recipientes ensayados, denotando una importante influencia del nivel de llenado sobre las frecuencias naturales de oscilación. Por otro lado, la correlación entre  $f_0$  y  $\alpha$ , resultó ser la mínima de entre todas las pruebas desarrolladas para las distintas geometrías de tanques.



Fig 31. Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función de la frecuencia de excitación para siete niveles distintos de llenado. Tanque genérico


Fig 32. Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función del nivel de llenado, para una frecuencia de excitación 1.0 Hz, considerando un escalamiento para un tanque de 20,000 lt. Tanque elíptico

Fracción de llenado	H (cm)	α(°)	<i>f</i> <sub>0</sub> (Hz)
1/8	3.3	48.08	1.16
1/4	6.3	86.61	1.35
3/8	8.3	96.19	1.51
1/2	11.3	102.81	1.65
5/8	14.0	108.92	1.78
3/4	16.8	115.50	1.95
7/8	20.0	123.51	2.20

#### Tabla 13. Ángulos en las fronteras como una función del nivel de llenado



Fig 33. Características geométricas para un llenado parcial. Tanque genérico

#### 4.4 Análisis comparativo de las fuerzas de oleaje

Con objeto de facilitar el análisis e interpretación de los resultados referentes a las fuerzas de oleaje para los distintos tipos de tanques, en esta sección se incluyen los resultados de las variaciones de tales fuerzas como una función de la frecuencia de excitación, agrupando los resultados para cada nivel de llenado. Este agrupamiento permite el análisis comparativo del desempeño de las distintas formas del contenedor en cuanto a las fuerzas de oleaje que se desarrollan. De esta forma, las siete partes de la fig 34 muestran las fuerzas de oleaje como una función de la forma del recipiente y frecuencia de excitación, respectivamente para los siete niveles de llenado (desde 1/8 hasta 7/8). Los comentarios sobre estos resultados se incluyen a continuación:

Nivel 1/8 (fig 34 (a)): Tanto el tanque genérico como el elíptico muestran picos resonantes en los mismos niveles de frecuencia de excitación (1.17 Hz), mientras que la fuerza del elíptico es ligeramente mayor que la del genérico. El cilíndrico muestra una frecuencia natural ligeramente mayor, con un pico de fuerza entre los otros dos tanques. La mayor frecuencia natural se observa en el caso del recipiente cilíndrico.

Nivel 1/4 (fig 34 (b)): En este caso, las fuerzas del recipiente cilíndrico y del elíptico muestran picos de la misma magnitud, mientras que en el genérico son ligeramente menores. La menor frecuencia de resonancia se observa en el caso del tanque elíptico, mientras que la mayor es en el caso del cilíndrico.

Nivel 3/8 (fig 34 (c)): Para este nivel se aprecia una especie de convergencia en los valores para las tres formas de tanque, exhibiendo el cilíndrico valores ligeramente mayores, tanto en fuerza como en frecuencia, respecto a los otros dos tipos de contenedores.

Nivel 1/2 (fig 34 (d)): Se observa, al igual que para el nivel de 3/8, una menor dispersión de los valores tanto de fuerzas pico como de frecuencias naturales. Sin embargo, la menor  $f_0$  corresponde al caso del recipiente elíptico, seguido ahora del cilíndrico. La máxima fuerza la presenta el elíptico, mientras que la menor el cilíndrico.

Nivel 5/8 (fig 34 (e)): Las respuestas de los tanques cilíndrico y genérico convergen tanto en magnitud de la fuerza pico de oleaje como en el valor de la frecuencia natural. Adicionalmente, las fuerzas en estos recipientes son menores a las presentes en el elíptico.

Nivel 3/4 (fig 34 (f)): Los resultados indican una tendencia semejante al caso de 5/8 de llenado; esto es, coinciden las respuestas del cilíndrico con el genérico, al tiempo que el elíptico revela una menor frecuencia de resonancia y mayores fuerzas de oleaje.

Nivel 7/8 (fig 34 (g)): Estas respuestas muestran una convergencia para los distintos tipos de recipientes en cuanto al valor de la fuerza de oleaje máxima, mientas que la frecuencia de resonancia del contenedor elíptico es significativamente menor. De manera especial, presentan una menor sensibilidad de las fuerzas a la frecuencia, al estar cercana a la frecuencia de resonancia. Esto es, no se observa un pico claro de resonancia.

#### 4.5 Resultados para el 98% de llenado

La fig 35 indica un espectro de las fuerzas de oleaje, normalizadas al peso del líquido contenido para las tres formas y tamaños contemplados en este trabajo, como una función de la frecuencia de excitación. Estos resultados muestran las aparentes bondades del recipiente de sección elíptica, al exhibir menores fuerzas de oleaje para el rango de frecuencias considerado, a excepción de la frecuencia más baja ensayada.

Las menores fuerzas de oscilación en el caso del recipiente elíptico, se atribuyen a la fricción del fluido con las paredes del recipiente, ya que esta forma de tanque representa el máximo ángulo,  $\alpha$ , entre la pared del tanque y el fluido, para el nivel de llenado considerado.



Fig 34. Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función de la frecuencia de excitación para las tres geometrías indicadas, (a) 1/8 de llenado; (b)  $\frac{1}{4}$  de llenado; y (c) 3/8 de llenado









Fig 34 (cont). Fuerzas de oscilación F<sub>L</sub> como una función de la frecuencia de excitación para las tres geometrías indicadas, (a) 1/2 de llenado;
(b) 5/8 de llenado; (c) 3/4 de llenado



Fig 34 (cont). Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función de la frecuencia de excitación para las tres geometrías indicadas, (g) 7/8 de llenado



Fig 35. Fuerzas de oscilación  $F_L$  como una función de la frecuencia de excitación y forma del tanque, para un 98 % de llenado

#### 4.6 Discusión

Se han presentado los resultados que se obtuvieron de aplicar la metodología y aparatos descritos en el capitulo anterior. En este contexto, los resultados relativos a las respuestas en el tiempo, permitieron describir y analizar las mediciones, mostrando las incertidumbres y ruidos encontrados en tales señales. Aparentemente, tales ruidos pudieran haberse disminuido ante algunas mejoras en la instrumentación, que hubiesen incluido, por ejemplo, un medidor de fuerza basado en una celda de carga, en vez del transductor de fuerza empleado. Otro aspecto en estas mejoras sería la incorporación de un filtro específicamente diseñado para eliminar el ruido proveniente de la alimentación del voltaje de línea de 60 Hz. No obstante esto, los resultados de las fuerzas mostraron consistencia sobre el efecto del nivel de llenado y forma de tanque.

Por otro lado, se detectaron algunos efectos producidos por las imprecisiones en la manufactura de los tanques prototipo, que provocaron una dispersión en las excitaciones, respecto a las puramente transversales. Esto es, la convexidad de las paredes longitudinales de los recipientes, derivada del proceso empleado para su manufactura, ocasionó que las ondas se reflejaran de las paredes en direcciones no transversales, generando una ligera dispersión de las ondas. Sin embargo, el fenómeno se observó físicamente sólo a bajas frecuencias y para determinados niveles, siendo en general pequeño. La imperfección geométrica en la manufactura de los tanques representó una concavidad de 1.5 mm, en los 100 mm de longitud del tanque.

Un aspecto que podría resultar interesante de investigar sería obtener una mayor cantidad de puntos en el espectro de la respuesta en frecuencia en todos los experimentos, esto es, en lugar de los 10 que llegaron a obtenerse para el rango de 0.75 a 2.5 Hz, sería recomendable alcanzar 30 puntos, para ese mismo rango de frecuencias. Esto proveería una mayor precisión, sobre todo para los niveles en los que las respuestas de los diferentes tanques llegan a ser muy parecidas. Sin embargo, esa refinación en el experimento requeriría eliminar, de manera sustancial, el ruido que se tiene en el esquema experimental actual. Esto mismo podría aplicarse, también a los niveles de llenado de los tanques, es decir, en lugar de los siete niveles considerar al menos 14 niveles de llenado. En particular, sería de gran interés experimentar con niveles próximos al lleno total, lo cual representaría condiciones de trabajo en algunas industrias transportistas del ramo.

Otro aspecto de posible interés en este contexto experimental, es la inclusión de otros volúmenes de tanque y líquidos, así como el efecto de algunos elementos amortiguadores de la oscilación del fluido (rompeolas). Esto podría ser útil para hacer más seguro y eficiente el autotransporte de líquidos en general.

## Capítulo 5. Aproximación teórica para las frecuencias naturales

Se aplican los principios para la propagación de las ondas gravitacionales, a la predicción de las frecuencias naturales de oscilación,  $f_0$ , de los fluidos en los tanques (Elmore y Heald, 1969), introduciendo una fórmula para la obtención de tales frecuencias en el caso de tanques de cualquier forma (Hildebrand, 2002).

Una onda es una perturbación que se propaga a través de los puntos de un medio, sin causar desplazamiento permanente alguno en él. En particular, una onda gravitacional es aquella que se genera al perturbar el estado de reposo de una masa sometida a un campo potencial gravitacional. En la fig 36 se presenta un fluido que de alguna manera se ha sustraído de su posición horizontal de equilibrio. En este caso, la porción del fluido elevado de su posición de reposo horizontal una altura (*h*), queda sometida a un campo gravitacional que ocasionará su descenso y oscilación vertical.



## Fig 36. Representación de un fluido perturbado, y sometido a un campo gravitacional

#### 5.1 Descripción de la metodología de las ondas gravitacionales

La derivación de las ecuaciones de las frecuencias naturales de oscilación de los fluidos en recipientes rectangulares uniformes, consiste en un proceso que tiene como principio el establecimiento de las relaciones cinemáticas del movimiento de fluidos. Aunado a estas ecuaciones se establecen las relaciones de conservación de la masa (continuidad) y las ecuaciones dinámicas (segunda ley de Newton). Estos tres grupos de ecuaciones permiten fijar las ecuaciones de movimiento de la superficie del fluido, con objeto de obtener las expresiones para las frecuencias naturales de oscilación de los fluidos en los tanques. A continuación se describe el proceso de derivación y solución de las ecuaciones de propagación de las ondas superficiales en los líquidos, tal cual se presenta por Elmore y Helad (1969).

Las consideraciones más importantes en el desarrollo matemático para derivar las frecuencias naturales, son:

- El fluido es incompresible
- El fluido es no-viscoso (ideal)
- El fluido no sufre de vórtices, o corrientes parásitas

Las justificaciones para estas suposiciones se basan en:

- Para el rango de presiones considerado, el cambio en el volumen del líquido es despreciable (alturas de columna de agua, menores de 30 cm)
- II) Los fluidos como el agua tienen relativamente baja viscosidad
- III) En cuanto a la generación de vórtices, los esquemas de vibración del fluido no representan grandes amplitudes ni velocidades de oscilación en las que tales fenómenos pudieran presentarse

#### Ecuaciones cinemáticas

Las ecuaciones que describen el movimiento del fluido sin atender las fuerzas que lo generan, involucran formulaciones que consideran dos diferentes sistemas de referencia para describir el movimiento del fluido. Mientras que el sistema *euleriano* toma como referencia un sistema fijo en la tierra, el sistema *lagrangiano* establece como sistema de referencia la posición de las partículas en el fluido. La combinación de ecuaciones, según ambos sistemas, da como resultado una expresión simplificada que describe las condiciones de movimiento del fluido, que consisten en que el fluido no sufre cambios de dirección que involucren recirculaciones o remolinos (vórtices).

#### Ecuación de continuidad

La estimación de la conservación de la masa, aplicada en los tres ejes coordenados, y asumiendo una densidad constante para el fluido, da lugar a otra expresión fundamental para el desarrollo matemático que se persigue; consiste en establecer que no hay variación de la velocidad en las distintas direcciones de movimiento del fluido, lo cual se atribuye a la incompresibilidad de los líquidos considerados. Esto es, todos los elementos de fluido en una dirección (sea x, y o z), se mueven con la misma velocidad, lo que no significa que la velocidad no cambie con el tiempo.

#### Ecuaciones dinámicas

La segunda Ley de Newton se aplica a elementos discretos de fluido, de donde se desprende una relación de las fuerzas internas y externas del fluido. Como fuerzas externas, se tiene la gravedad y como internas se tienen las variaciones de presión entre punto y punto del fluido.

Combinando de nueva cuenta los sistemas de referencia, se establece una ecuación que expresa la relación entre la presión, la velocidad, la gravedad terrestre y la aceleración del fluido.

#### Ecuación general

Se establece una ecuación que rige las interrelaciones entre las variaciones espaciales de la velocidad del fluido, asumiendo que en una de sus direcciones no se presentará movimiento alguno del fluido (eje longitudinal de un canal). Para resolver esta ecuación se emplean las condiciones frontera conocidas, así como las relaciones dinámicas obtenidas.

Las condiciones frontera para el fluido en un recipiente, son:

- Velocidad vertical en el fondo del recipiente
- Aplicación de las condiciones de superficie libre en la ecuación dinámica derivada

Una solución es propuesta y probada, la cual consiste en una función especial (tangente hiperbólica), que representa una onda transversal cuya velocidad de propagación, c, (en m/s) se expresa de la siguiente manera:

$$c = \frac{\omega}{\kappa} = \left(\frac{g}{\kappa} \tanh \kappa h\right)^{1/2}$$
(2)

Donde:

g = aceleración de la gravedad

 $\kappa$  = número de onda =  $\frac{2\pi}{\lambda}$ ; donde  $\lambda$  es la longitud de onda (m)

 $\omega$  = frecuencia angular

$$h =$$
 altura del líquido

La ec 2 puede expresarse como:

$$c = \lambda f = \left(\frac{g}{\kappa} \tanh \kappa h\right)^{1/2}$$
(3)

Donde se ha sustituido:

Para el caso del primer armónico en el recipiente, la longitud de onda, 
$$\lambda$$
, es igual a 2L, como se muestra en la fig 37. La ec 3 queda entonces:

 $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ 

 $\omega = 2\pi f$ 

$$c = 2L f = \left(\frac{g}{\kappa} \tanh \kappa h\right)^{1/2}$$
(4)



## Fig 37. Oscilación del líquido en su primer modo, en un recipiente rectangular

De la ec 4 se despeja  $f_0$ .

#### 5.2 Aplicaciones

En este apartado se aplicará la ec 4 en la determinación de frecuencias de oscilación de fluidos contenidos. Se presentará una comparación con resultados experimentales, así como la aplicación de esta metodología para predecir las frecuencias naturales de los fluidos en otros tamaños y formas de tanques.

#### Altura equivalente de líquido

La ec 4 es válida para recipientes de forma rectangular. Para otras geometrías, se emplea una altura equivalente (Hildebrand, 2002), basada en un área equivalente, la cual la fig 38 representa como un recipiente rectangular con la misma área del recipiente no rectangular considerado, equivalente a un recipiente cilíndrico, llenado a un 50%.



## Fig 38. Alturas equivalentes para la aplicación de la ecuación (4) a recipientes no rectangulares

Considerando  $h_{eq}$  como h en la ec 4, es posible calcular las frecuencias naturales de oscilación del fluido, ( $f=f_0$ ), en función de la gravedad, g, y la longitud, L.

#### Recipiente cilíndrico

Se aplica ahora la metodología descrita en los párrafos anteriores, para obtener las frecuencias naturales de oscilación del fluido en un tanque de sección circular, como una función del nivel de llenado. La tabla 14 contiene los resultados de la frecuencia natural,  $f_{0}$ , para un tanque de sección circular de 25 cm de diámetro, como una función del nivel de llenado. La fig 39 muestra la gráfica de los resultados en esta tabla.

Volumen	L	h <sub>eq</sub>	$f_0$
(fracción)	(cm)	(cm)	(Hz)
0.125	19.3	3.2	1.385
0.25	22.9	5.4	1.463
0.375	24.5	7.5	1.541
0.5	25.0	9.8	1.623
0.625	24.5	12.5	1.714
0.75	22.9	16.1	1.826
0.875	19.3	22.2	2.009

Tabla 14	Frecuencias	calculadas	para el r	ecipiente	cilíndrico
	110000010100	Jaioaiaaao	puiu 01 1	00101100	0



Fig 39. Frecuencias naturales, calculadas para un recipiente cilíndrico

#### Recipiente elíptico

Se aplica ahora la metodología de las ondas gravitacionales para obtener las frecuencias naturales de oscilación del fluido en el recipiente elíptico, como una función del nivel de llenado.

La tabla 15 enuncia los resultados de la frecuencia natural,  $f_{0}$ , para el tanque de sección elíptica descrito en el subcapítulo 3.5, como una función del nivel de llenado; por su parte la fig 40 grafica estos resultados.

Volumen	L	h <sub>ea</sub>	f <sub>0</sub>
(fracción)	(cm)	(cm)	(Hz)
0.125	23.4	2.8	1.096
0.25	27.7	4.7	1.176
0.375	29.6	6.6	1.265
0.5	30.2	8.7	1.362
0.625	29.6	11.0	1.474
0.75	27.8	14.1	1.608
0.875	23.7	19.4	1.805

#### Tabla 15. Frecuencias calculadas para el recipiente elíptico



#### Fig 40. Frecuencias naturales calculadas para un recipiente elíptico

#### Recipiente de sección genérica

Se aplica ahora la metodología de las ondas gravitacionales para obtener las frecuencias naturales de oscilación del fluido en el recipiente genérico descrito en 3.5, como una función del nivel de llenado. La tabla 16 muestra los cálculos de la

frecuencia natural,  $f_{0}$ , para el tanque de sección genérica, como una función del nivel de llenado, y la fig 41 la gráfica de dichos resultados.

Volumen	L	h <sub>eq</sub>	$f_0$
(fracción)	(cm)	(cm)	(Hz)
0.125	23.8	2.8	1.074
0.25	26.3	5.0	1.263
0.375	26.2	7.6	1.468
0.5	25.2	10.6	1.639
0.625	23.6	14.0	1.775
0.75	21.3	18.7	1.905
0.875	17.7	26.2	2.099

Tabla 16.	Frecuencias	calculadas	para el	recipiente	genérico
-----------	-------------	------------	---------	------------	----------



Fig 41. Frecuencias naturales calculadas para un recipiente de sección genérica

#### Resumen de resultados

La fig 42 representa los resultados para las tres formas de tanque consideradas; en ellos se observa una tendencia del crecimiento de las frecuencias naturales conforme se aumenta el nivel de llenado. Estas tendencias coinciden con lo obtenido experimentalmente (cap 4).



# Fig 42. Resultados de las frecuencias naturales $f_0$ como una función del nivel de llenado y forma del tanque, predichas de acuerdo con la teoría de ondas gravitacionales

#### 5.3 Validación

Se comparan los resultados teóricos para las frecuencias naturales obtenidos en la sección anterior, con los resultados experimentales descritos en el capítulo 4.

#### Recipiente cilíndrico

La fig 43 corresponde a la gráfica de los resultados teóricos y de los valores experimentales. Estos datos revelaron una correlación entre ellos de 0.991.



## Fig 43. Comparación de los resultados teóricos y experimentales para el caso del recipiente cilíndrico

#### Recipiente elíptico

En la fig 44 se presentan los resultados teóricos y experimentales, mismos que muestran una correlación entre ellos de 0.999. Se observa además que la aproximación teórica no coincide con la experimental para niveles de llenado bajos (0.125 - 0.375). lo cual es atribuible a una fuerte sensibilidad de la longitud, *L*, como una función de la altura de llenado, lo que provoca que pequeñas variaciones en la altura de llenado representen fuertes cambios en la longitud *L*.

#### Recipiente de sección genérica

Los resultados teóricos, comparados con los valores obtenidos experimentalmente para el caso del recipiente de sección genérica, se exponen en la figura 45, revelando una correlación entre ellos de 0.994. Para este caso se observa una estrecha relación entre los valores teóricos y experimentales para el nivel medio de llenado, la cual se pierde para niveles de alto y bajo llenado, por las incertidumbres asociadas a las longitudes *L* para tales niveles de llenado.

#### Escalamiento

Se aplica la metodología de ondas gravitacionales en la predicción de las frecuencias naturales de oscilación en tanques de tamaños próximos a los utilizados comúnmente. La fig 46 muestra estos resultados para un diámetro de recipiente cilíndrico de 2.02 m.



Fig 44. Comparación de los resultados teóricos y experimentales para el caso del recipiente elíptico



Fig 45. Comparación de los resultados teóricos y experimentales para el caso del recipiente genérico

#### 5.4 Discusión

Los resultados indican que el enfoque de las ondas gravitacionales es aplicable para determinar las frecuencias naturales de líquidos en tanques de diferentes formas. Las pequeñas discrepancias entre los valores teóricos y los experimentales se observaron en los niveles en los cuales se tiene mayor incertidumbre respecto a las dimensiones de las variables calculadas.



Fig 46. Resultados para un tamaño 8.1 veces más grande. El diámetro del tanque cilíndrico es de 2.02 m

Se ha presentado una aproximación experimental al estudio del oleaje en tanques, el cual ha abarcado tanto la determinación de las frecuencias de oscilación libre de los líquidos contenidos, como las fuerzas de oleaje desarrolladas. Complementariamente a este enfoque se ha propuesto una aproximación teórica para definir las frecuencias naturales de oscilación, cuyos resultados se correlacionaron con los valores experimentales.

La instalación experimental consistió en un excitador electromecánico armónico, que trabajando en posición horizontal impulsó un soporte de tanque móvil, que se desplazó sobre tres rodamientos a lo largo de guías de aluminio. El equipo contó con dispositivos para lograr el alineamiento entre el desplazamiento previsto por el excitador y las guías de aluminio.

La instrumentación la configuró un transductor de fuerza, instalado en serie entre el excitador y el soporte de tanque móvil, así como transductores de aceleración y de desplazamiento, mismos que se emplearon para verificar la frecuencia de excitación de parte del excitador. Como equipos complementarios se tuvieron osciloscopios y acondicionadores de señal. El arreglo general del equipo fue semejante a otras aproximaciones reportadas en la literatura.

El procedimiento de prueba consistió en excitar el dispositivo transversalmente durante un número dado de ciclos, para después interrumpir la excitación y dejar que el fluido oscilase libremente. Este procedimiento se conoce como medición de fuerzas residuales.

El diseño experimental fue multifactorial, donde los factores se definieron como sigue: frecuencia de excitación, nivel de llenado, forma de tanque y número de réplica. Para cada factor se tuvieron diferentes niveles (7 volúmenes de llenado, 3 formas de tanque, 3 réplicas y más de 6 frecuencias de excitación). El número de pruebas efectuadas fue 378.

Los resultados mostraron una alta repetibilidad en cuanto a las frecuencias naturales de la oscilación del fluido, con desviaciones estándar relativas menores al 2%.

Las frecuencias naturales de oleaje mostraron tendencias consistentes, incrementándose a medida en que mayores volúmenes de llenado se iban considerando. Los distintos tanques (cilíndrico, elíptico y genérico), revelaron diferentes sensibilidades de variación de la frecuencia natural para el amplio rango de variación de volumen de llenado estimado. Para la variación de 7 a 1 calculada en el volumen del líquido contenido, las variaciones relativas a la frecuencia natural mínima de los distintos tanques fue como sigue: 42 % en el tanque

cilíndrico; 54.2 % en caso del elíptico, y 89 % en el del genérico. De esta manera, el recipiente genérico mostró la más alta sensibilidad a los cambios en los niveles de llenado, mientras que fue el cilíndrico el que menos sensibilidad registró.

Los promedios de frecuencias naturales de los distintos tanques, para los siete niveles de llenado empleados, fueron: 1.66 Hz para el cilíndrico; 1.44 Hz para el elíptico, y 1.65 Hz para el genérico. La mínima frecuencia, 1.16 Hz, se encontró en el caso del tanque genérico, a un octavo de llenado; la máxima frecuencia también en el caso del recipiente genérico fue de 2.2 Hz (7/8 de llenado). Como se ha señalado, este tipo de geometría fue el que más sensibilidad mostró respecto a la variación de la frecuencia de oscilación como una función del nivel de llenado. Es importante destacar que estas evaluaciones son comparativas y toman en cuenta sólo los niveles de llenado considerados, o sea que se obtendrían frecuencias más altas en los casos de mayores porcentajes de llenado.

Por cuanto a las fuerzas de oleaje residuales en los experimentos, se tiene que con respecto al peso del líquido contenido, la forma de tanque que presentó el máximo valor fue el elíptico, con un valor de 0.82 el peso del líquido. Le siguió el cilíndrico con 0.73 el peso del fluido contenido, y finalmente el genérico, con 0.6 veces el peso del fluido comprendido.

Los valores promedio de las fuerzas de oleaje, expresadas como una función del peso del líquido incluido, para el rango de frecuencias y niveles de llenado considerados, fue: 0.198 para el caso del recipiente cilíndrico; 0.245 para el elíptico y 0.222 para el recipiente genérico. Estos resultados muestran el efecto de la libertad que tiene el fluido al moverse en el tanque elíptico, que fue el que representó la mayor fuerza de oleaje en proporción al peso del líquido contenido. El que manifestó menor fuerza fue el cilíndrico, mientras que el genérico quedó en una posición aproximadamente central entre los otros dos tanques.

De esta manera, se concluye que el recipiente con mayores sensibilidades al cambio en el volumen de llenado fue el genérico, mientras que el que resultó menos sensible fue el cilíndrico. Por otro lado, el que generó mayor fuerza en promedio, fue el elíptico, seguido del genérico y el cilíndrico. El promedio máximo (recipiente elíptico) fue un 23 % mayor que el promedio mínimo (recipiente cilíndrico).

Acerca de la aproximación teórica propuesta, basada en ondas gravitacionales, las correlaciones indican que tal metodología puede emplearse para predecir las frecuencias naturales de oscilación en tanques de cualquier forma.

En relación con las pruebas a un alto nivel de llenado, el contenedor elíptico reveló un mejor comportamiento, al desarrollar en general fuerzas menores a las obtenidas con las otras formas de recipientes.

#### Recomendaciones para un trabajo futuro

Como trabajos al corto plazo está el desarrollo de pruebas con otros tamaños de recipientes, que permitan obtener las fuerzas de oleaje en recipientes cercanos a los que normalmente se emplean en el transporte de líquidos.

El estudio se ha centrado en las fuerzas laterales de oleaje, las cuales se consideran determinantes para el análisis de la estabilidad de los vehículos tipo autotanque. Sin embargo, las fuerzas verticales durante el oleaje, también pueden representar fuentes de inestabilidad, por lo que su medición es necesaria. Por su parte, la medición de fuerzas de oleaje verticales proveería información acerca de la posición lateral del fluido contenido.

Finalmente, y dado que el transporte de sustancias se efectúa en ocasiones con altos niveles de llenado mayor al 90%, se recomienda la experimentación con niveles de llenado entre el 90 y 98%.

- Abramson, H N. "The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers", National Aeronautics and Space Administration, NASA SP-106 (1966).
- Aquaro, M J, Mucino, V H, Gautam, M, y Salem, M. "A Finite Element Modeling Approach for Stability Analysis of Partially Filled Tanker Trucks", SAE paper 1999-01-3708 (1999).
- Elmore, C W, Heald, M A. *Physics of Waves*, Dover Publications, Inc. New York (1969).
- Ervin, R D, Barnes, M, y Wolfe, A. "Liquid Cargo Shifting and the Stability of Cargo Tank-trucks", University of Michigan Transportation Research Institute, UMTRI-85-35/1 (1985).
- Hildebrand, R. "Aspects to Consider Relating Tank-trucks Stability", Notas de trabajo, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Qro (2002).
- IMT. "Procedimientos de prueba y operación. Manuales de Usuario" (1998).
- Kang, X, Rakheja, S, y Stiharu, I. Tank Shape Optimization for Enhancement of Roll Stability of Partially-filled Tank Vehicles in Steady Turning, Presented at ASME IMECE-2000, Orlando, Flo, nov. 2000.
- Popov, G, Sankar, S, y Sankar, T S. "Optimal Shape of a Rectangular Road Container" *Journal of Fluids and Structures*, Vol 7, pp 75-86 (1993).
- Rakheja, S, Ranganathan, R, y Sankar, S. "Field Testing and Validation of Directional Dynamics Model of a Tank-truck", International Journal of Vehicle Design, Vol. 13, No. 3, 1992, pp. 251-275 (1992).
- Rakheja, S, and Wang, Z. 'Analysis of Braking Process of a Partially-filled Tractortank Semitrailer', *Advances in Transportation Systems, CSME Forum SCGM*, pp. 326-333 (1996).
- Romero, J A, et al. "Modelado de la interacción carga sólida vehículo", Publicación Técnica 189, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Qro (2002).
- Romero, J A, Rakheja, S, y Ahmed, A K W. "Restrained Cargo Dynamics in Road Transportation: Indirect Tiedowns", Heavy Vehicle Systems. International Journal of Vehicle Design, Vol 9, No. 2, pp. 93-114 (2002).

- Sankar, S, Sankar, T S, y Popov, G. "Dynamics of Liquid Sloshing in Elliptical Road Containers", Memorias Canadian Society of Mechanical Engineers Conference 1992, Montreal, Canadá (1992).
- Strandberg, L. "Lateral Stability of Road Tankers", VTI Report No 138A, Sweden, Vol. 1, 1978.



CIUDAD DE MEXICO	SANFANDILA		
Av. Patriotismo 683 Col. Mixcoac 03730, México, D. F. Tel (55) 56 15 35 75 55 98 52 18 Fax (55) 55 98 64 57	Km. 12+000, Carretera Querétaro-Galindo 76700, Sanfandila, Qro. Tel (442) 2 16 97 77 2 16 96 46 Fax (442) 2 16 96 71		
Internet: http://www.imt.mx publicaciones@imt.mx			