



Instituto
Mexicano del
Transporte

COORDINACION DE INFRAESTRUCTURA

INFORME DE INVESTIGACIÓN

PROYECTO No. IE 22/14

EVALUACIÓN DE LA UTILIDAD DE SERIES TEMPORALES EXISTENTES DE IRI PARA LA
PREDICCIÓN DEL DETERIORO DE PAVIMENTOS

Responsable del proyecto:

M. C. José Ricardo Solorio Murillo
Jefe de Grupo de Investigación en Gestión de Infraestructura Carretera

Aprobó:

MC Rodolfo Téllez Gutiérrez
Coordinador de Infraestructura

Autorizó:

M en I M en C José San Martín Romero
Director General

12 de enero de 2015

Este trabajo fue realizado por Ricardo Solorio Murillo, Monserrat Montoya Ortega y Roberto Hernández Domínguez, investigadores de la División de Laboratorios de Infraestructura del Instituto Mexicano del Transporte.

Contenido

1	Introducción	5
2	Cadenas de Márkov	6
3	Uso de cadenas de Márkov para modelar el deterioro a nivel de red.....	9
3.1	Antecedentes.....	9
3.2	Procedimiento general para el desarrollo de modelos de Márkov a nivel de red.....	9
4	Descripción general de la información utilizada.....	10
5	Utilidad de los datos para el modelado del deterioro	12
5.1	Planteamiento del problema	12
5.2	Factores que determinan el cambio anual de las mediciones.....	13
5.3	Prueba t por pares para la comparación de medias	13
5.4	Ajuste de las series a la distribución normal	15
6	Obtención de cadenas de Márkov	15
6.1	Definición de familias e identificación de datos útiles	16
6.2	Características de las series de IRI correspondientes a la familia 00-DB-PMA-TMB	18
6.3	Aplicación de la prueba t por pares para la diferencia de medias	19
6.4	Generación de las matrices de probabilidades de transición bianuales	22
6.5	Obtención de la MPT promedio del periodo	25
6.6	Resumen de resultados para la familia 00-DB-PMA-TMB.....	26
6.7	Resultados globales y sensibilidad del modelo.....	27
6.8	Resumen de la metodología empleada.....	32
7	Conclusiones y posibles trabajos futuros.....	33
8	Referencias.....	34

1 Introducción

El presente trabajo amplía los alcances del estudio exploratorio contenido en la Publicación Técnica no. 396 del IMT, el cual se refiere la aplicación de las cadenas Márkov al modelado del deterioro de pavimentos (Solorio, et al., 2014). En ese estudio exploratorio, la aplicación del método se limitó a tramos individuales de carretera y a un par único de series anuales de datos del Índice de Regularidad Internacional (IRI). El IRI se utilizó como parámetro de deterioro por ser el indicador con mayor disponibilidad de información en el país.

Si bien el estudio permitió verificar de manera preliminar la aplicabilidad de las cadenas de Márkov en el entorno carretero mexicano, se considera que el modelado individual de tramos haría extremadamente complejo el uso generalizado del método, dada la extensión y variedad de la red nacional de carreteras y, particularmente, de la red federal, que constituye la parte más importante de la infraestructura vial del país.

Por otro lado, en la última década, distintas dependencias de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) han venido realizando anualmente mediciones de IRI, de manera que, a la fecha, se cuenta con series históricas de alrededor de cinco años en el caso de la red federal libre de peaje, y de diez años o más en el de la red de cuota.

Tomando en cuenta lo anterior, en este trabajo se decidió ampliar el ámbito de aplicación de las cadenas de Márkov para incluir el modelado del deterioro a nivel de red y para desarrollar modelos representativos de periodos mayores a cinco años.

El trabajo descrito en el presente informe se refiere a un estudio piloto para el desarrollo de una metodología destinada a la generación de modelos de deterioro basados en cadenas de Márkov con un enfoque de red. El estudio utiliza información de tramos de la red federal de carreteras ubicados en la región sureste del país.

A continuación se describe de manera general la manera en que se encuentra estructurado el documento.

En la sección 2 se presenta un resumen del marco teórico de las cadenas de Márkov, con el objeto de puntualizar algunos conceptos que resultan esenciales para la comprensión del método. La sección 3 enfatiza la necesidad de ampliar el ámbito de aplicación de las cadenas de Márkov y sintetiza el procedimiento general para el desarrollo de modelos markovianos a nivel de red.

Por otro lado, en la sección 4, se describe el juego de datos empleado en el desarrollo de la metodología. La sección 5 aborda el problema de verificar la utilidad de las series de datos disponibles para el modelado del deterioro. En esta sección se destacan los factores que influyen en los cambios que pueden observarse entre dos series de datos consecutivas y se propone el uso de la prueba t por pares para seleccionar las series útiles para el predicción del deterioro.

En la sección 6 se aborda propiamente el desarrollo de la metodología, empleando los datos antes mencionados. La metodología comprende la clasificación de los tramos de carretera en familias con características comunes, la aplicación de la prueba t por pares, la generación de las matrices bianuales de probabilidades de transición y la obtención de una matriz representativa del periodo de análisis.

Finalmente, en la sección 7 se puntualizan las conclusiones del trabajo y se identifican algunas tareas que podrían darle continuidad en el futuro.

2 Cadenas de Márkov

Las cadenas de Márkov se refieren a un modelo estocástico que representa el estado de un sistema a través de una variable aleatoria de tipo vectorial, con la particularidad de que, como se especifica enseguida, el estado actual del sistema depende únicamente del estado actual y no de los estados previos. Este modelo tiene las siguientes propiedades:

- a) Es discreto en el tiempo.
- b) Comprende un espacio finito de estados posibles.
- c) El cambio entre estados está determinado por un conjunto de probabilidades p_{ij} .
- d) La probabilidad de que el proceso pase del estado i al j depende únicamente del estado actual y no de los estados anteriores. A esta característica se le conoce como *propiedad de Márkov* y puede enunciarse como sigue (Lam, 2008):

$$p(a_{t+1})|p(a_1), p(a_2), \dots, p(a_t) = p(a_{t+1})|p(a_t) \quad (2.1)$$

donde:

$p(a_k)$: Probabilidad de que el proceso a se encuentre en un determinado estado en el ciclo de servicio k .

El uso de cadenas de Márkov para modelar el deterioro de pavimentos parte de los siguientes supuestos:

- Los estados del proceso corresponden a los distintos niveles de deterioro, definidos en términos de indicadores de daño como la irregularidad, los deterioros superficiales o de índices compuestos como el Índice de Nivel de Servicio Actual (*PSI* por *Present Serviceability Index*).
- El nivel de deterioro se expresa mediante un rango de valores o *banda* del indicador de daño utilizado, por ejemplo, $1.5 \leq IRI < 3.5$ para el Índice de Regularidad Internacional (IRI).
- Los estados del proceso ocurren en ciclos de servicio con una duración fija, normalmente de un año.
- Se asume que el deterioro de pavimentos cumple con la propiedad de Márkov, es decir, que el estado futuro depende únicamente del estado actual.

Como en cualquier proceso markoviano, el estado del pavimento para un ciclo de servicio t se describe mediante un *vector de estado*, el cual tiene la forma:

$$\mathbf{a}_t = (a_{t,1}, a_{t,2}, \dots, a_{t,n}) \quad (2.2)$$

donde:

\mathbf{a}_t : Vector de estado en el ciclo de servicio t .

$a_{t,i}$: Fracción del tramo o conjunto de tramos que se encuentra en el estado i .

$$a_{t,i} \geq 0 \forall i$$

$$\sum_i a_{t,i} = 1$$

Para obtener el vector de estado que corresponde al ciclo de servicio $t + 1$ dado el vector de estado del ciclo t , se utiliza una entidad denominada *matriz de probabilidades de transición (MPT)*. Esta matriz, agrupa todas las probabilidades p_{ij} de que el estado del pavimento pase del estado i al estado j entre dos ciclos de servicio consecutivos, y se define como:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde:

\mathbf{P} : Matriz de probabilidades de transición (MPT).

p_{ij} : Probabilidad de que el estado del pavimento cambie del estado i al estado j entre los ciclos de servicio t y $t + 1$.

En este caso, se debe verificar que:

$$p_{ij} \geq 0 \forall i, j$$

$$\sum_i p_{ij} = 1 \forall j$$

Tomando en cuenta lo anterior, si \mathbf{a}_0 es el vector de estado al inicio del periodo de análisis ($t = 0$), el vector de estado para $t = 1$ está dado por:

$$\mathbf{a}_1 = [a_{0,1}, a_{0,2}, \dots, a_{0,n}] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} = [a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}]$$

o, en notación matricial:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_0 \mathbf{P} \quad (2.4)$$

Si la MPT se mantiene constante en el segundo año del periodo de análisis y en los ciclos de servicio subsecuentes:

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^2$$

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 \mathbf{P}^t \quad (2.5)$$

donde t representa cualquier ciclo de servicio.

Cuando se asume que las matrices de probabilidades de transición no cambian en el tiempo, se denomina a las cadenas de Markov resultantes *cadenas homogéneas*, y en caso contrario, *cadenas no homogéneas*. Dado que las variables explicativas del deterioro del pavimento, como el tránsito o la capacidad estructural, cambian en el tiempo, en un sentido estricto siempre deberían utilizarse cadenas de Márkov no homogéneas. Sin embargo, normalmente el proceso se simplifica obteniendo MPT representativas de periodos de alrededor cinco años (Butt, et al., 1994).

Por otro lado, en todo proceso de Márkov aplicado a modelar el deterioro de pavimentos, se debe cumplir que:

$$p_{ij} = 0 \forall i > j, \text{ y:}$$

$$p_{nn} = 1$$

La primera condición se establece que un pavimento no puede mejorar su condición si no es sometido a trabajos de conservación. Con $p_{nn} = 1$, se reconoce que existe un estado terminal en el que el pavimento ha alcanzado su peor condición y, por consiguiente, no puede ya sufrir deterioro alguno. Considerando estas restricciones, la forma usual de una MPT para modelar el deterioro de pavimentos es:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & p_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Adicionalmente, es usual suponer que el pavimento no puede deteriorarse en más de un estado durante un ciclo de servicio, con lo que la MPT queda:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En lo que se refiere al cálculo de los elementos p_{ij} de la MPT, normalmente se emplean dos métodos (Ortiz-García, et al., 2006). El primero de ellos se basa en la existencia de información sobre el estado del pavimento para dos años consecutivos, la cual se utiliza para calcular las probabilidades de transición como:

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \quad (2.8)$$

donde:

N_{ij} : Número de tramos que pasaron del estado i al estado j en un ciclo de servicio.

N_i : Total de tramos que se encontraban en el estado i al inicio del ciclo.

El segundo método se aplica cuando no se tiene ninguna información, y consiste en estimar las p_{ij} a partir de las opiniones de un grupo de expertos.

3 Uso de cadenas de Márkov para modelar el deterioro a nivel de red

3.1 Antecedentes

El presente trabajo fue antecedido por un estudio exploratorio llevado a cabo con el fin de evaluar la aplicabilidad de las cadenas de Márkov en el modelado del deterioro de los pavimentos mexicanos (Solorio, et al., 2014). En este estudio, el modelo se aplicó a tramos individuales de carretera y a un par único de series anuales de datos del Índice de Regularidad Internacional (IRI).

Si bien el estudio permitió verificar de manera inicial la utilidad de las cadenas de Márkov para pronosticar la evolución del IRI, es claro que el modelado individual de tramos haría muy compleja la aplicación generalizada del método en el país, dada la extensión y variedad de la red nacional o de cualquiera de las subredes que la componen, como la red federal libre, la red federal de cuota o aun las redes estatales.

Por otro lado, en lo que toca a la red federal, se ha podido comprobar que existe una disponibilidad de datos de IRI de cinco o más años, información que podría ser muy útil para dar mayor confiabilidad a la aplicación del método.

Tomando en cuenta lo anterior, para este trabajo se propuso adoptar un enfoque de red, agrupando para ello los tramos individuales en *familias* con niveles similares de capacidad estructural, tránsito y otras características. La información utilizada corresponde a tramos de la red federal localizados en la zona sureste del país. En la sección 4 se presenta una descripción general de esta información.

El trabajo comprende la integración preliminar de una metodología para el desarrollo de modelos de deterioro a nivel de red basados en cadenas de Márkov, para lo cual se llevó a cabo un estudio piloto con la información mencionada en el párrafo anterior.

3.2 Procedimiento general para el desarrollo de modelos de Márkov a nivel de red

Como se indica en el estudio exploratorio (Solorio, et al., 2014), el procedimiento documentado en la literatura para aplicar las cadenas de Márkov a nivel de red puede resumirse en los siguientes puntos (Butt, et al., 1994):

- a) Seleccionar un conjunto de tramos carreteros y clasificarlos en familias con atributos similares como tipo de pavimento, historial de reparaciones, condición actual o uso de la carretera.
- b) Preparar series de datos históricos de diez o más años para cada una de las familias.
- c) Eliminar las inconsistencias presentes en estas series mediante procesos de filtrado y detección de valores atípicos.
- d) Para cada familia, obtener una cadena de Márkov representativa del periodo comprendido por las series de datos.

Butt *et al.* proponen obtener las cadenas representativas a través de un proceso de optimización basado en las siguientes consideraciones:

- Todos los tramos se encuentran en el estado de deterioro 1 a la edad de cero años, es decir, el vector de estado al inicio del periodo de análisis está dado por:

$$\mathbf{a}_0 = (1, 0, \dots, 0)$$

- La condición del pavimento no se degrada en más de un estado por año.

El proceso de optimización consiste en determinar p_1 a p_{N-1} parámetros, con N igual al número de estados de deterioro posibles, de modo que se minimice la función objetivo:

$$\sum_{t=1}^N \sum_{j=1}^{M_t} \{Y(t, j) - E[X(t, p_t)]\}$$

donde:

N : Número de ciclos de servicio (años) con datos disponibles

M_t : Total de mediciones del indicador de deterioro registradas en el año t .

$Y(t, j)$: Medición individual realizada en el año t .

p_t : Probabilidad de que el tramo permanezca en el mismo estado en el año t .

$E[X(t, p_t)]$: Valor esperado del indicador de deterioro estimado con la cadena de Márkov.

Como alternativa al procedimiento anterior, los elementos de la matriz representativa pueden obtenerse como el promedio de las probabilidades de transición que corresponden a los diferentes pares de años comprendidos en el periodo, lo cual equivale a generar una MPT *promedio* (Ortiz-García, et al., 2006). Aunque la aplicación de esta alternativa puede resultar considerablemente más sencilla, es de esperarse que proporcione una aproximación menor a los datos originales que el proceso de optimización.

4 Descripción general de la información utilizada

El desarrollo de modelos de deterioro a nivel de red requiere no sólo de información sobre el parámetro elegido para caracterizar el deterioro –en este caso el IRI–, sino también de datos complementarios que permitan clasificar los tramos en familias, de acuerdo con lo mencionado en la sección 3. Estos datos complementarios incluyen variables relacionadas con el tránsito, la competencia estructural, el tipo de pavimento, el clima y el historial de construcción y conservación, las cuales, en conjunto, determinan el patrón de deterioro de los tramos que comparten estas características y que, por lo tanto, pueden también compartir un modelo de deterioro.

En el estudio piloto desarrollado para la integración de la metodología, se utilizó un juego de datos correspondiente a tres tramos de la red federal localizados en la zona sureste del país, con una longitud total de 480 km. El juego de datos comprende la siguiente información:

- Series de IRI de 2004 a 2013, con un espaciamiento de 20 m (no existen datos de 2012 para el tercero de los tramos).
- Volumen y composición del tránsito.
- Tipos de pavimento (2008).
- Deflexión central del pavimento.
 - 2005, con espaciamiento de 1 km.
 - 2008, con espaciamiento de 500 m.
 - 2012, con espaciamiento de 100 m.
- Espesor de la capa superficial (2008, 2012/2013).
- Zonas climáticas.
- Edad de los trabajos de reconstrucción, rehabilitación y sellado hasta el año 2008.

En lo que respecta a las series temporales de IRI, cabe destacar que, tanto en los tramos seleccionados como en muchos otros de la red federal libre y de cuota, se observaron patrones de evolución muy erráticos, con innumerables casos en los que el IRI muestra una disminución marginal entre años consecutivos que, por su magnitud, difícilmente puede explicarse por la ejecución de trabajos de conservación, siendo la presencia de errores de medición una causa mucho más probable.

En la Figura 1 se ilustra este patrón errático con datos de uno de los tramos considerados en el estudio. La figura muestra curvas de promedios de IRI a cada kilómetro para un segmento de 5 km.

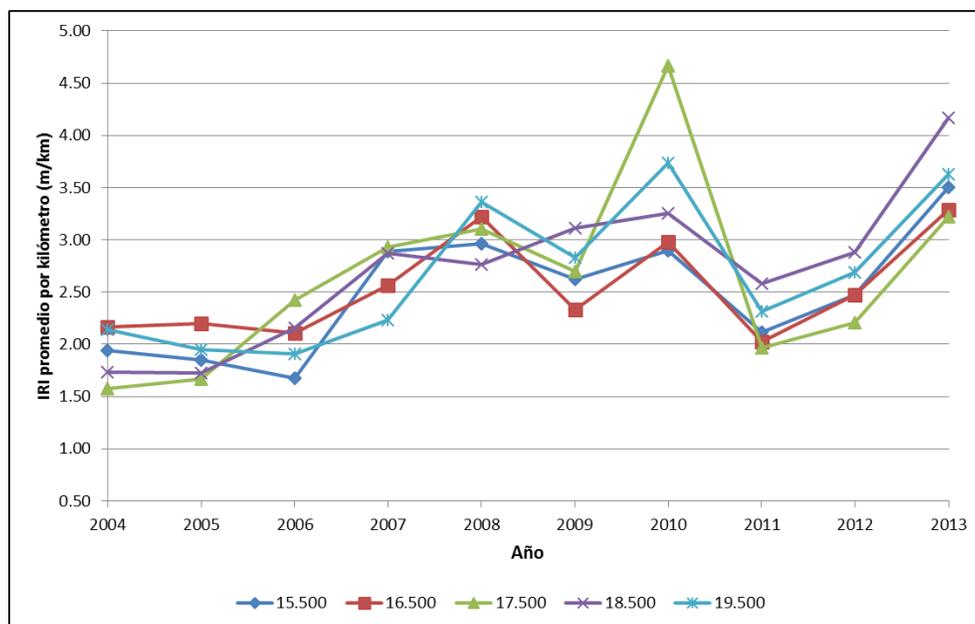


Figura 1. Patrones de evolución del IRI.

5 Utilidad de los datos para el modelado del deterioro

5.1 Planteamiento del problema

En términos generales, puede afirmarse que una serie de datos es útil para el modelado del deterioro en la medida en que realmente constituye una representación la degradación de los pavimentos. En este sentido, el comportamiento errático de las series ilustrado en el inciso anterior podría ser indicativo de que las series de IRI disponibles no cumplen del todo con esta característica.

En la Figura 2 se muestra una gráfica tiempo-IRI representativa de los datos de IRI por kilómetro de un tramo de la red federal. En esta figura, los puntos alineados con cada año representan los distintos valores por kilómetro registrados dentro del tramo en ese año.

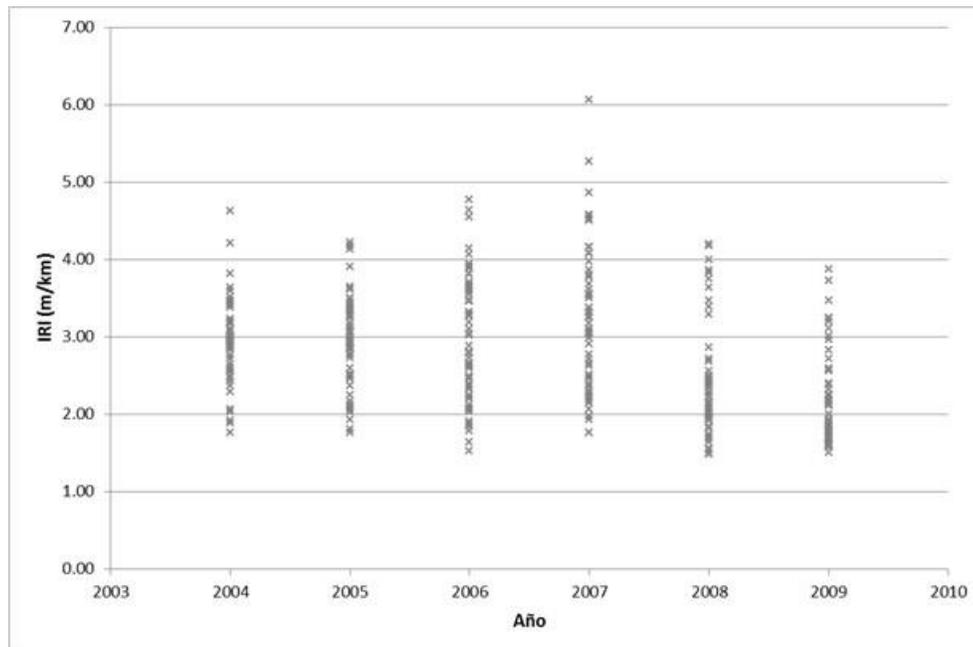


Figura 2. Representación gráfica de series temporales de IRI medidas en la red federal.

Con referencia a la Figura 2 pueden observarse los siguientes comportamientos:

- Cambios en la distribución de los datos en cada año.
- Incremento global del IRI entre los años 2004 y 2007.
- Descenso pronunciado del IRI entre los años 2007 y 2008.
- Ligero decremento entre los años 2008 y 2009.

Es claro que las descripciones anteriores, sobre todo cuando los cambios a los que se refieren no son pronunciados, corresponden a una apreciación subjetiva de la información contenida en la figura. Por lo tanto, se requiere un método objetivo y sistemático que permita seleccionar con un determinado nivel de certidumbre series representativas del deterioro del pavimento. Una vez hecha esta selección, podrían aplicarse filtros para eliminar las diferencias negativas entre

mediciones consecutivas y así contar con series útiles para la integración de las matrices de probabilidades de transición.

5.2 Factores que determinan el cambio anual de las mediciones

Los cambios anuales en las mediciones de parámetros del estado del pavimento, pueden deberse a diversos factores que se relacionan no sólo con el deterioro o con la ejecución de acciones de conservación, sino también con fenómenos inherentes al procedimiento seguido para llevar a cabo las mediciones. Entre los principales factores que determinan los cambios de las series anuales pueden mencionarse los siguientes:

- Deterioro del pavimento.
- Trabajos de conservación, rehabilitación y reconstrucción.
- Errores de medición sistemáticos:
 - Falta de calibración o mal funcionamiento del equipo.
 - Referencia espacial deficiente.
 - Efectos estacionales.
- Errores de medición aleatorios:
 - Desplazamiento lateral del vehículo de prueba.
 - Mal funcionamiento del equipo
 - Defectos locales en la superficie de rodadura: reparaciones, topes, juntas transversales, etc.

La determinación de las causas específicas de los cambios entre series consecutivas es una tarea muy compleja que trasciende los alcances de este trabajo. Por lo tanto, para los efectos del mismo, sólo se trató de establecer un método que permitiera obtener una evidencia razonable de que el IRI se incrementa de manera global, y emplear esta evidencia como criterio para seleccionar series útiles para la aplicación de las cadenas de Márkov.

5.3 Prueba t por pares para la comparación de medias

Una opción para determinar si el cambio en dos series consecutivas de IRI describe un incremento o un decremento global de este parámetro, consiste en comparar ambas series en términos estadísticos, en particular a través de la estimación de la diferencia entre sus medias.

A este respecto, la prueba t proporciona una herramienta para evaluar, con un determinado nivel de confianza, la hipótesis nula:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$$

donde:

μ_1 : Media de la población 1.

μ_2 : Media de la población 2.

Δ_0 : Diferencia entre μ_1 y μ_2

La prueba *t* permite obtener el intervalo de confianza para la diferencia entre medias (Montgomery & Runger, 2003), el cual, a su vez, puede emplearse como criterio para determinar la dirección dominante de los cambios en las series anuales de IRI.

Para poder aplicar la prueba *t* en la forma descrita, se requiere que se cumplan las siguientes condiciones:

- Que las poblaciones se distribuyan normalmente.
- Que las observaciones de ambas poblaciones sean independientes.

La primera condición obliga a verificar que las series de IRI se ajusten a una distribución normal o alguna otra distribución que pueda transformarse de manera sencilla en una distribución normal (por ejemplo, la distribución lognormal).

Respecto a la segunda condición, evidentemente ésta no se cumple para las series de IRI, ya que las observaciones de un año determinado están invariablemente relacionadas con las del año anterior. Sin embargo, en casos como éste puede aplicarse la *prueba t por pares* (en inglés *paired t-test*), la cual asume que los datos se recolectan por parejas y que cada elemento de la pareja posee una o más características que lo diferencian del otro (en el caso del IRI, el nivel de deterioro ocurrido durante un año).

Con base en lo antes expuesto, se propuso utilizar la prueba *t* por pares para estimar el intervalo de confianza de la diferencia entre las medias de series consecutivas, con un nivel de confianza del 95 %. Asimismo, se decidió utilizar como criterio de aceptación de una determinada serie que el límite superior del intervalo de confianza fuera mayor que cero. De este modo, se utilizarían todas aquellas series para las que el intervalo de confianza de la diferencia entre medias no fuera totalmente negativo.

Este criterio para el tratamiento de las diferencias negativas puede considerarse, sin duda, arbitrario, entre otras razones porque las diferencias positivas también podrían estar relacionadas con información errónea, lo que obligaría a descartar también las series correspondientes. Por lo anterior, el criterio propuesto deberá revisarse durante el desarrollo de versiones posteriores de la metodología.

La aplicación de la prueba *t* por pares se llevó a cabo con el auxilio del software estadístico *Minitab*, cuyos resultados para esta prueba se ilustran en la Figura 3.

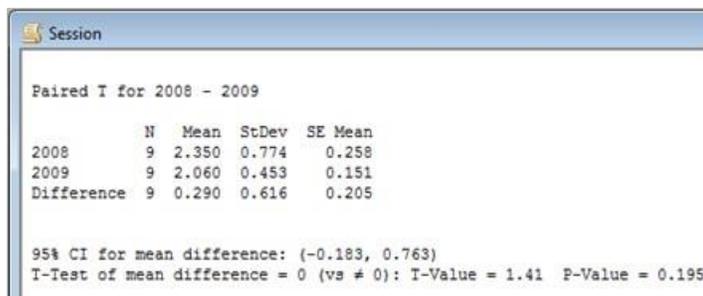
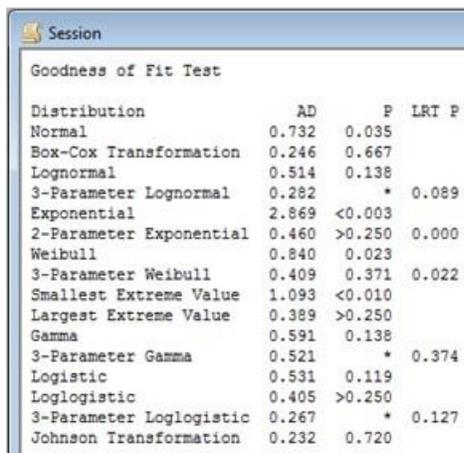


Figura 3 Resultados del software *Minitab* para la prueba *t* por pares.

Nótese que las diferencias calculadas por *Minitab* tienen signo contrario con respecto al que normalmente resultaría en el cálculo de la variación anual del IRI.

5.4 Ajuste de las series a la distribución normal

Como se mencionó en el inciso anterior, la aplicación de la prueba t requiere verificar que los datos de entrada se distribuyan normalmente, o que puedan transformarse de manera que cumplan con este requisito. Para verificar la condición de normalidad se utilizó también el software Minitab, el cual proporciona una opción para calcular la bondad de ajuste de un conjunto de datos a distribuciones de probabilidad diversas, como se muestra en la Figura 4.



Distribution	AD	P	LRT P
Normal	0.732	0.035	
Box-Cox Transformation	0.246	0.667	
Lognormal	0.514	0.138	
3-Parameter Lognormal	0.282	*	0.089
Exponential	2.869	<0.003	
2-Parameter Exponential	0.460	>0.250	0.000
Weibull	0.840	0.023	
3-Parameter Weibull	0.409	0.371	0.022
Smallest Extreme Value	1.093	<0.010	
Largest Extreme Value	0.389	>0.250	
Gamma	0.591	0.138	
3-Parameter Gamma	0.521	*	0.374
Logistic	0.531	0.119	
Loglogistic	0.405	>0.250	
3-Parameter Loglogistic	0.267	*	0.127
Johnson Transformation	0.232	0.720	

Figura 4 Resultados de Minitab para la prueba de bondad de ajuste.

Minitab determina la bondad de ajuste mediante la prueba Anderson-Darling. Al aplicar esta prueba se generan tres parámetros: el estadístico AD (por Anderson-Darling), el valor p y la relación de verosimilitud $LRT p$. En términos generales, a menor valor de AD y a mayor valor p mejor ajuste (Frost, 2014). Un valor de p bajo (p. ej. $p < 0.05$), indica que los datos no se ajustan en absoluto a la distribución propuesta. La relación $LRT p$ se utiliza sólo para distribuciones de tres parámetros; cuando $LRT p$ resulta bajo, se asume que el tercer parámetro produce una mejora significativa en el ajuste con respecto a la versión de dos parámetros de la misma distribución.

En este trabajo sólo se verificó si las series de IRI se ajustaban a una distribución normal o a una lognormal. Se descartaron todas las series en las que la prueba produjo valores bajos de p para las distribuciones normal y lognormal.

6 Obtención de cadenas de Márkov

En esta sección se presenta el desarrollo de la metodología para la aplicación de las cadenas de Márkov en la obtención de modelos de deterioro de pavimentos a nivel de red. Como indicador de deterioro se utiliza el Índice de Regularidad Internacional (IRI).

La metodología se desarrolla a nivel de estudio piloto, utilizando el juego de datos descrito de manera general en la sección 4:

Para el desarrollo del modelo se utilizaron promedios de IRI obtenidos a cada km en lugar de los datos originales medidos en segmentos de 20 m. Lo anterior tuvo como propósito lo siguiente:

- Reducir la dispersión de los datos originales.

- Obtener predicciones del deterioro para longitudes de carretera con utilidad práctica en términos de la definición de trabajos de conservación.
- Utilizar una unidad significativa a nivel de red.
- Aplicar posteriormente la metodología a tramos de la red federal en los que sólo existen registros de IRI a cada kilómetro.

6.1 Definición de familias e identificación de datos útiles

Para la definición de las familias se eligieron inicialmente las siguientes categorías de información complementaria: tipo de pavimento, deflexión central (δ_0), temperatura media anual (TMA), precipitación media mensual (PMM) y tránsito diario promedio anual (TDPA).

Los espesores de la capa superficial se descartaron debido a que se observó que presentan variaciones significativas para los tramos incluidos en el análisis y que, por lo tanto, habría resultado muy difícil lograr que las familias contuvieran segmentos de más de una de estos tramos. Por otro lado, se consideró que este parámetro se toma en cuenta de manera indirecta a través de la deflexión central.

Las edades de los trabajos registradas en el año 2008 y el listado de obras ejecutadas entre 2008 y 2013 no se utilizaron propiamente en la definición de las familias, sino en la identificación de los tramos útiles para el desarrollo del modelo.

En la Tabla 1 se resumen las principales características de los tramos considerados, así como los valores de las variables elegidas para la definición de las familias.

Tabla 1 Características de los tramos considerados en el análisis.

Tramo	Long. (km)	No. carr.	Tipo pav.	δ_0	TMA	PMM	TDPA
Tramo 1	54.112	4	AMGB/JPCP	0.152 - 0.391	25.9	190	3482
Tramo 2	227.740	4	AMGB	0.183 - 0.560	23.1 - 25.5	68 - 232	3822-4843
Tramo 3	197.840	2	AMGB	0.080 - 1.019	23.1 - 25.9	67 - 250	954-1807

En esta tabla puede observarse que los tres tramos se encuentran en rangos muy similares de temperatura, por lo que este parámetro también se eliminó de la lista de variables seleccionadas para definir las familias. Para el resto de los datos de información complementaria se definieron los valores, rangos y códigos mostrados en las Tablas 2 a 5.

Combinando los valores y códigos definidos para las variables anteriores, se integraron las familias que se agrupan en la Tabla 6.

Tabla 2 Valores y códigos para el tipo de pavimento.

Tipo de pavimento	
AMGB (mezcla asfáltica sobre base granular)	00
JPCP (concreto simple con juntas y pasajuntas)	20

Tabla 3 Rangos y códigos para la deflexión central.

Deflexión central (δ_0)	
< 0.35	Baja (B)
0.35 – 0.75	Media (M)
> 0.75	Alta (A)

Tabla 4 Rangos y códigos para la precipitación media mensual.

PMM	
83.33 – 166.67	Alta (A)
166.67 – 333.33	Muy alta (MA)

Tabla 5 Rangos y códigos para el volumen de tránsito.

TDPA	
< 2500	Muy bajo (MB)
\geq 2500	Bajo (B)

Tabla 6 Familias de tramos definidas para el análisis.

Familia	Descripción
00-DB-PA-TB	Pavimento tipo "00", deflexión baja, precipitación alta, tránsito bajo
00-DB-PA-TMB	Pavimento tipo "00", deflexión baja, precipitación alta, tránsito muy bajo
00-DB-PMA-TB	Pavimento tipo "00", deflexión baja, precipitación muy alta, tránsito bajo
00-DB-PMA-TMB	Pavimento tipo "00", deflexión baja, precipitación muy alta, tránsito muy bajo
00-DB-PM-TMB	Pavimento tipo "00", deflexión baja, precipitación alta, tránsito muy bajo
00-DM-PA-TB	Pavimento tipo "00", deflexión media, precipitación alta, tránsito bajo
00-DM-PA-TMB	Pavimento tipo "00", deflexión media, precipitación alta, tránsito muy bajo
00-DM-PMA-TB	Pavimento tipo "00", deflexión media, precipitación muy alta, tránsito bajo
00-DM-PMA-TMB	Pavimento tipo "00", deflexión media, precipitación muy alta, tránsito muy bajo
20-DB-PMA-TB	Pavimento tipo "00", deflexión media, precipitación muy alta, tránsito bajo

La información sobre las edades de los tratamientos de conservación y rehabilitación de los tramos reveló que un número importante de ellos habían sido intervenidos entre 2004 y 2013, es decir, dentro del lapso que abarcan las mediciones de IRI. Con el fin de maximizar el número de

tramos libres de intervención, el periodo de análisis tuvo que reducirse en cinco años, quedando al final definido entre 2004 y 2009. Para este periodo, se obtuvieron las longitudes de tramo libres de intervención por familia y por tramo que se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7 Longitudes de tramo con información útil por familia y por carretera.

Familia	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3
00-DB-PA-TB		29.900	
00-DB-PA-TMB			8.571
00-DB-PMA-TB	0.500	2.500	
00-DB-PMA-TMB			58.650
00-DB-PM-TMB			1.929
00-DM-PA-TB		0.500	
00-DM-PA-TMB			0.499
00-DM-PMA-TB	24.500	57.500	
00-DM-PMA-TMB			26.901
20-DB-PMA-TB	29.112		

En última instancia, sólo se desarrollaron las cadenas de Márkov que corresponden a las familias *00-DB-PA-TMB*, *00-DB-PMA-TMB*, *00-DM-PMA-TB* y *00-DM-PMA-TMB*, ya que, además de que con estos ejemplos se pudo determinar la viabilidad del proceso de modelado para los datos disponibles, se pudo también reunir información suficiente para establecer la sensibilidad de los modelos a las principales variables utilizadas en el análisis, esto es, la deflexión central, la precipitación media mensual y el volumen de tránsito.

En los incisos 6.2 a 6.6 se describe la aplicación de la metodología utilizando como ejemplo la familia *00-DB-PMA-TMB*. El inciso 6.7 resume los resultados obtenidos para el conjunto de las familias, así como los relacionados con la sensibilidad del modelo. Finalmente, en el inciso 6.8 se puntualizan las principales etapas de la metodología desarrollada.

6.2 Características de las series de IRI correspondientes a la familia 00-DB-PMA-TMB

En la Figura 5 se muestra la gráfica de series de tiempo que corresponde a los datos de IRI de la familia *00-DB-PMA-TMB*, promediados a cada kilómetro. Esta gráfica, de hecho, es la misma que se empleó en el inciso Figura 2 para ilustrar el comportamiento del IRI en el tiempo en tramos la red federal. Por lo tanto, aplican las mismas valoraciones subjetivas realizadas en ese inciso con respecto al patrón de variación del IRI representado la gráfica, es decir:

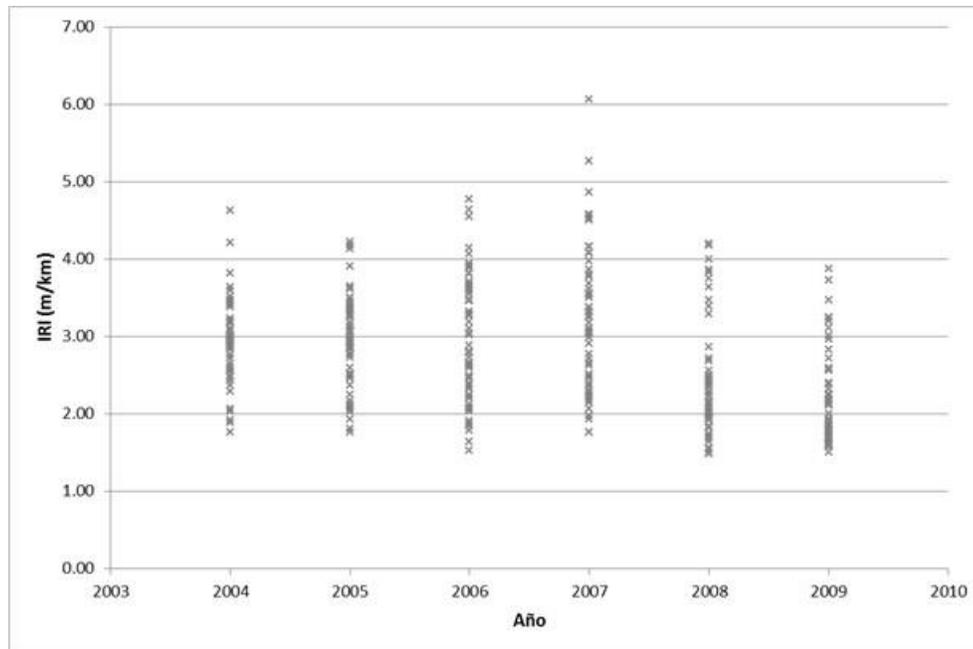


Figura 5 Series temporales de IRI correspondientes a la familia 00-DB-PMA-TMB.

- La distribución de los datos cambia en los diferentes años del periodo de análisis.
- Se observa un incremento global del IRI entre los años 2004 y 2007.
- Entre los años 2007 y 2008, se presenta un descenso pronunciado del IRI.
- Se observa un ligero decremento entre los años 2008 y 2009.

Estas valoraciones subjetivas fueron verificadas mediante la aplicación de la prueba *t* por pares, la cual se describe en el siguiente inciso.

6.3 Aplicación de la prueba *t* por pares para la diferencia de medias

De acuerdo con lo visto en los incisos 5.3 y 5.4, antes de aplicar la prueba *t* por pares a las series de IRI es necesario verificar que éstas se ajusten a una distribución normal. Como se adelantó en el mismo inciso 5.4, esta verificación se realizó con el auxilio del software Minitab.

En la Tabla 8 se presenta un condensado de los resultados de la prueba de bondad de ajuste para todas las series de la familia 00-DB-PMA-TMB. Como se aprecia en esta tabla, el supuesto de normalidad no se cumple para las series correspondientes a los años 2008 y 2009.

Tabla 8 Resultados de la prueba de bondad de ajuste para la familia 00-DB-PMA-TMB.

Distribución	2004			2005			2006			2007			2008			2009		
	AD	P	LRT P															
Normal	0.845	0.028		0.431	0.297		0.473	0.235		0.458	0.256		3.094	<0.005		2.994	<0.005	
Lognormal	1.107	0.006		0.930	0.017		0.476	0.231		0.240	0.766		1.363	<0.005		1.831	<0.005	
Lognormal, 3 parámetros	0.843	*	0.206	0.431	*	0.058	0.444	*	0.439	0.272	*	0.824	0.544	*	0.007	0.372	*	0.000
Exponencial	19.679	<0.003		18.685	<0.003		15.204	<0.003		14.404	<0.003		15.521	<0.003		16.211	<0.003	
Exponencial, 2 parámetros	9.625	<0.010	0.000	7.745	<0.010	0.000	5.063	<0.010	0.000	3.447	<0.010	0.000	2.020	<0.010	0.000	0.609	>0.250	0.000
Weibull	1.479	<0.010		0.481	0.232		0.467	0.245		0.594	0.125		3.174	<0.010		3.042	<0.010	
Weibull, 3 parámetros	1.074	<0.005	0.015	0.471	0.195	0.168	0.353	0.465	0.047	0.226	>0.500	0.002	0.847	0.032	0.000	0.406	0.376	0.000
Menor valor extremo	2.740	<0.010		1.055	<0.010		1.050	<0.010		2.007	<0.010		5.182	<0.010		4.456	<0.010	
Mayor valor extremo	1.811	<0.010		1.456	<0.010		0.535	0.182		0.313	>0.250		0.975	0.014		1.613	<0.010	
Gamma	0.937	0.019		0.710	0.068		0.431	>0.250		0.229	>0.250		1.877	<0.005		2.209	<0.005	
Gamma, 3 parámetros	2.027	*	1.000	0.771	*	0.313	0.430	*	1.000	0.247	*	0.248	0.717	*	0.001	0.557	*	0.000
Logística	0.495	0.172		0.346	>0.250		0.610	0.075		0.390	>0.250		2.178	<0.005		2.442	<0.005	
Loglogística	0.671	0.047		0.691	0.042		0.590	0.085		0.326	>0.250		0.993	0.006		1.589	<0.005	
Loglogística, 3 parámetros	0.511	*	0.256	0.347	*	0.093	0.570	*	0.645	0.349	*	0.826	0.415	*	0.009	0.425	*	0.000

Con el fin de conocer la apariencia de la distribución para estas series, utilizando también Minitab se obtuvieron informes de estadística descriptiva básica en los que se incluye el histograma de los datos. La Figura 6 muestra el informe de la serie de 2008. En esta figura puede observarse que la distribución de esta serie presenta una configuración bimodal, lo cual podría ser indicativo de la mezcla de dos poblaciones.

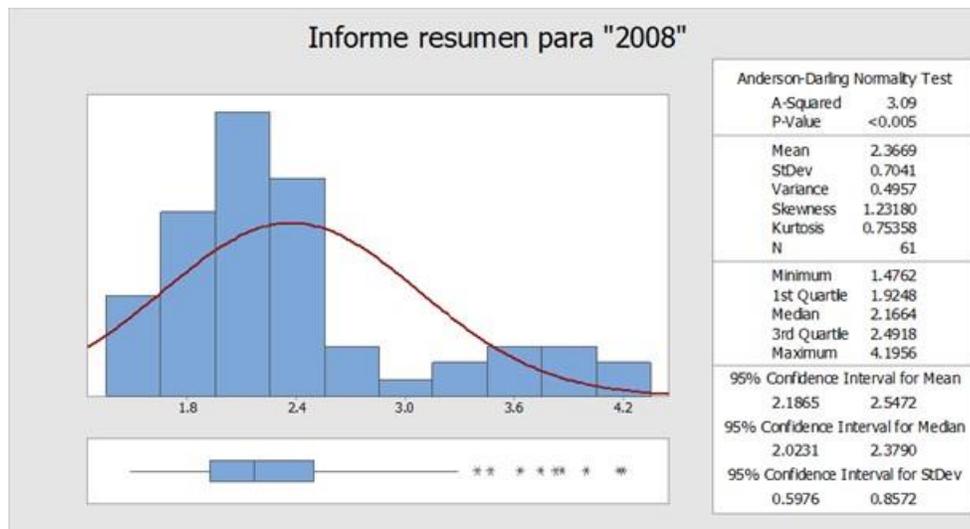


Figura 6 Informe de estadística descriptiva básica para la serie correspondiente al año 2008.

En primera instancia, podría considerarse que este comportamiento se debe a que existen factores que no se tomaron en cuenta para la definición de las familias, sin embargo, dado que la configuración bimodal sólo se observa en las series de 2008 y 2009, el fenómeno parecería más bien ser consecuencia de eventos ocurridos en esos años. Un evento que podría explicar la configuración bimodal, sería la intervención parcial de los tramos que integran la familia 00-DB-PMA-TMB.

En cualquier caso, el incumplimiento de la condición de normalidad invalida la aplicación de la prueba *t* por pares para las parejas de series consecutivas 2007-2008 y 2008-2009 y por lo tanto, impide la obtención de las cadenas de Márkov que corresponden a estas parejas.

En lo que se refiere propiamente a la aplicación de la prueba *t* por pares, en la Tabla 9 se resumen los resultados obtenidos.

Tabla 9 Resultados de la prueba *t* por pares para las series de la familia 00-DB-PMA-TMB.

Año	Media	Desv. est.	Diferencias		
			Media	Desv. est.	Intervalo de confianza al 95% para la diferencia de medias de la prueba <i>t</i> por pares
2004	2.94	0.52			
2005	2.96	0.56	0.02	0.52	(-0.11, 0.15)
2006	2.97	0.79	0.01	0.51	(- 0.12,0.14)
2007	3.21	0.91	0.13	1.16	(-0.10,0.49)

La tabla muestra que, para todas las parejas restantes, se cumple la condición de que el límite superior del intervalo de confianza sea positivo, lo cual permite que las series que corresponden a estas parejas se utilicen para la obtención de cadenas de Márkov bianuales.

6.4 Generación de las matrices de probabilidades de transición bianuales

Las cadenas de Márkov bianuales se generaron para todas las parejas de series que satisficieron la condición de normalidad y el criterio de aceptación definido para la prueba t por pares. En el caso de la familia 00-DB-PMA-TMB, las parejas de series que cumplieron con estas condiciones fueron las de los años 2004-2005, 2005-2006 y 2006-2007.

Para la generación de las cadenas de Márkov se empleó el procedimiento resumido en la sección 2. De acuerdo con este procedimiento, en primer lugar deben definirse los rangos de valores o bandas de condición que se utilizarán para representar los estados del proceso de deterioro. Tomando en cuenta la distribución de los valores de IRI para las cuatro series validadas mediante la prueba t , se definieron las bandas que se presentan en la Tabla 10. Las marcas de clase incluidas en esta tabla se utilizan en el cálculo del valor esperado de IRI, para lo cual se utiliza la siguiente expresión:

$$IRI_t = \mathbf{a}_t \cdot \mathbf{c}$$

donde:

IRI_t : Valor esperado del IRI en el ciclo de servicio t .

\mathbf{a}_t : Vector de estado para el ciclo de servicio t .

\mathbf{c} : Vector de marcas de clase.

Tabla 10 Bandas de condición definidas para la familia 00-DB-PMA-TMB.

Banda	Rango de IRI (m/km)	Marca de clase
1	(1.5,2.0]	1.75
2	(2.0,2.5]	2.25
3	(2.5,3.0]	0.67
4	(3.0,3.5]	0.00
5	(3.5,4.5]	0.00

El siguiente paso consistió en calcular las matrices de probabilidades de transición (MPT), determinando el número de tramos que permanecieron en un mismo estado o que pasaron a cualquier otro durante los años consecutivos considerados. Previamente, en los casos en que se observaron diferencias negativas, se aplicó un filtro simple consistente en igualar los valores de

IRI de los dos años (con lo cual la diferencia se vuelve cero), usando el valor del primer año para una diferencia menor a -0.25 y el del segundo año en caso contrario.

Las tablas 11 a 13 muestran, respectivamente, las MPT obtenidas para los periodos 2004-2005, 2005-2006 y 2006-2007.

Tabla 11 MPT del periodo 2004-2005.

	2004 – 2005				
	2.00	2.50	3.00	3.50	> 3.50
2.00	0.50	0.50	0.00	0.00	0.00
2.50	0.00	0.90	0.10	0.00	0.00
3.00	0.00	0.00	0.54	0.35	0.12
3.50	0.00	0.00	0.00	0.78	0.22
> 3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

Tabla 12 MPT del periodo 2005-2006.

	2005 – 2006				
	2.00	2.50	3.00	3.50	> 3.50
2.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.50	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
3.00	0.00	0.00	0.61	0.22	0.17
3.50	0.00	0.00	0.00	0.50	0.50
> 3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

Tabla 13 MPT del periodo 2006-2007.

	2006 – 2007				
	2.00	2.50	3.00	3.50	> 3.50
2.00	0.50	0.25	0.00	0.00	0.25
2.50	0.00	0.53	0.11	0.16	0.21
3.00	0.00	0.00	0.46	0.31	0.23
3.50	0.00	0.00	0.00	0.54	0.46
> 3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

Con las MPT anteriores se obtuvieron las proyecciones de los vectores de estado y la curva de IRI esperado que corresponden a cada pareja de años considerada. Los resultados anteriores se representan gráficamente en las Figuras 7 a 9.

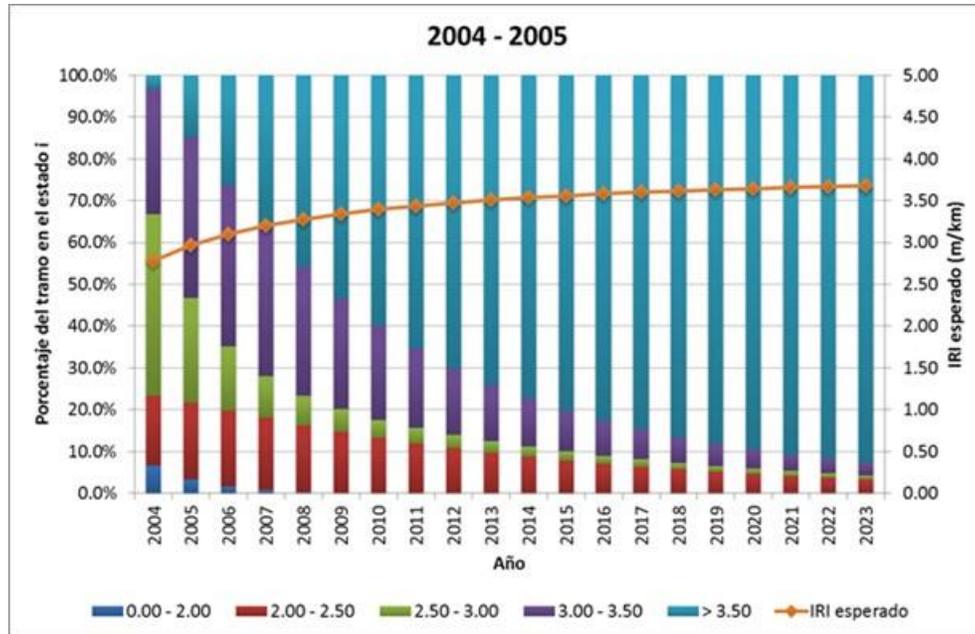


Figura 7 Vectores de condición y curva de IRI esperado estimados con la MPT 2004-2005.

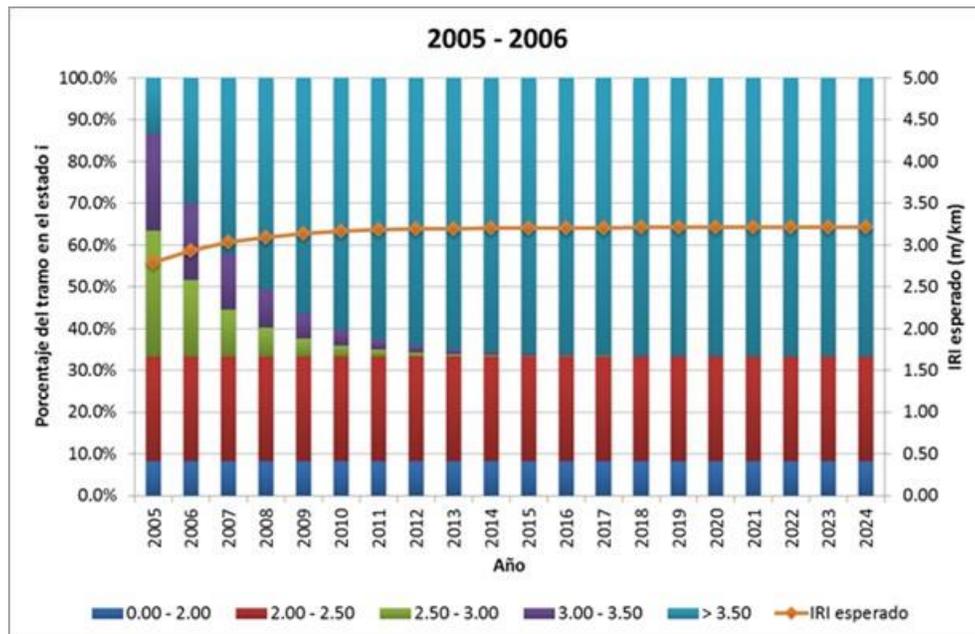


Figura 8 Vectores de condición y curva de IRI esperado estimados con la MPT 2005-2006.

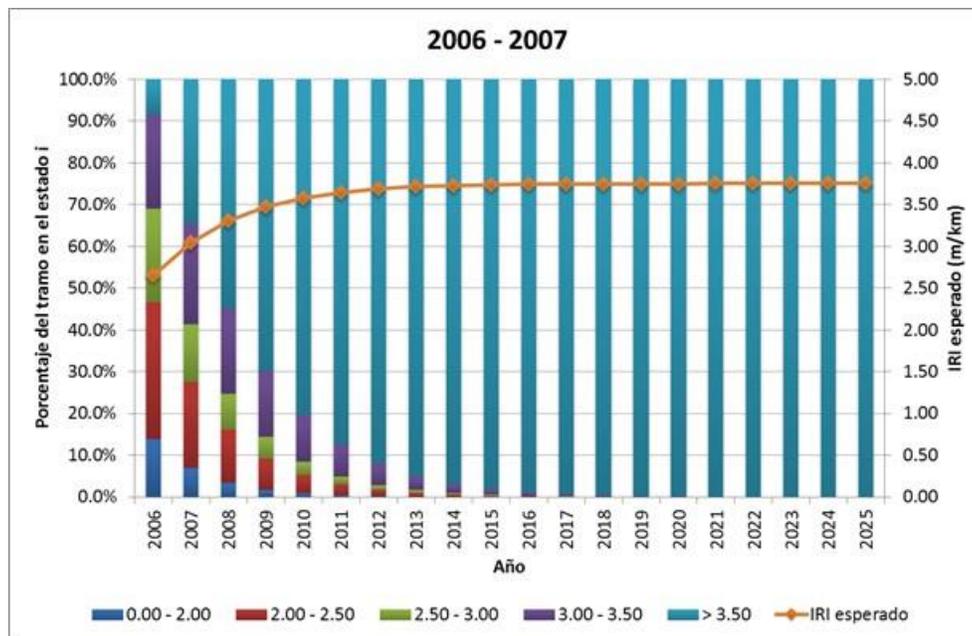


Figura 9 Vectores de condición y curva de IRI esperado estimados con la MPT 2006-2007.

6.5 Obtención de la MPT promedio del periodo

Este paso tuvo por objeto la generación de una MPT representativa del periodo que abarcan los datos de entrada, que en el caso de la familia 00-DB-PMA-TMB quedó comprendido entre los años 2004 y 2007.

Según lo expuesto en el inciso 3.2, la MPT representativa puede calcularse promediando los elementos de las matrices bianuales. Procediendo de esta manera, se calculó la MPT promedio contenida en la Tabla 14. Con esta matriz, se calcularon las proyecciones del vector de estado y la curva de IRI esperado representativas del periodo 2004-2007, que se ilustran gráficamente mediante la Figura 10.

Tabla 14 MPT promedio del periodo 2004-2007.

		MPT promedio 2004 – 2007				
		2.00	2.50	3.00	3.50	> 3.50
2.00		0.67	0.25	0.00	0.00	0.08
2.50		0.00	0.81	0.07	0.05	0.07
3.00		0.00	0.00	0.54	0.29	0.17
3.50		0.00	0.00	0.00	0.61	0.39
> 3.50		0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

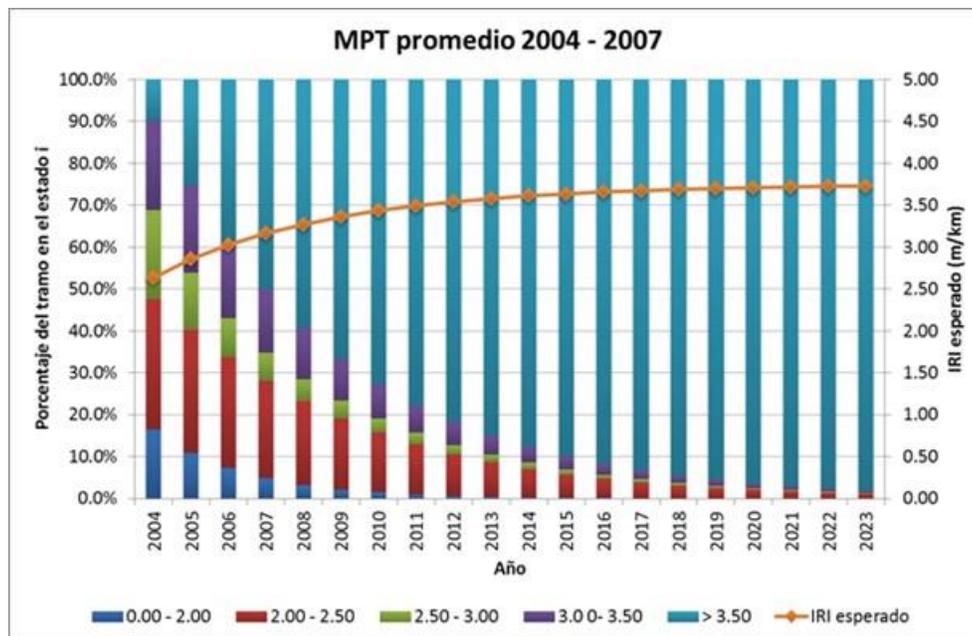


Figura 10 Vectores de condición y curva de IRI esperado obtenidos a partir de la MPT promedio.

Una alternativa para obtener la matriz representativa del periodo, consiste en agrupar los datos de las diferentes parejas de años en un solo año inicial y un solo año final, y estimar a partir de estos grupos las probabilidades de transición. Lo anterior equivale a asumir que el deterioro futuro de un determinado tramo de pavimento es independiente de su edad, y que está determinado únicamente por su nivel de deterioro actual (lo cual es congruente con la propiedad de Márkov). Aunque esta suposición podría apartarse de la realidad en muchos casos, el uso de este método podría simplificar considerablemente el cálculo de la matriz representativa, ya que no requiere la obtención de las MPT bianuales. Como parte de este trabajo, se obtuvieron con el método antes descrito matrices representativas (a las que se ha denominado *matrices combinadas*) y proyecciones del deterioro para todas las familias consideradas en el ejercicio. En la Tabla 15 y en la Figura 11 se muestra lo que corresponde a la familia 00-DB-PMA-TMB. Nótese que la proyección del deterioro obtenida con este método resulta muy similar a la que se genera con la MPT promedio (Figura 10).

6.6 Resumen de resultados para la familia 00-DB-PMA-TMB

Utilizando como base los datos originales de IRI por kilómetro para la familia 00-DB-PMA-TMB, en la Figura 12 se han resumido los resultados de la aplicación de cadenas de Márkov al modelado del deterioro de esta familia.

Como puede apreciarse en esta figura, los pronósticos del deterioro obtenidos con las MPT bianuales 2004-2005 y 2005-2006, así como los producidos por las MPT promedio y combinada, resultaron bastante similares. En cambio, el pronóstico generado por la MPT 2006-2007 fue sensiblemente distinto de los anteriores, lo cual es explicable por la mayor diferencia que existe entre los valores de las series 2006 y 2007. La figura también muestra que todas las curvas tienden a converger en el tiempo, lo cual, más que una medida de la precisión de las estimaciones, tiene que ver con la tendencia al equilibrio inherente a los modelos markovianos.

Tabla 15 MPT combinada para el periodo 2004-2007.

	MPT promedio 2004 – 2007				
	2.00	2.50	3.00	3.50	> 3.50
2.00	0.65	0.24	0.00	0.00	0.12
2.50	0.00	0.77	0.07	0.07	0.09
3.00	0.00	0.00	0.54	0.30	0.16
3.50	0.00	0.00	0.00	0.62	0.38
> 3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

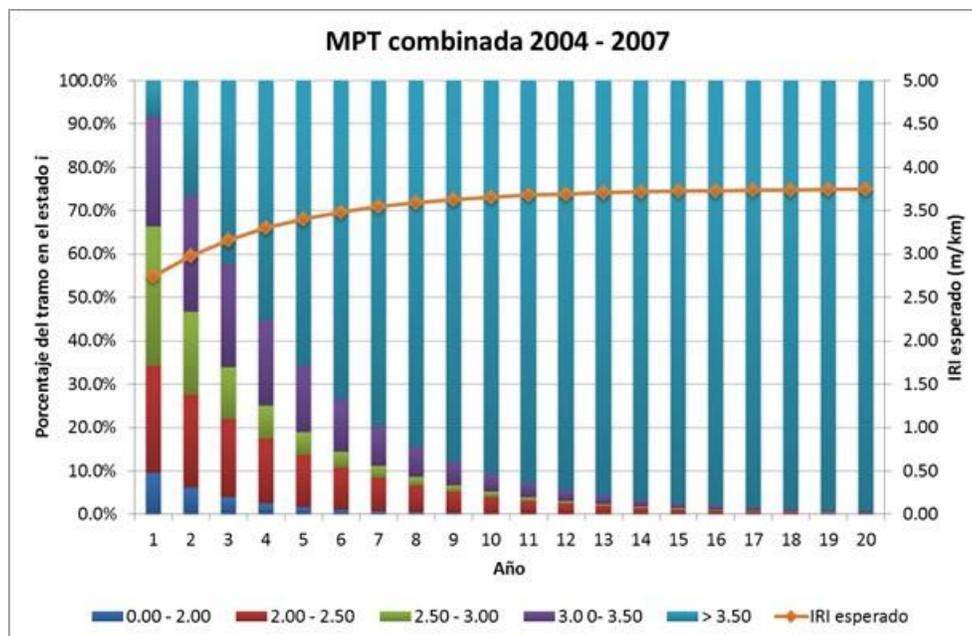


Figura 11 Vectores de condición y curva de IRI esperado obtenidos a partir de la MPT combinada.

6.7 Resultados globales y sensibilidad del modelo

En lo que respecta al resultado global de la aplicación de la metodología para todas las familias consideradas, se resalta en primer lugar que la aplicación de la prueba *t* por pares llevó a excluir por lo menos una serie de datos para cada familia, como puede apreciarse en las Figuras 13 y 14.

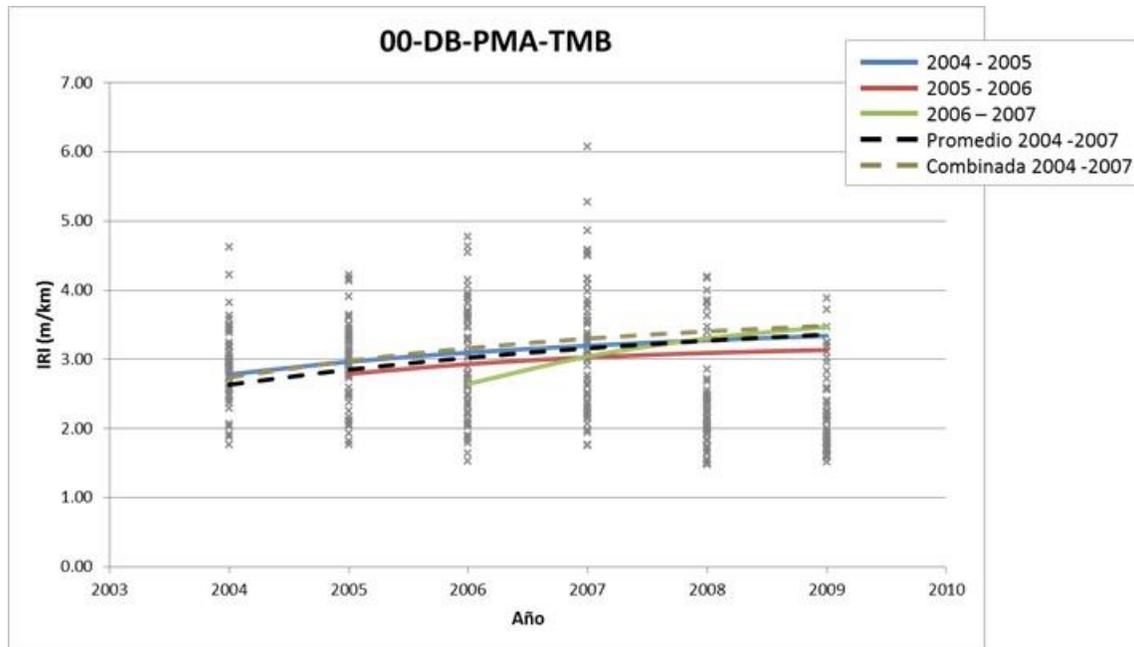


Figura 12 Resumen de resultados, familia 00-DB-PMA-TMB.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
00-DB-PA-TMB	N	N	N	N	N	N
	LN	LN	LN	LN	LN	LN
00-DB-PMA-TMB	N	N	N	N	N	N
	LN	LN	LN	LN	LN	LN
00-DM-PMA-TB	N	N	N	N	N	N
	LN	LN	LN	LN	LN	LN
00-DM-PMA-TMB	N	N	N	N	N	N
	LN	LN	LN	LN	LN	LN

Figura 13 Resultados de la prueba de bondad de ajuste para las distribuciones normal (N) y lognormal (LN). El fondo rojo indica que no se cumplió la condición de normalidad.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
00-DB-PA-TMB	Green	Green	Green	Green	Red	Green
00-DB-PMA-TMB	Green	Green	Green	Green	Black	Black
00-DM-PMA-TB	Green	Green	Red	Black	Black	Green
00-DM-PMA-TMB	Green	Green	Green	Green	Green	Red

Figura 14 Resultados de la prueba t por pares. El fondo negro indica que no se cumplió la condición de normalidad, y el rojo que no se verificó el criterio de aceptación para la prueba t por pares.

Con referencia a la Figura 13, la condición de normalidad no se cumplió para un total de cuatro series de datos y, para dos de ellas, sólo pudo cumplirse mediante una transformación logarítmica, es decir, asumiendo que los datos se ajustaban a una distribución lognormal.

Cabe destacar el caso de la familia 00-DM-PMA-TB, en el cual se descartaron cuatro de las parejas de series anuales disponibles, dejando sólo una pareja útil (2004-2005) para el desarrollo del modelo. Evidentemente, en este caso la MPT representativa fue idéntica a la MPT bianual generada para la única pareja útil.

En las Figuras 15 a 17 se presentan los resultados globales obtenidos para las familias 00-DB-PA-TMB, 00-DM-PMA-TB y 00-DM-PMA-TMB. En términos generales, los resultados son similares a los de la familia 00-DB-PMA-TMB. Sin embargo, es importante destacar las siguientes particularidades:

- En el caso de la familia 00-DB-PA-TMB, se obtuvo un modelo adicional a partir de la pareja de series 2008-2009. Dada la reducción notable del IRI que se aprecia entre 2007 y 2008, es posible que en 2007 se hayan efectuado trabajos de conservación. Puesto que estos trabajos podrían haber modificado las características del pavimento, el modelo de 2008-2009 no puede combinarse con los otros modelos.
- Para la familia 00-DM-PMA-TB sólo pudo generarse un modelo, debido a los problemas de ajuste y diferencia entre medias antes mencionados.

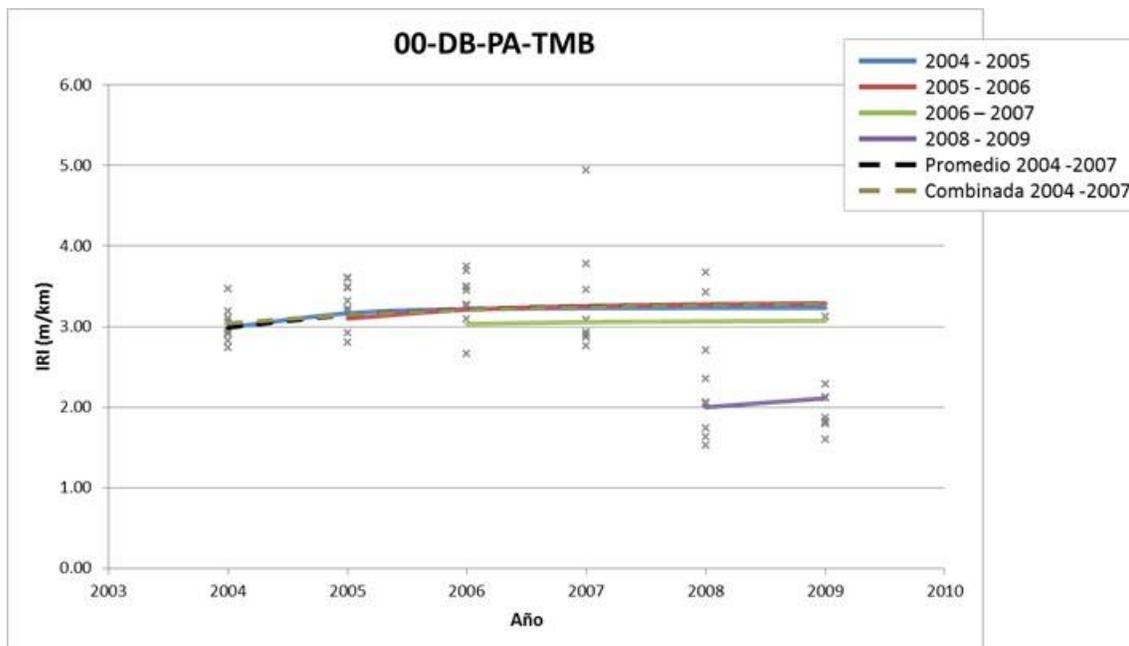


Figura 15 Resumen de resultados, familia 00-DB-PA-TMB.

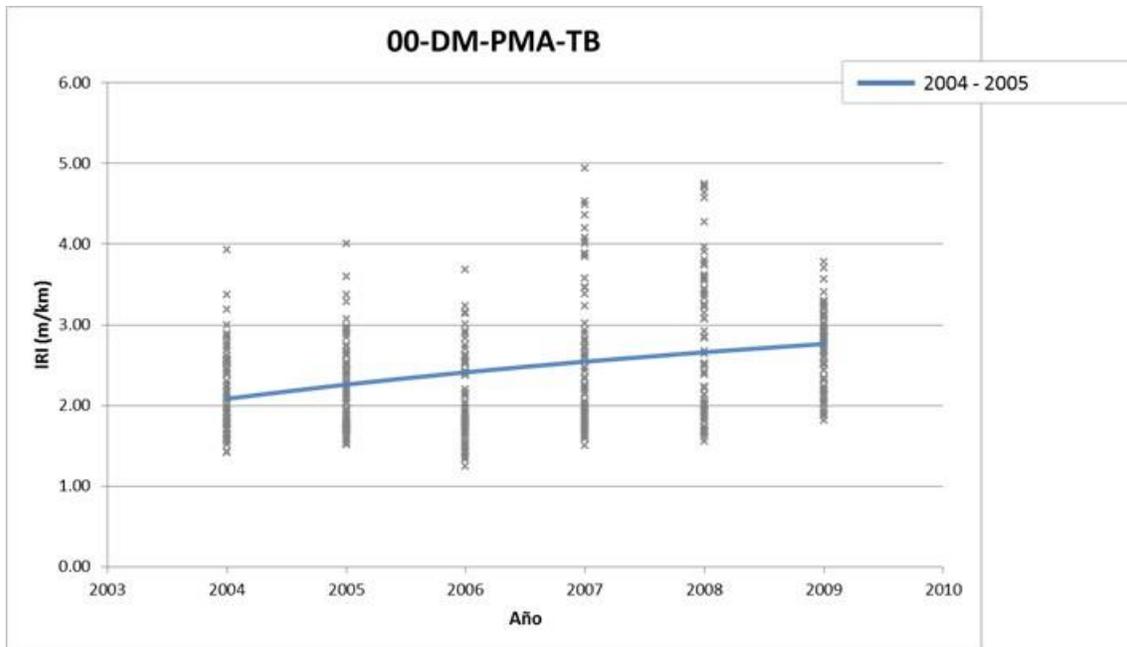


Figura 16 Resumen de resultados, familia 00-DM-PMA-TB.

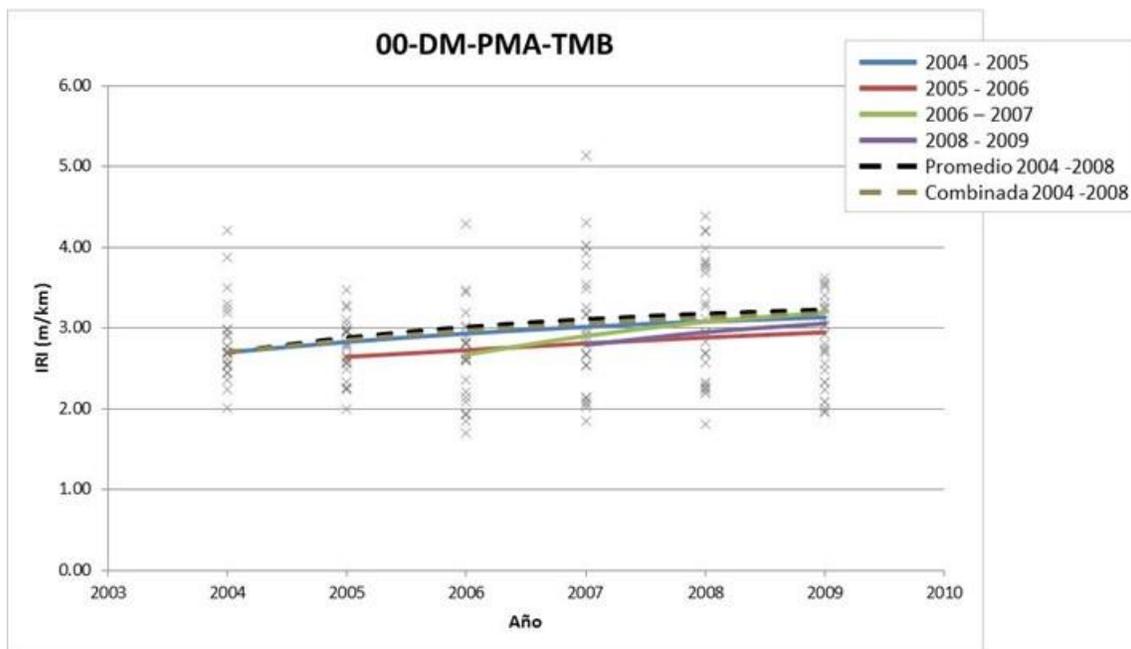


Figura 17 Resumen de resultados, familia 00-DM-PMA-TMB.

Finalmente, en lo relativo la sensibilidad de los modelos con respecto a las variables empleadas para generar las familias, en las Figuras 18 a 20 se ilustran las diferencias entre los modelos obtenidos para distintas categorías de deflexión central, precipitación media mensual y volumen de tránsito.

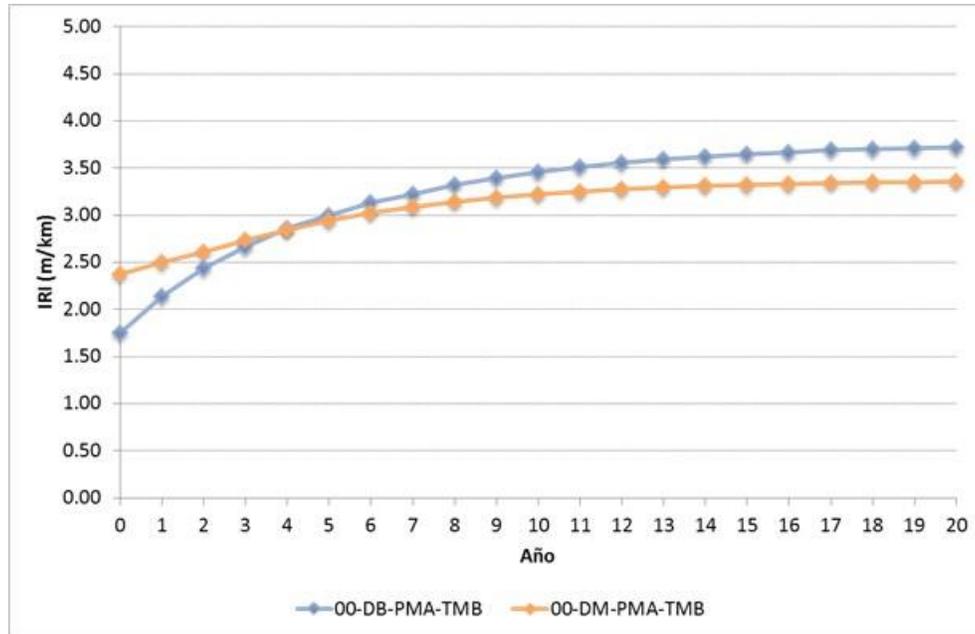


Figura 18 Sensibilidad de los modelos con respecto a la deflexión central.

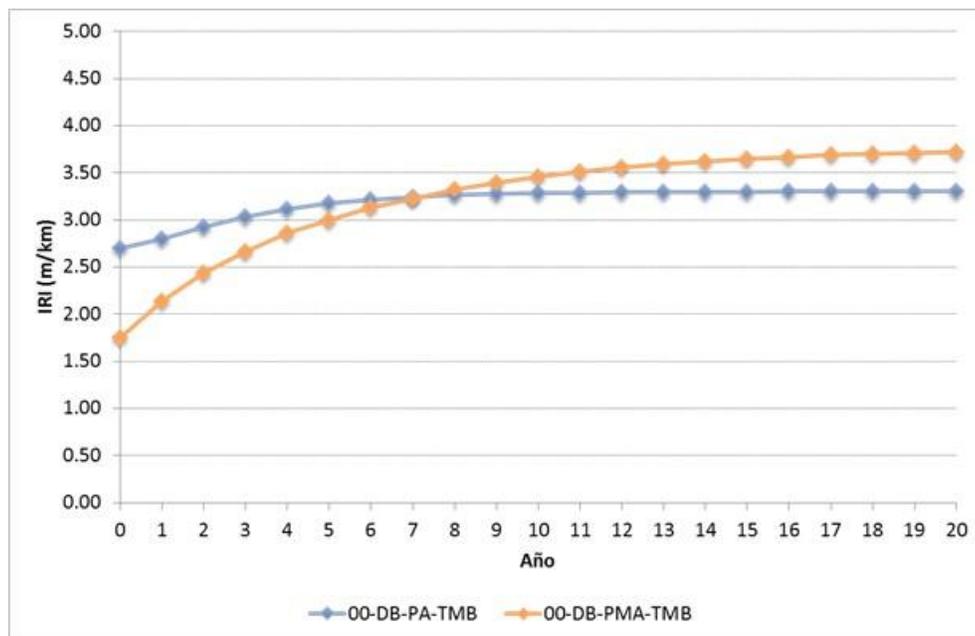


Figura 19 Sensibilidad de los modelos con respecto a la precipitación media mensual.

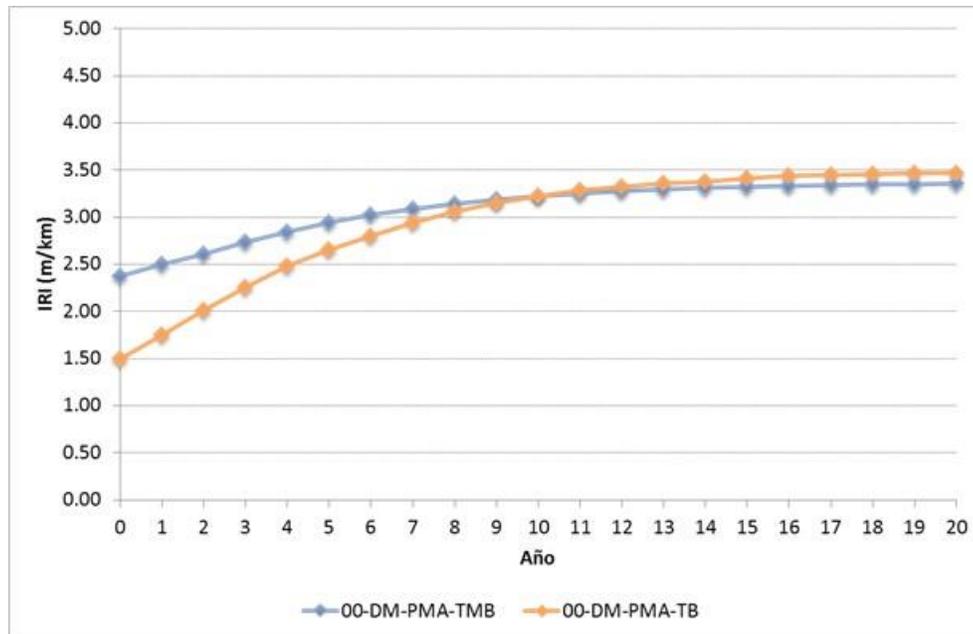


Figura 20 Sensibilidad de los modelos con respecto al TDPA.

En lo que se refiere a la deflexión central, el comportamiento de los modelos resultó contrario al esperado, ya que se observa una mayor tasa de deterioro para la familia caracterizada por una “deflexión baja” que para la familia con “deflexión media”. Sin embargo, en este caso es necesario recordar que la deflexión central es una medida mayormente representativa de la capa superficial, la cual no determina por sí sola la capacidad portante del pavimento.

En los otros dos casos los resultados son congruentes con el comportamiento esperado, es decir, a mayor precipitación y a mayor tránsito mayor tasa de deterioro.

6.8 Resumen de la metodología propuesta

La metodología aplicada para obtener los modelos de deterioro a nivel de red utilizando cadenas de Márkov puede resumirse en los siguientes pasos:

- Clasificar la red de interés en familias.
- Determinar los tramos con datos útiles, en función de la información disponible sobre intervenciones.
- Obtener promedios de IRI a cada kilómetro.
- Para cada familia y cada par consecutivo de series anuales de promedios:
 - Determinar si se cumple el supuesto de normalidad.
 - Obtener el intervalo de confianza al 95 % para la diferencia entre las medias, empleando la prueba *t* por pares.
 - Si el límite superior del intervalo es mayor que cero:

- Filtrar las series para eliminar diferencias negativas.
- Obtener la MPT y la cadena de Márkov que corresponden al par de series.
- Calcular la MPT promedio de cada familia, a partir de las matrices de pares consecutivos disponibles.
- Obtener la proyección del vector de estado y de la curva de IRI esperado.

7 Conclusiones y posibles trabajos futuros

Del desarrollo del presente trabajo se desprenden las siguientes conclusiones:

- El examen de los datos disponibles sugiere que la red federal de carreteras es sujeto de trabajos frecuentes de conservación de distinta índole.
- La aplicación de la prueba t por pares permite identificar probables intervenciones no incluidas en la información histórica.
- Las distribuciones bimodales observadas para algunas series de datos constituyen una evidencia de posibles intervenciones parciales.
- Los datos disponibles tienen una utilidad parcial para el desarrollo de modelos de deterioro.
- A pesar de lo anterior, en términos generales puede afirmarse que el uso de cadenas de Márkov a nivel de red constituye una alternativa viable para modelar el comportamiento de los pavimentos en el país.
- La MPT combinada representa una opción atractiva para el desarrollo de modelos representativos de varios años, sin embargo, es necesario tener mayores indicios de los efectos de la edad en los patrones de deterioro de los pavimentos.

Asimismo, se vislumbran los siguientes trabajos para su posible desarrollo en el futuro inmediato:

- Evaluar la aplicación del procedimiento de correlación cruzada (Karamihas, 2004) para corregir los errores sistemáticos relacionados con el desplazamiento de la referencia horizontal.
- Revisar el método de límites de concordancia como una alternativa para determinar la similitud entre series consecutivas de IRI (De León Izeppi, et al., 2012).
- Valorar el uso de métodos de optimización para la obtención de cadenas plurianuales.

8 Referencias

Butt, A. A., Shahin, M. Y., Carpenter, S. H. & Carnahan, J. A., 1994. *Application of Markov Process to Pavement Management Systems at Network Level*. San Antonio, Texas, EUA, Transportation Research Board.

De León Izeppi, E., Flintsch, G. W. & McGhee, K. K., 2012. Limits of Agreement (LOA) Method for Comparing Pavement Friction Measurement. *Transportation Research Record*, Issue 2306.

Frost, J., 2014. *How to Identify the Distribution of Your Data using Minitab*. [En línea] Available at: <http://blog.minitab.com/blog/adventures-in-statistics/how-to-identify-the-distribution-of-your-data-using-minitab> [Último acceso: 7 octubre 2014].

Karamihas, S. M., 2004. Development of cross correlation for objective comparison of profiles. *Int. J. Vehicle Design*, 36(2/3).

Lam, P., 2008. *MCMC Methods: Gibbs Sampling and the Metropolis-Hastings Algorithm*. [En línea] Available at: https://dl.dropboxusercontent.com/u/2993202/teaching/methods/mcmc/mcmc_print.pdf [Último acceso: 1 August 2013].

Montgomery, D. C. & Runger, G. C., 2003. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Tercera ed. New York(New York): John Wiley & Sons, Inc..

Ortiz-García, J. J., Costello, S. B. & Snaith, M. S., 2006. Derivation of Transition Probability Matrices for Pavement Deterioration Modeling. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, febrero.

Solorio, J. R. y otros, 2014. *Publicación Técnica no. 396: Aplicación de métodos markovianos en el modelado del deterioro de carreteras*, San Fandila, Qro., México: Instituto Mexicano del Transporte.